

氣 · 固系 流動層의 乾燥操作에의 應用*

南宮 寔** · 白 寅 基**

Application of Gas-Solid Fluidized Bed to Drying

Shik Namkoong*, Ingee Paik*

Dept. of Chem. Eng., College of Eng., Han Yang University

In the drying of food, diffusivity of moisture in the food varies with time according to the local change of the degree of drying.

However, for the design of drying operation the quantitative relation between the degree of drying and the time of operation might be correlated experimentally.

In this work, for various dimensions and the shape of the sample, it is realized that, the measurement of local diffusivity constant as a function of moisture content of the sample by Wakabayashi's method enable the calculation of correlation between the degree of drying vs time through certain simplifications on the solution of Fick's second law.

Experiments were carried out for the cubic, rectangular, spherical and cylindrical "potato" sample, and the above mentioned approaches were seemed to be successful within the relative error of 10 to 30 %.

結 論

두께가 얇고 幾何學的 型態가 不規則인 오징어 乾燥時의 乾燥速度定數와 流動層內의 溫度, 空氣의 線速度와의 關係를 化學공학 제 3 권 제 2 호 (1965)에 既報한 바 있으며 乾燥速度定數를 比較檢討한 바 있다.

本 實驗에서는 감자의 球體, 六面體, 圓柱型을 만들어 乾燥速度定數와 試料의 幾何學的 構造와의 關係를 보기 위하여 Wakabayashi⁽¹⁾의 方法으로 測定한 擴散係數를 使用하여 Treybal⁽²⁾, Chank⁽³⁾등의 理論乾燥率을 計算하고, 實驗結果의 乾燥率과 比較 檢討하였다.

理 論 式

乾燥中 試料의 收縮은 일어나지 않으며, 어느 程度 時間이 經過한 後 試料 表面의 含水率은 一定하다고 가

정한다.

두께가 $2a$ 이고 初期含水率이 W_0 , 表面含水率이 W_∞ 인 infinite slab 에 對하여, Treybal, Chank 등은 Fick's second law

$$\frac{\partial w}{\partial \theta} = D \Delta^2 w \quad (1)$$

와 $[w]_{x=a} = w_\infty$, $\left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]_{x=0} = 0$ 의 境界條件으로 부터 다음과 같은 未乾燥率, E_{sl} 의 計算式을 導出하였다.

$$E_{sl} = \left(\frac{W - W_\infty}{W_0 - W_\infty} \right) = f_{sl} \left(\frac{D\theta}{a^2} \right) \\ = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} e^{- (2n-1)^2 D\pi^2 \theta / 4a^2} \quad (2)$$

단 D : 擴散係數 $[cm^2/hr]$

$$\frac{D\theta}{a^2} : [-], W = f(\theta), w = f(x, \theta)$$

또한 直徑이 $2a$ 인 球體에 對하여 $[w]_{x=a} = w_\infty$,

* 1966 년 12 월 10 일 수리

* 漢陽大 工大 化工科

$\left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]_{x=0}=0$ 의 境界條件으로 부터

$$E_{sp} = \left(\frac{W-W_\infty}{W_0-W_\infty}\right)_{sp} = f_{sp}\left(\frac{D\theta}{a^2}\right) \\ = \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 D\pi^2 \theta / a^2} \quad (3)$$

의 未乾燥率 E_{sp} 를 얻는다.

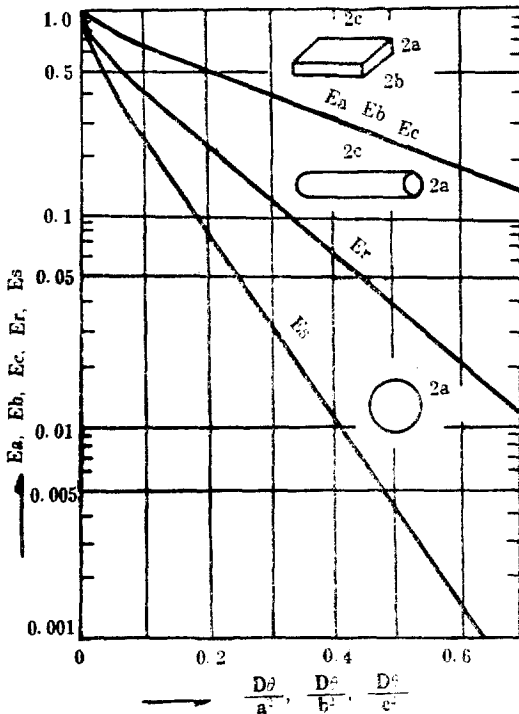


Fig. 1. Unsteady State Diffusion

各 試料의 未乾燥率을 定義하면 다음과 같다.

Infinite slab: $E_{is} = f_{is}\left(\frac{D\theta}{a^2}\right)$ (defined by Equ. 2)

Rectangular: $E_{re} = f_{is}\left(\frac{D\theta}{a^2}\right) \cdot f_{is}\left(\frac{D\theta}{b^2}\right) \cdot f_{is}\left(\frac{D\theta}{c^2}\right)$ (4)

Infinite cylinder: $E_{ic} = f_{ic}\left(\frac{D\theta}{a^2}\right)$

Cylinder: $E_{cy} = f_{ic}\left(\frac{D\theta}{a^2}\right) \cdot f_{is}\left(\frac{D\theta}{c^2}\right)$ (5)

Sphere: $E_{sp} = f_{sp}\left(\frac{D\theta}{a^2}\right)$ (defined by Equ. 3)

그리고 各 試料의 크기는 다음과 같다.

六面體形 試料: $a[\text{cm}] \times b[\text{cm}] \times c[\text{cm}]$

圓柱形 試料: 半徑 $a[\text{cm}]$, 높이 $c[\text{cm}]$

球體形 試料: 半徑 $a[\text{cm}]$

Wakabayshi 方法에 依하면 非定常狀態에 있어서의 擴散係數는 Fig-2의 sample에 對하여 다음과 같이 表示된다.

a) 水分分布의 時間的 變化가 주어지는 경우

$$D_{x=x1} = \frac{d}{d\theta} \int_0^{x1} w dx / \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=x1} \quad (6)$$

b) 特定乾燥 時刻에 있어서의 水分分布가 주어지는 경우

$$D_{w=w1} = -\frac{1}{2\theta} \left(\frac{\partial X}{\partial w}\right)_{w=w1} \int_{w0}^{w1} X dw \quad (7)$$

x : 試料中心으로 부터의 거리

X : 試料表面으로 부터의 거리

Shirai의 乾燥式은 다음과 같다.

$$\frac{dW}{d\theta} = kW \quad (8)$$

k : 乾燥速度定數 $[\text{hr}^{-1}]$

實驗裝置 및 實驗方法

實驗裝置 및 實驗方法은 前號(화학공학 제 3권 제 2호, 1965)發表와 같으며, 擴散係數 測定時의 試料 모형은 Fig-2와 같이 만들었다. 試料를 圓柱型으로 만들어 두께 5mm로 잘랐으며, 튜브로 싸다. 이 理由는 試料의 흐트러짐과 半徑方向의 擴散을 最大限으로 막기 위함이었다. 여기서 各 方向의 擴散係數는 같다고 가정한다.

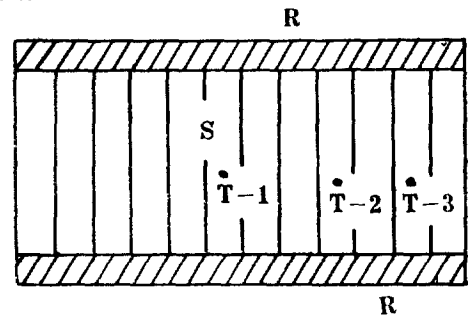


Fig. 2. Sample for Measurement of Diffusivity

S: Sample

R: Rubber tube

T-1, T-2, T-3: Thermocouple

實驗 結果

擴散係數 測定時 時間에 對한 試料 各 部分의 含水率을 Fig-3a에 表示하였으며 測定溫度는 Fig-3b에 表示하였다. Fig-3a에서의 맨 윗 直線은 試料 各 部分의 初期含水率이며 다음 曲線들은 1時間, 2時~5時間後의 含水率 分布曲線이다.

擴散係數는 (7)式과 Fig-3a를 利用하여 求한다. (7)

Table 1-1. Potato Slab

Size [mm]	θ [hr]	W/W_0	Ee	Ec	Error (%)
50×50×5	0	1.0	1.0	1.0	—
	1/6	0.70	0.68	0.71	3.94
	1/2	0.43	0.43	0.50	14.98
50×50×10	0	1.0	1.0	1.0	—
	1/2	0.64	0.61	0.65	5.86
	1	0.44	0.42	0.46	9.82
	2	0.27	0.23	0.31	25.61
50×50×15	0	1.0	1.0	1.0	—
	1 1/6	0.47	0.46	0.53	12.21
	2	0.39	0.36	0.39	8.16
50×50×25	0	1.0	1.0	1.0	—
	1	0.68	0.66	0.66	0.00
	2	0.54	0.51	0.53	3.78
	3	0.46	0.42	0.43	1.16

Ee : 未乾燥率의 實驗值

Ec : 理論式에 依한 計算值

Error는 Ee와 Ec와의 比較

Table 1-2. Potato Rectangular

Size [mm]	θ [hr]	W/W_0	Ee	Ec	Error (%)
15×15×15	1/6	0.66	0.64	0.69	7.5
	1/3	0.50	0.50	0.53	6.95
	1/2	0.44	0.41	0.41	0.00
	3/4	0.36	0.33	0.34	5.1
20×20×20	1/6	0.75	0.73	0.75	1.75
	1/3	0.61	0.58	0.63	7.62
	1/2	0.55	0.52	0.54	3.71
	1 1/2	0.41	0.39	0.44	11.35
40×40×40	1/4	0.89	0.89	0.88	2.02
	1/2	0.80	0.79	0.78	1.77
	1	0.64	0.63	0.62	0.80
	1 1/2	0.57	0.55	0.52	4.6
	2	0.45	0.43	0.41	3.5
	3	0.32	0.28	0.26	7.8

Table 1-3. Potato Spherical

Size [mm]	θ [hr]	W/W_0	Ee	Ec	Error (%)
D=20	0	1.0	1.0	1.0	—
	1/4	0.7	0.68	0.64	5.9
	3/4	0.45	0.43	0.44	3.54
D=25	1/4	0.76	0.75	0.72	4.02
	3/4	0.53	0.51	0.55	7.23
	1 1/4	0.42	0.38	0.41	7.35
D=30	1/2	0.64	0.62	0.68	4.71
	1	0.51	0.48	0.52	7.7
	2	0.36	0.33	0.41	19.5

D=40	1/2	0.75	0.73	{0.87 {0.74*	{8.84 {1.35*
	1	0.52	0.50	{0.65 {0.52*	{23.0 {5.2*
	2	0.43	0.40	{0.55 {0.44*	{28.4 {9.1*
H=50 D=20	1/4	0.73	0.72	0.78	8.28
	3/4	0.54	0.52	0.55	5.5
	1 3/4	0.28	0.25	0.33	25.32
H=50 D=25	1/4	0.79	0.78	0.84	7.15
	3/4	0.65	0.63	0.64	1.10
	1 3/4	0.40	0.37	0.42	13.21
H=50 D=35	2 3/4	0.25	0.23	0.31	26.21
	1/2	0.77	0.75	0.77	2.21
	1 1/2	0.58	0.55	0.51	3.18
H=50 D=40	2 1/2	0.46	0.42	0.44	5.18
	1/4	0.91	0.91	0.90	0.55
	3/4	0.80	0.79	0.76	3.42
H=50 D=50	1 3/4	0.54	0.52	0.58	12.21
	2 3/4	0.43	0.39	0.44	16.22
	1/2	0.81	0.80	0.84	5.0
	1 1/2	0.67	0.65	0.64	1.57
	2 1/2	0.55	0.52	0.55	4.58

* : Ee와 Ec와의 差가 大기 때문에 正六面體로 가정하여 計算한 값.

式의 積分値는 X vs w 에서 圖式解法으로 求했으며, 圖配는 Fig-3a에서 求했다. 이 結果 擴散係數는 Fig-4

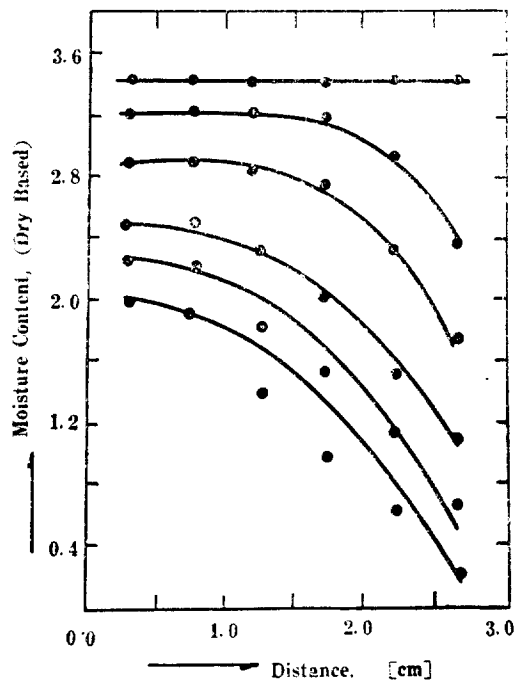


Fig. 3-a. Moisture Content of Potato

와 같다. 始點擴散係數와 終點에 있어서의 擴散係數의 對數平均値는 $0.049 [\text{cm}^2 \cdot \text{hr}^{-1}]$ 이며 全體的인 幾何平均値는 $0.032 [\text{cm}^2 \cdot \text{hr}^{-1}]$ 算術平均値는 0.047 이다. 理

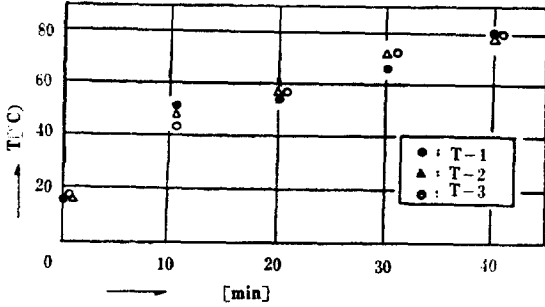


Fig. 3-b. Temperature of T-1, T-2, T-3 at Fig-2

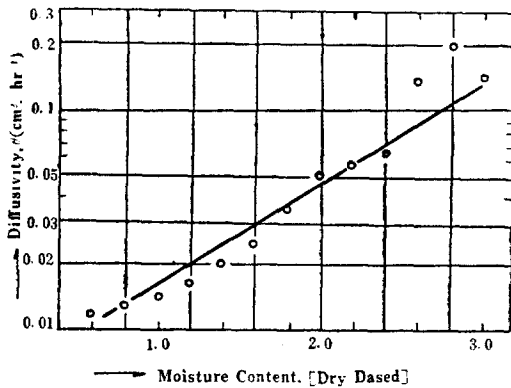


Fig. 4. Diffusivity

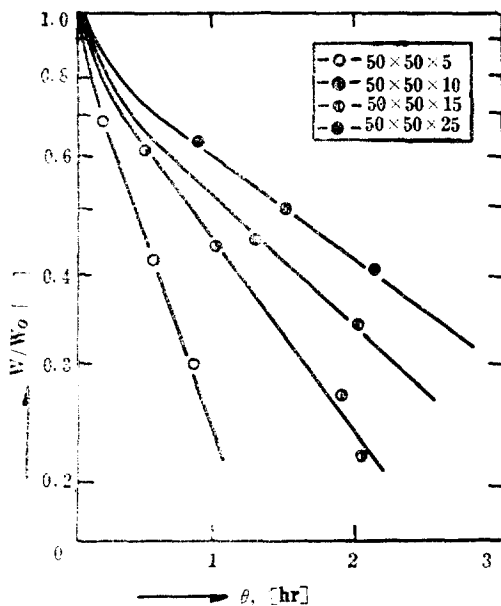


Fig. 5. $\ln(W/W_0)$ vs θ (Potato Slab Sample)

論式 計算에 利用된 擴散係數는 $0.047 [\text{cm}^2 \cdot \text{hr}^{-1}]$ 이었다.

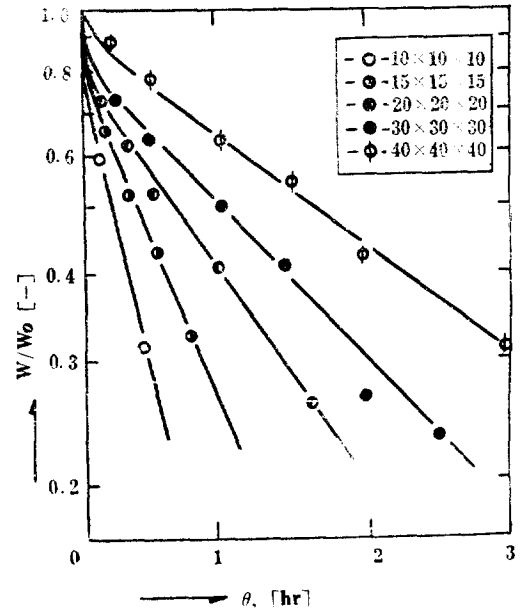


Fig. 6. $\ln(W/W_0)$ vs θ (Potato Rectangular Sample)

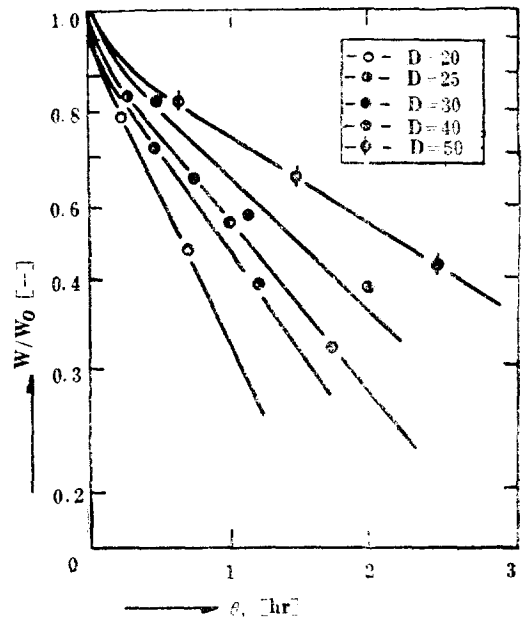


Fig. 7. $\ln(W/W_0)$ vs θ (Potato Spherical Sample)

이 擴散係數를 使用하여 計算한 理論乾燥率과 實驗에 依한 乾燥率은 Table 1-1~Table 1-4 에 比較한다. 이 때의 乾燥率은 Fig-1 과 式(4), (5), (2)를 利用한

計算值이다.

Table-1에서 보는 바와 같이 表面含水率は 아주 작은 값이므로 다음과 같이

$$\frac{W-W_{\infty}}{W_0-W_{\infty}} \approx \frac{W}{W_0} \quad (8)$$

생각할 수 있다. 實驗結果의 乾燥速度定數 $k[\text{hr}^{-1}]$ 의 값을 알기 위하여 時間에 對한 乾燥率變化를 Fig-5, 6, 7, 8에 表示하였다. 이때 流動層內의 溫度는 80°C , 空氣의 線速度는 $7.5 [\text{cm/sec}]$ 로 유지되었다.

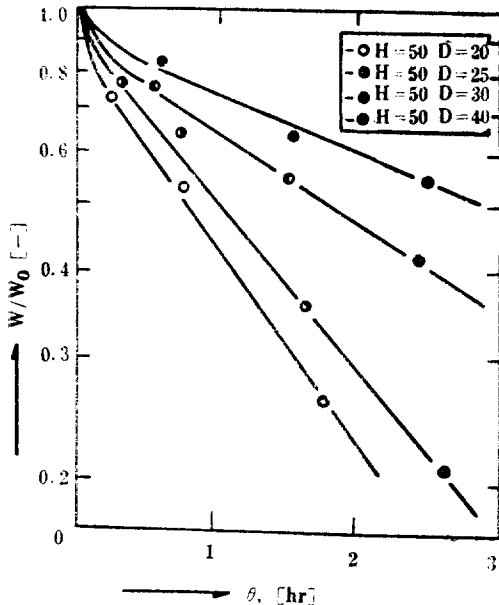


Fig. 8. $\ln(W/W_0)$ vs θ (Potato Cylindrical Sample)

參 考

含水率 減率과 時間과의 關係: Fig-5~8에서 보는 바와 같이 曲線部分과 直線部分으로 나타난다. 두께가 얇을 수록 曲線部分의 期間이 짧으며 두께가 두꺼울 수록 曲線部分의 期間이 길어진다. 즉 두꺼울수록 恒率 乾燥期間이 길다.

乾燥速度定數와 試料의 幾何學的 形態와의 關係: (2)式에서 各 項의 影響을 檢討하기 위하여 두께 2cm

Table-2. Calculations of Equ (2)

$\theta[\text{hr}]$	1st-term	2nd-term	3rd-term
0.25	0.9714	0.0856	1.81×10^{-2}
0.5	0.9436	0.0659	9.44×10^{-3}
1.0	0.8991	0.0391	4.73×10^{-4}
3.0	0.7918	0.0047	7.85×10^{-6}

θ : drying time

의 試料를 例로 든다. 乾燥時間에 對하여 3項까지 計算해 보면 Table-2와 같다.

0.5時間後의 初項과 3項까지의 合을 比較하면

$$\frac{(\text{初項}) + (\text{第2項}) + (\text{第3項})}{(\text{初項})} = \frac{1.0189}{0.9436} = 1.082$$

과 같으므로 어느 程度의 時間이 지나면 第2項 以下는 無視할 수 있으며 (2)式을 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\frac{W-W_{\infty}}{W_0-W_{\infty}} \approx \frac{W}{W_0} = \frac{8}{\pi^2} e^{-D\pi^2\theta/4a^2} \quad (9)$$

(\because (8)式 참조)

減率乾燥速度(4)

$$-\frac{dW}{d\theta} = k(W-W_{\infty}) \quad (10)$$

에서 $[W]_{\theta=0} = W_0$ 이므로 (10)式으로 부터

$$\frac{W-W_{\infty}}{W_0-W_{\infty}} \approx \frac{W}{W_0} = e^{-k\theta} \quad (11)$$

을 求할 수 있으며 (9)式과 (11)式에서

$$k = \frac{D\pi^2}{4a^2} - \frac{1}{\theta} \ln \frac{8}{\pi^2} \quad (12)$$

이 成立됨을 알 수 있다. 또한 (9)式은 (4)式에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_{re} \approx \frac{W}{W_0} &= \left(\frac{8}{\pi} e^{-D\pi^2\theta/4a^2} \right) \times \frac{8}{\pi} e^{-D\pi^2\theta/4b^2} \\ &\times \left(\frac{8}{\pi} e^{-D\pi^2\theta/4c^2} \right) \\ &= \left(\frac{8}{\pi^2} \right)^3 \exp \left\{ -\frac{D\pi^2\theta}{4} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

(11)式과 (13)式에서

$$\begin{aligned} k &= \frac{D\pi^2}{4} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) - \frac{3}{\theta} \ln \frac{8}{\pi^2} \\ &= \frac{D\pi^2}{4(\bar{a})^2} - \frac{A}{\theta} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{단 } (\bar{a})^2 = \frac{1}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}$$

$$A = 3 \ln \frac{8}{\pi^2}$$

를 얻을 수 있으며, sphere에 對하여는 다음과 같은 式을 求할 수 있다.

$$k = \frac{D\pi^2}{4(\bar{a})^2} - \frac{B}{\theta} \quad (15)$$

$$\text{단, } (\bar{a})^2 = \frac{a^2}{4}, \quad B = \ln \frac{6}{\pi^2}$$

圓柱體에 對해서는 六面體와 球體의 경우를 參考하여 簡略하게 다음과 같이 두면 實驗結果가 比較的 良好說明됨을 알았다.

$$k = D\pi^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{4c^2} \right) + \frac{C}{\theta}$$

$$= \frac{D\pi^2}{4(\bar{a})^2} + \frac{C}{\theta} \quad (16)$$

$$\text{단 } (\bar{a})^2 = \frac{1}{4\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2}\right)} \quad c: \text{常數}[-]$$

Table 3. Observed k Values

Sample	Size[cm]	$\frac{D\pi^2}{4(\bar{a})^2}$ [hr ⁻¹]	k[hr ⁻¹]
Cubic Sample	4.0×4.0×4.0	0.103	0.346
	3.0×3.0×3.0	0.222	0.506
	2.0×2.0×2.0	0.456	0.690
	1.5×1.5×1.5	0.850	1.080
	1.0×1.0×1.0	1.68	1.61
Rectangular Sample	5.0×5.0×2.5	0.147	0.23
	5.0×0.5×1.5	0.295	0.33
	5.0×5.0×1.0	0.608	0.69
	5.0×5.0×0.5	2.310	1.69
	D=5.0	0.091	0.23
Spherical Sample	4.0	0.150	0.42
	3.0	0.250	0.48
	2.5	0.360	0.67
	2.0	0.562	0.91
Cylindrical Sample	H=5.0, D=5.0	0.112	0.219
	3.5	0.217	0.226
	2.5	0.378	0.462
	2.0	0.575	0.670

(14), (15), (16)식에서는 건조속도定數 k[hr⁻¹]가 시간 θ[hr]의 函數로 되어 있지만 本 實驗結果에서는 Fig. 9, Fig. 10과 같이 시간 θ의 項이 絶對으로서 一定値로 나타났다. 이것은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 擴散係數는 含水率의 函數이며 더 나가 건조中の 含水率은 時間의 函數인 것이다. 건조初期의 含水率은 크기 때문에 擴散係數 또한 큰 값을 갖게되어 (14), (15), (16)식의 時間 θ의 項의 影響이 적으며 건조時間이 經過됨에 따라 擴散係數가 적어지며 또한 時間의 項도 적어져 影響이 적어져 건조속도定數 k[hr⁻¹]가 一定値로 된다고 생각된다. 그러므로 건조操作中の 擴散係數는 건조期間中の 平均値를 使用하여도 計算上 可能하다고 생각된다.

本 實驗 範圍內에서 건조속도定數 k[hr⁻¹]의 誤差를 ±20% 以內로 할 경우 다음과 같은 近似式을 생각할 수 있다.

$$k = \alpha \cdot \frac{D\pi^2}{4(\bar{a})^2} \quad (17)$$

實驗範圍內에서의 實驗式

단 α: 常數(그림에서의 기울기)

$$k = \beta \cdot \frac{D\pi^2}{4(\bar{a})^2} + \gamma \quad (18)$$

(17)식의 α는 물론 試料의 形態에 對해 다른 값을 갖는다. 이 기울기 α와 實驗式에 依한 기울기 β를 比較해 보면 Table 4와 같다. (14), (15), (16)식 中の 時間 θ의 影響과 건조時間에 依한 擴散係數 D[cm²·hr⁻¹]의 影響은 相殺하여 건조속도定數 k[hr⁻¹]를 그 試料에서 一定値로 한다는 것은 無理이나 工學的 見地에서 좀 可能하다고 본다. Fig. 9, Fig. 10에서의 斜線

Table 4. Examination of Equ. (17) and Equ. (18)

Sample	α	β	[hr ⁻¹]
Cubic	1.3	0.71	0.32
Rectangular	0.97	0.67	0.16
Spherical	2.06	0.97	0.18
Cylindrical	1.36	0.78	0.06

領域은 건조속도定數 k[hr⁻¹]의 試差가 20% 以上인 部分이다. 그러므로 20% 誤差의 範圍以內에서, Dπ²/4(ā)²를 알면 건조속도定數를 알 수 있으며 건조속도定數에 依하여 건조時間과 未乾燥率을 推測할 수 있다.

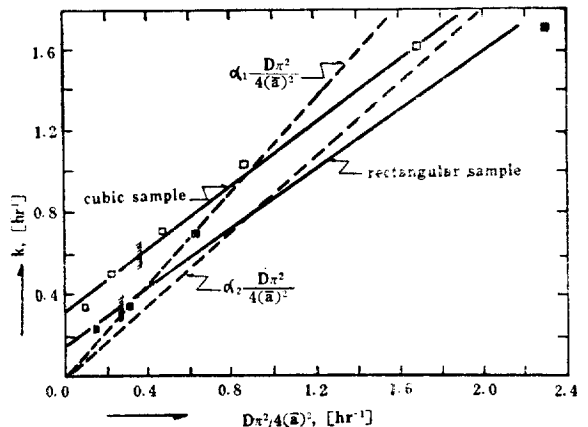


Fig. 9. k vs Dπ²/4(ā)² (Potato for Cubic and Rectangular Sample)

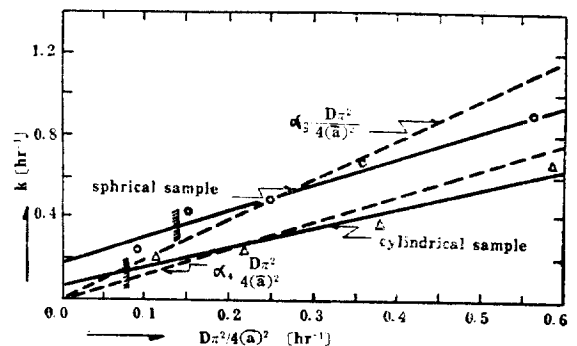


Fig. 10. k vs Dπ²/4(ā)² (for Spherical and Cylindrical Sample)

結 論

- 1) Wakabayashi 의 方法으로 測定한 擴散係數를 利用하여 計算한 未乾燥率과 本 實驗結果의 未乾燥率과의 比較時 30% 以內의 誤差範圍에서 一致한다. 球體試料의 未乾燥率 比較時에 큰 誤差 (30%)가 생긴다.
- 2) 實驗 範圍內에서 試料의 $D\pi^2/4(\bar{a})^2$ 을 함으로써 乾燥速度定數 $k[\text{hr}^{-1}]$ 를 推定 할수 있으며 乾燥速度定數에 依하여 그 試料의 乾燥條件(含水率)에 맞게 乾燥하는데에 所要 乾燥時間을 推測 할 수 있다. 乾燥速度定數의 許容 誤差 範圍가 주어 질 경우에는 다음과 같은 近似式으로서 乾燥速度定數를 推定 할 수 있다.

$$k = \alpha \frac{D\pi^2}{4(\bar{a})^2}$$

記 號 說 明

A: $3 \ln \frac{8}{\pi^2}$ [-]

B: $\ln \frac{6}{\pi^2}$ [-]

C: (16)式의 常數 [-]

a: 六面體의 一邊의 길이 또는 球體나 圓柱 半徑 [cm]

b: 六面體 一邊의 길이, 또는 圓柱의 높이 [cm]

c: 六面體의 一邊 [cm]

D: 擴散係數 [$\text{cm}^2 \cdot \text{hr}^{-1}$]

E: 未乾燥率 [-]

E_s : 理試式에 依하여 計算한 未乾燥率 [-]

E_{cy} : 圓柱體의 未乾燥率 [-]

E_{ic} : 無限 圓柱體의 未乾燥率 [-]

E_p : 實驗結果의 未乾燥率 [-]

E_{is} : 無限 slab 의 未乾燥率 [-]

E_{rs} : 六面體의 未乾燥率 [-]

E_{sp} : 球體의 未乾燥率 [-]

k: 乾燥速度定數 [hr^{-1}]

w: 含水率 (x, θ 의 函數) [-]

W: 含水率 (θ 만의 函數) [-]

W_0 : 初期含水率 [-]

W: 表面含水率 [-]

x: 試料 中心으로 부터의 거리 [cm]

X: 試料 表面으로 부터의 거리 [cm]

θ : 乾燥時間 [hr]

$(\bar{a})^2$: 六面體 모형의 경우: $\frac{1}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}$ [cm^2]

球體모형의 경우: $\frac{a^2}{4}$ [cm^2]

圓柱體모형의 경우: $\frac{1}{4\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{4c^2}\right)}$ [cm^2]

α : 近似式의 기울기 [-]

β : 實驗式의 기울기 [-]

γ : 實驗式의 常數(절편) [hr^{-1}]

參 考 文 獻

- 1) 若林嘉一郎; 化學工學 28. p.36 (1964)
- 2) Treybal; Mass Transfer Operation, p.68, McGraw Hill Book Co. (1955)
- 3) Chank; The Mathematics of Diffusion, p.100, Oxford Fat The Clarendon Press (1966)
- 4) 藤田重文; 化學工學, p.156, 東京化學同人會(1954)