

폭 변화를 고려한 제지 공정의 최적 생산 계획 수립

김동훈 · 정연수* · 여영구** · 문 일†

연세대학교 화학공학과

*서울시립대학교 화학공학과

**한양대학교 화학공학과

(2002년 1월 4일 접수, 2002년 8월 12일 채택)

The Optimal Scheduling of Paper Mill Process Considering Width-Pattern Change

Donghoon Kim, Yonsoo Chung*, Yeong Koo Yeo and Il Moon†

Department of Chemical Engineering, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea

*Department of Chemical Engineering, University of Seoul, Seoul 130-743, Korea

**Department of Chemical Engineering Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

(Received 4 January 2002; accepted 12 August 2002)

요 약

본 연구에서는 제지 공정에서 발생하는 파지를 최소화 하기 위한 방법으로 처음으로 원료 롤의 최대 폭을 패턴화하는 방법을 도입하였다. 이 방법은 제지 공정에서 사용하던 기존의 경험에 의존해왔던 방법과는 달리 수학적 방법을 사용하여 발생하는 파지의 양을 최소화 하는 동시에 수요자의 요구에 맞게 최적의 생산 일정을 계획하는 방법을 제시한 것이다. 먼저 파지 손실(trim loss)을 고려한 문제를 수학적으로 모델링하고, 이 수식을 이용하여 파지 손실을 더욱 효과적으로 줄이기 위하여 원료 종이 롤의 최대 폭을 패턴화하는 방법을 도입하여 재수식화(reformulation)하였다. 이러한 개념을 MINLP(Mixed-Integer Non-Linear Programming) 형태로 수학적으로 수식화한 후에 이 모델에서 나타난 쌍일차성(bilinearity)을 해결하기 위하여 파라미터화 방법을 적용하여 MINLP의 복잡한 형태를 MILP(Mixed-Integer Linear Programming)로 단순화 시켰다. 본 연구의 특징은 제지 공정에서 파지 손실을 효과적으로 줄이는 것과 수요자의 요구에 맞는 최적의 생산 일정 계획을 수립하는 것에 대해, 제단 공정에서 폭의 변화에 따른 수학적 모델을 이용한 최적의 생산 일정을 계획하기 위한 방법을 제시하였다.

Abstract – This paper focuses on the new developed MILP model for the optimal scheduling of the sheet cutting process considering the width-pattern change. This study uses a mathematical model in scheduling a paper mill process, differing from generally used heuristic methods. This method minimizes the amount of trim loss produced during the processing and produces optimal paper mill processing schedules to meet user's demands. First, mathematical modelling considering trim loss is carried out. Next, using the formula, reformulation is done by introducing methods to patternize maximum width of raw paper reel to reduce trim loss effectively. After the mathematical formulation of this concept in the form of MINLP, the parameterization method is applied to simplify the complex form of MINLP to MILP in order to solve the bilinearity created in this model. This study introduces an effective method to reduce trim loss in paper mill processing and to set an optimal scheduling which meet user's demands by using a mathematical model considering the width-pattern change in the cutting process.

Key words: Scheduling, Trim Loss, Paper Mill Process, MINLP, Width-Pattern Change, Parametrization

1. 서 론

1-1. 제지 공정(paper mill process) 개요

일상 생활에서 큰 비중을 차지하고 있으며 컴퓨터의 사용이 증가하면서 더욱 수요가 늘어나고 있는 종이는 그 용도에 따라 여러 가지의 규격과 평량을 필요로 한다. 제지 공정에서는 폭이 넓은 원료 종이를 만

든 후 이를 규격에 맞는 크기로 잘라 내어 일정한 규격에 맞는 종이를 만들어 낸다. 일반적으로 제지 공정은 펄프에서 종이를 만드는 초지 공정(paper machine process), 종이에 코팅재를 입힘으로써 일정한 수준의 평량과 품질, 광택을 유지하게 하는 코팅 공정(coating process), 만들어진 원료 종이 롤을 규격에 맞게 자르는 제단 공정(sheet cutting process), 규격에 맞게 잘라진 종이를 포장하는 포장 공정(roll wrapping/ream wrapping process)의 단계로 구성되어 있다(Fig. 1).

본 연구에서는 위의 공정 중 제단 공정에서 발생하는 파지의 손실을 최소화 하기 위한 연구이다.

†To whom correspondence should be addressed.
E-mail: ilmoon@yonsei.ac.kr

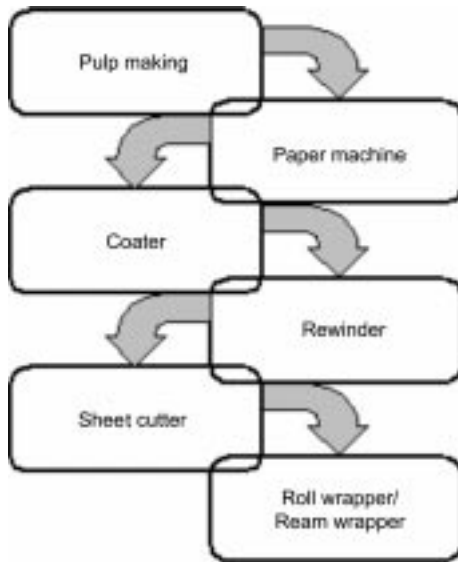


Fig. 1. Paper mill process.

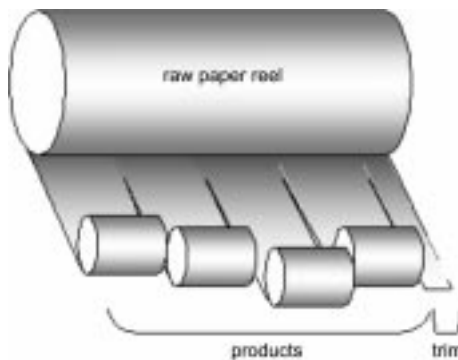


Fig. 2. Trim loss.

1-2. 파지 손실 문제(trim loss problem)

제지 공정의 여러 단계 중 절단 공정에서는 여러 종류의 규격을 충족시키기 위하여 폭이 일정한 원료 종이 롤을 분할하여 수요에 맞는 규격의 종이를 생산하게 된다. 일정한 크기의 원료 종이에서 여러 종이를 생산하기 위해 정해진 절단 패턴에 따라 종이를 자르게 되는데, 원료 종이에서 절단 패턴에 따라 규격에 맞는 종이를 잘라내고 나면 여분의 파지가 발생하게 된다. 이때, 원료 종이의 크기는 일정하고 생산되는 종이의 폭의 합은 수요에 따라 바뀌므로 파지의 양도 절단하는 패턴에 따라 달라지게 된다. 이 파지는 다시 에너지를 투입하여 소각하거나 재활용 공정을 거쳐야 하므로 이러한 파지의 발생량을 최소화 하면서 수요자의 주문을 충족시켜야 하는 파지 손실 문제(trim loss problem or cutting stock problem)는 제지 공정에서 경제적, 환경적으로 매우 중요한 문제이다[6, 9, 12].

1-3. 폭의 패턴 변화를 고려한 파지 손실(width-pattern change)

권취기(rewinder)에서는 일정한 폭을 가진 원료 종이 롤을 가지고 여러 종류의 규격을 충족시키기 위해 원료 종이 롤을 분할하여 수요에 맞는 규격의 종이를 생산하게 된다. 하지만 여기서 원료 종이 롤의 크기가 약간의 가변성을 가짐을 알 수 있다. 지금까지의 제지 공정에서는 이러한 가변성을 배제하고 경험적이고 기존의 생산 자료에 의존하여 최적의 원료 종이 롤 폭을 하나로 정하여 생산하고 또 이 하나의 원료 종이 롤만을 가지고 수요에 맞는 규격의 종이를 생산하게 된다는 것을 알

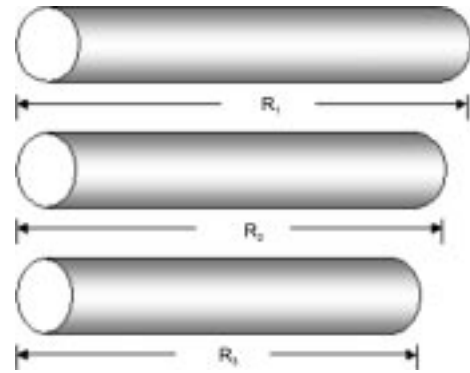


Fig. 3. Change of width-patterns.

수 있다. 하지만 일정한 크기의 원료 종이에서 여러 종이를 생산하기 위해 정해진 절단 패턴에 따라 종이를 자르게 되는데, 이 때 원료 종이 롤이 여러 가지 패턴을 갖는다면 원하는 수요에 맞게 원료 종이 롤의 폭을 여분의 파지가 더 감소하는 방향으로 선택을 할 수 있게 한다면 그만큼의 손실을 줄일 수 있게 될 것이다. 따라서 원료 종이의 폭을 변화시켜주고 수요에 따른 폭의 패턴을 계산하고, 다시 원료 종이의 폭을 선택한 후에 그 원료 종이 롤을 가지고 생산 계획을 세우게 된다면 파지의 양도 이에 따라 달라지게 된다. 이러한 것을 폭의 패턴 변화(width-pattern change)라 하고 이는 제지 공정에서 파지 손실을 더욱 줄임으로써 많은 이득을 볼 수 있는 매우 중요한 방법이다.

2. 이론적 배경

본 연구는 수요자의 주문량을 만족시키면서 동시에 여러 규격의 종이를 생산할 때 여분으로 발생하는 파지의 양을 최소화하기 위해 최적화 기법을 이용하여 문제를 해결하는 것이다. 이러한 파지의 양을 최소화하기 위하여 기존에는 주로 경험적인 방법에 의해서 생산 일정 계획이 수립되었다[4]. 하지만 이러한 제지공정의 생산 일정 계획은 Harjunkoski, Westerlund, Grossmann 등에 의해서 지금의 MINP, MINLP형태의 수학적 모델로 표현되었다. 이렇게 생산 일정 계획이 수화적인 MINLP 형태 또는 MILP 형태의 문제로 모델링 되었지만, 문제의 최적해를 구한다는 것은 쉬운 일이 아니다. 이러한 혼합정수계획법의 결과가 선형적(linear)이고, 볼록성(convex)을 갖는다면 최적해(global optimum)를 구하는 것은 쉬운 문제일 것이다. 하지만 이러한 것이 비선형적이고, 비볼록성의 복잡한 성질을 갖음으로써 처음에는 효과적인 해결을 하지 못하고 ILP(Integer Linear Programming) 형태로 문제를 풀었으며[9], 그 다음에는 MILP[5, 7], 지금에 와서는 MINLP를 풀 수 있는 알고리즘을 개발하는 단계에 이르렀고, 활발한 연구가 진행중이다[10-13].

먼저 기존의 MINLP 형태를 살펴보면 하나의 최대 폭을 가지고 그 안에서 파지 손실을 최소화하는 방법으로 모델링 되었다. 본 연구에서는 이러한 최대 폭을 가지는 롤이 가변적이라는 점을 이용하여 롤을 세 가지 형태로 패턴화 함으로써 얻을 수 있는 이점을 고려하여 기존의 MINLP 모델에 롤의 세 가지 폭 변화를 고려하는 항목을 추가시키면서 재수식화 하였고, 이를 통해서 롤의 폭 변화가 파지손실의 최소화에 일만큼의 영향을 미치는지를 살펴보았다. 또한 목적함수와 제약식에서 두 정수 변수가 곱의 형태로 형성되는 쌍일차성이 나타나게 되는데 이것이 주어진 문제의 비볼록성과 비선형성을 갖게 함으로써 문제의 수렴성이 극히 저하되어 최적해가 아닌 부분해(local optimum)로 수렴하게 된다는 것을 알 수 있다[6]. 이러한 쌍일차성을 해결하기 위한 방법으로 곱의 형태를 이루는 두 정수 변수 중 한 변수를 해의 가능영역(feasible region) 안에 있는 값들의 집합으로 파라미터화하는 방법을 모색하였다.

이러한 방법을 위해 제약식 중 일부를 이용하여 하나의 변수를 파라미터로 변환하는 알고리즘을 개발하고, 이때 사용되는 최대폭에 상한치(upper bound)와 하한치(lower bound)를 이용하여 패턴의 조합에 따라 사용되는 점보롤을 결정하여 하나의 파라미터 집합으로 만들고, 이를 이용하여 제지 공정의 파지 손실을 최소화하는 문제를 MINLP 방법으로 해결하고자 한다.

3. 파지 손실을 고려한 수학적 모델

최적화 방법을 적용하기 위한 첫 단계로 대상 문제의 범위를 제지 공정 중에서 rewinder 공정에서 만들어지는 일정한 폭을 가지는 원료 종이 롤을 수요량에 따라 알맞은 크기로 cutting하는 절단 공정의 일정계획을 문제의 대상으로 한다. 두 번째로는 이 절단 공정에서 발생하는 파지 손실을 최소화하는 것을 목적함수로 두고, 동시에 비용을 최소화하는 것을 고려한다. 여기에 변수들과 제약 조건을 넣게 되면 우리가 원하는 제지 공정에 대한 수학적 모델이 구축될 것이다. 이러한 수학적 모델을 사용하기 전의 재단 공정의 일정 계획은 기존의 경험적 방법 또는 과거의 data에 의존한 방법을 사용하였다. 하지만 이러한 경험적 방법 대신에 본 연구에서 사용하는 수학적 모델을 사용한 일정 계획은 같은 양의 종이를 생산하더라도 발생하는 파지의 양이 달라질 수 있음으로 파지 손실을 최소화하는 방법, 원료의 폭을 패턴화 함으로써 파지의 손실을 기존의 방법보다 더 줄일 수 있는 방법, 재단 패턴을 자주 바꾸으로써 생기는 에너지 소비와 생산 중단에 따른 비용 손실 등의 비용을 최소화하기 위한 수학적 모델로써 MINLP 형태로 모델을 수립하였고, 이 모델의 복잡성을 해결하기 위해 MILP의 형태로 변환하는 방법을 연구하였다.

3-1. 파지 손실을 줄이기 위한 수학적 모델링

먼저 기존의 재단 공정에 대한 수학적 모델을 살펴보면 아래와 같다. 원료비용과 재단 패턴을 바꿀 때의 에너지 소비와 생산 중단으로 인한 손실의 비용을 합한 총 비용을 목적 함수(1)를 만들고, 각각의 변수들을 지정한 후 목적 함수에 대한 수요자의 주문량, 한 원료 종이 롤에서 만들 수 있는 제품의 최대 종류의 수, 재단 패턴 폭의 상한과 하한, 파지의 양을 제약식(2)-(7)으로 간주하여 이들을 다음 식들과 같이 수학적 모델링하였다[11, 12].

$$\min \left\{ \sum_{j=1}^J (c_j \cdot m_j + C_j \cdot y_j) \right\} \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{i=1}^I b_i \cdot n_{ij} - B_{j,\max} \leq 0 \quad (2)$$

$$-\sum_{i=1}^I b_i \cdot n_{ij} + B_{j,\max} - e_j \leq 0 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^I n_{ij} - N_{\max} \leq 0 \quad (4)$$

$$y_j - m_j \leq 0 \quad (5)$$

$$m_j - M_j \cdot y_j \leq 0 \quad (6)$$

$$n_{i,\text{order}} - \sum_{j=1}^J m_j \cdot n_{ij} \leq 0 \quad (7)$$

$$i=1, \dots, I$$

$$j=1, \dots, J$$

$$m_j, n_{ij} \in \mathbb{Z}^+$$

$$y_j \in \{0, 1\}$$

는 특정한 규격의 제품(product)을 나타내며 j 는 사용되는 패턴의 종류를 표현하는 것이다. 목적함수 (1)에서, c_j 는 특정한 패턴 j 를 만들기 위해 투입되는 원료 종이 롤(raw reel/jumbo roll) 하나의 비용이고, m_j 는 수요량에 맞추어 제품을 만들기 위해 패턴 j 가 몇 번 쓰이는지를 결정하는 정수변수이다. C_j 는 재단 패턴을 바꾸기 위해 재단기의 운전을 정지시킴에 따른 생산 시간 증가에 따른 손실과 고정되어 있던 칼날(slitter)들의 위치를 바꾸는 데 소모되는 에너지 비용 등의 총합이며 보통 원료 롤의 1/10에 해당하는 비용을 갖는다. y_j 는 이진 변수로써 패턴이 바뀔 경우에만 1의 값을 가지므로 패턴이 바뀔 때 소요되는 비용을 발생하게 하며 패턴이 바뀌지 않을 경우에는 0의 값을 가진다.

위의 목적함수를 제약하는 제약식을 식 (2)-(7)에 나타내었다. (2)는 각 패턴에서 생산되는 종이들의 폭의 합이 원료 종이 롤의 크기보다 작아야 한다는 것을 나타내고, (3)은 각 패턴에서 생산되는 종이들의 폭의 합이 주어진 일정 범위 $B_{j,\max} - e_j$ 와 $B_{j,\max}$ 사이에 있어야 한다는 것을 뜻한다. 식 (4)는 한 패턴에서 나오는 제품의 종류가 재단기에서 생산할 수 있는 종류보다 많을 수 없음을 의미하고, 식 (5)는 패턴 j 가 생산 일정에서 쓰이지 않을 경우 y_j 의 값을 0으로 정함으로써 패턴을 변화시키지 않게 한다. (6)은 패턴이 쓰이는 횟수 m_j 는 상한 M_j 를 넘을 수 없다는 것을 뜻한다. (7)은 생산된 제품 n_i 가 수요량을 충족시켜야 함을 의미하며 n_{ij} 는 패턴 j 내에서의 제품 i 가 생산되는 양을 뜻한다.

3-2. 폭의 패턴 변화를 고려한 MINLP 모델

폭의 패턴을 변화시킨다는 이야기는 원료 종이 롤, 즉 원료 종이 롤(raw paper reel)의 최대 폭이 가변적이라는 것을 감안하여 원료 종이를 생산할 때부터 2-3가지의 폭을 패턴화해서 생산하게 된다면 생산 원가를 절감할 수 있을 뿐만 아니라 수요량에 따른 작업 계획을 세울 때 수요량의 폭에 정확히 맞추어서 파지의 손실을 더욱 최소화 할 수 있다는 점을 착안하여 연구를 하게되었다. 먼저 위의 제안에 대한 수식을 위해서는 폭의 패턴을 고려해야 하기 때문에 새로운 변수를 넣어야 한다. 여기에서 고려되어야 할 새로운 변수는 N_r , M_r , B_r 를 사용하였다. 이 새로운 변수들에 대한 설명은 뒤에 언급하기로 하겠다. 먼저 수학적 인 방법을 사용하여 폭의 패턴 변화를 고려한 파지 손실의 최소화를 위해 다음과 같이 모델링 해보았다. 기존의 목적함수에서 과잉생산의 발생을 줄이기 위한 항목, 폭의 패턴 변화를 위한 비용, 칼날을 바꿀 때 시간을 손실비용으로 고려하고, r 번째 원료 종이 롤에서 j 번째 재단 패턴의 칼날 이동에 사용되는 비용 등을 고려하여 파지 발생의 최소화애 따른 원료비용의 절감, 에너지 소비 및 생산 중단에 의한 손실을 최소화하는 것을 목적함수(8)로 사용하였다.

$$\min_{n_{ijr}, m_{jr}, M_r, y_{jr}, y_{jr}', Y_r, Y_r'} \left\{ \sum_{r=1}^R \left\{ C_r \cdot M_r - \sum_{j=1}^{J_r} c_{jr} \cdot m_{jr} + C_r' \cdot Y_r + C_r'' \cdot Y_r' + \sum_{j=1}^{J_r} c_{jr}' \cdot y_{jr}' \right\} \right\} \quad (8)$$

subject to

$$-B_r + \sum_{i=1}^I b_i \cdot n_{ijr} \leq 0 \quad (9)$$

$$B_r - e_r - \sum_{i=1}^I b_i \cdot n_{ijr} \leq 0 \quad (10)$$

$$-N_{r,\max} + \sum_{i=1}^I n_{ijr} \leq 0 \quad (11)$$

$$m_{jr} - H \cdot y_{jr} \leq 0 \quad (12)$$

$$y_{jr} - m_{jr} \leq 0 \quad (13)$$

$$-J_r \cdot Y_r + \sum_{j=1}^{J_r} y_{jr} \leq 0 \quad (14)$$

$$-L_r \cdot M_r + 1 \cdot \sum_{j=1}^{J_r} m_{jr} \leq 0 \quad (15)$$

$$n_{i,order} - \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} m_{jr} \cdot n_{ijr} \leq 0 \quad (16)$$

$$n_{ijr}, m_{jr}, M_r \in Z^+$$

$$y_{jr}, y_{jr}', Y_r, Y_r' \in \{0, 1\}$$

$$i \in \{1, \dots, I\}$$

$$j \in \{1, \dots, J_r\}$$

$$r \in \{1, \dots, R\}$$

여기에서 C_r 과 c_{jr} 은 비용 계수(cost coefficients) 값으로 다음과 같이 계산되어 상수로 쓰이게 된다.

$$C_r = C \cdot L_r \cdot B_r \quad (17)$$

$$c_{jr} = C' \cdot 1 \cdot \sum_{i=1}^I b_i \cdot n_{ijr} \quad (18)$$

여기서 비용 계수 값인 C_r 은 생산품으로써 팔릴 수 있을 때의 원료 중 이 룰 r 의 가격이다. 그리고 C_{jr} 은 만약 원료 중이 룰 r 에서 패턴 j 의 생산품이 과잉 생산으로 취급될 때 원료 중이 룰 r 의 가격이다.

위에서 재수식화된 식에서 제약조건 (9)-(16)들을 살펴보면, 먼저 식 (9)는 각 패턴에서 생산되는 종이들의 폭의 합이 각각의 원료 중이 룰의 크기보다 작아야 한다는 것을 나타내고, (10)은 각 패턴에서 생산되는 종이들의 폭의 합이 주어진 일정 범위 $B_r - e_r$ 와 B_r 사이에 있어야 한다는 것을 뜻한다. 식 (11)은 원료 중이 룰 r 에서 나올 수 있는 제품의 패턴 종류가 원료 중이 룰 r 에서 최대 생산할 수 있는 종류보다 많을 수 없음을 의미하고, (12)와 (13)은 패턴 j 가 생산 일정에서 쓰이지 않을 경우 y_{jr} (이진변수)의 값을 0으로 정함으로써 원료 중이 룰 r 에서의 패턴을 변화시키지 않게 한다. H 를 아주 큰 값으로 주어서 원료 중이 룰 r 에서의 패턴의 수를 제한하게 된다. (14)는 원료 중이 룰 r 에서 가능한 패턴의 종류가 실제 원료 중이 룰 r 에서 생산되는 패턴 j 종류의 합보다 많아야 한다는 것을 뜻한다. (15)는 재단 패턴의 총 길이는 원료 중이 룰의 최대 길이를 초과할 수 없다는 뜻이다. (16)은 생산된 제품 n_{ijr} 이 수요량을 충족시켜야 함을 의미하며 n_{ijr} 은 원료 중이 룰 r 에서 패턴 j 내에서의 제품 i 가 생산되는 양을 뜻한다.

3-3. n_{ijr} 의 파라미터화(parameterization)에 의한 MILP 모델

비선형성을 갖게되는 주된 원인으로 이 수식에서는 n_{ijr} 를 꼽을 수 있다. 이것을 선형화 방법에 의하여 문제를 전환시키는 것이 이 문제의 최적점을 찾기 위한 첫 단계인 것이다. 위에서 수립된 수학적 모델 중 제약식 (16)은 m_{jr} 과 n_{ijr} 이 곱의 형태로 되어 있고, 제약식 (9), (18)도 b_i 와 n_{ijr} 가 곱의 형태로 되어 있다. 이러한 형태의 식은 매우 비선형적이고 볼록하지 않으므로 문제의 수렴성을 극도로 저하시킨다. 이러한 형

태로 나타나는 비선형성을 쌍일차성(bilinearity)이라는 표현으로 정의한다. 이 문제를 해결하지 않고서는 위에 제시한 MINLP 형태의 문제를 해결하기 힘들다. 이러한 쌍일차성을 해결하기 위하여 위의 주어진 제약식 중 몇 가지를 사용하여 파라미터화 하는 방법을 사용하였다.

먼저, 변수 n_{ijr} 을 기존에 제안된 파라미터화 알고리즘에 의하여 변환시킨다. 그리고 이때 얻어진 파라미터의 조합에 대하여 각각의 원료 중이 룰에 가장 적합한 룰을 같이 결정하게 된다. 이 과정을 통하여 얻어진 파라미터를 토대로 파라미터화된 변수에 관계된 필요 없는 제약식을 제거한 후, 이 결과로 얻어지는 MILP를 해결하게 되면 훨씬 개선된 수렴성을 보인다. 이 알고리즘을 이용하여 bilinearity를 발생시키는 제약식 (16), (18)에서 두 변수 중 n_{ijr} 을 파라미터화하면 위 목적함수와 제약식들은 n_{ijr} 에 관계된 식 (9), (10), (11)은 제거되면서 다음과 같이 식이 간단하게 바뀌게 된다.

$$\min_{n_{ijr}, m_{jr}, M_r, y_{jr}, y_{jr}', Y_r, Y_r'} \left\{ \sum_{r=1}^R \left\{ C_r \cdot M_r - \sum_{j=1}^{J_r} c_{jr} \cdot m_{jr} + C_r' \cdot Y_r + C_r'' \cdot Y_r' + \sum_{j=1}^{J_r} c_{jr}' \cdot y_{jr} \right\} \right\} \quad (8)$$

subject to

$$m_{jr} - H \cdot y_{jr} \leq 0 \quad (12)$$

$$y_{jr} - m_{jr} \leq 0 \quad (13)$$

$$-J_r \cdot Y_r + \sum_{j=1}^{J_r} y_{jr} \leq 0 \quad (14)$$

$$-L_r \cdot M_r + 1 \cdot \sum_{j=1}^{J_r} m_{jr} \leq 0 \quad (15)$$

$$n_{i,order} - \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} m_{jr} \cdot n_{ijr} \leq 0 \quad (16)$$

$$n_{ijr}, m_{jr}, M_r \in Z^+$$

$$y_{jr}, y_{jr}', Y_r, Y_r' \in \{0, 1\}$$

$$i \in \{1, \dots, I\}$$

$$j \in \{1, \dots, J_r\}$$

$$r \in \{1, \dots, R\}$$

$$C_r = C \cdot L_r \cdot B_r \quad (17)$$

$$c_{jr} = C' \cdot 1 \cdot \sum_{i=1}^I b_i \cdot n_{ijr} \quad (18)$$

위 식을 이용하여 실제 공정의 일정 계획을 수립하였다.

4. 예제 및 최적화 결과

앞서 설명한 수학적 모델과 최적화 방법을 예제에 적용시켜 보았다. 예제는 폭의 변화가 없이 경험적 방법과 과거의 자료에 의존한 실제 제지 공정에서 생산 계획으로 사용되고 있는 자료를 바탕으로 기존의 생산 계획과 본 연구에서의 방법을 적용했을 때의 결과를 비교 분석하였다. 원료 중이 룰은 기존 공정에서는 최대 폭 3,500(mm)을 사용하였을 때의 생산 계획이고, 본 연구에서 사용되는 폭 변화를 위해서 폭을 3가지 3,500(mm), 3,200(mm), 2,900(mm)으로 패턴화 하여 생산 계획을 수립하였다. 원료 중이의 비용과 절단 패턴을 바꾸기 위해 공정을 정지시키는 데 드는 비용, 과잉 생산에 따른 비용 및 룰의 변화에 따른 교체 비용 등은 상대적인 비용으로 가정하여 각각 $C_r=1$, $C_r'=0.1$, $c_{jr}=0.8$, $c_{jr}'=$

0.01로 계산하였고, 한번 사용되기 시작하는 롤은 다 사용될 때까지 생산한다는 가정 하에 아래와 같은 예제를 가지고 계산하였다[1-3].

4-1. 예제(5-products)

기존의 방법인 원료 폭의 패턴을 고려하지 않을 때와 본 연구에서 사용한 원료 폭의 패턴을 고려할 때의 비교를 위해 Harajunkoski(1999)가 사용하였던 예제를 가지고 생산 계획을 세워보았다. 5가지 종류의 종이를 3가지의 원료 종이 롤을 사용하여 롤의 폭 패턴의 변화를 주어 생산하는 일정 계획과 필요한 데이터들이 Table 1에 제시되었다.

목적함수 (8)과 그에 대한 제약식 (12)-(16)를 실제 제지 공정의 데이터를 적용하여 파지손실을 줄이는 동시에 수요량에 따라 최적의 생산 일정 계획을 구한다. 위 예제에서 수요에 대한 작업량에 따라 각 1개(R_1 , R_2 , R_3)의 롤을 썼을 때와 2개($R_1 \& R_2$, $R_2 \& R_3$, $R_1 \& R_3$), 3개($R_1 \& R_2 \& R_3$)의 롤을 동시에 사용하였을 때의 총 7가지 경우에 대해 각각의 단계에서 발생할 수 있는 파지 손실의 비율과 최적 스케줄에 관한 연구를 해보았다.

각각의 폭이 결정된 이 파라미터들과 Table 1의 데이터, 3-3절의 (8), (12)-(18)의 목적함수와 제약식들을 최적화 패키지인 LINGO를 이용하여 PIII-700 MHz(128 M RAM) 사양을 가진 PC에서 최적화 작업을 수행하였다. LINGO의 최적화 수행 후 각각의 폭의 변화에 대한 결과를 비교하였으며 폭의 변화를 주지 않은 생산 계획부터 3가지 폭의 패턴을 변화한 생산 계획을 다음 결과에서 표로 정리하였다.

4-2. 폭(width pattern) 변화를 고려하지 않은 일정계획

4-2-1. 폭 R_1 (=3,500 mm)만을 고려

5가지 제품을 생산할 수 있는 재단 패턴의 조합 중에서 3-2절의 제약식 (9), (10), (11)을 만족시키는 패턴들의 집합을 구하기 위해 3-3절에서 제시된 목적 함수와 제약식, Table 1에 제시된 데이터들을 C언어로 구현한 파라미터 생성 모듈에 대입하여 총 재단 패턴의 조합 315가지 중 제약식을 만족하는 재단 패턴 18가지를 구하였고 이를 Table 2에 나타내었다.

이 파라미터들과 Table 1의 데이터, 3-3절의 (8), (12)-(16)의 목적함수와 제약식들을 최적화 패키지 LINGO를 이용하여 최적화 작업을 수

Table 1. Order of example(harajunkoski, 1999)

Product(i)	Order(n)	Width(mm)
1	38	1,100
2	65	1,200
3	41	1,430
4	52	1,600
5	32	1,730

$B_r=3,500(\text{mm})$, $N_{j\max}=5$, $L_r=6,500(\text{m})$

$C_r=1$, $C_r'=0.1$, $c_{jr}=0.8$, $c_{jr}'=0.01$

$R_1=3,500(\text{mm})$, $R_2=3,200(\text{mm})$, $R_3=2,900(\text{mm})$

Table 2. Feasible cutting patterns in R_1 raw reel

j	1,100	1,200	1,430	1,600	1,730	Trim loss
	$n_{1,jr}$	$n_{2,jr}$	$n_{3,jr}$	$n_{4,jr}$	$n_{5,jr}$	
1	3	0	0	0	0	200
2	2	1	0	0	0	100
3	2	0	0	0	0	1,300
4	1	2	0	0	0	0
5	1	1	0	0	0	1,200
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	0	0	0	0	2	40

Table 3. Result of production schedule(R_1)

	Type of pattern					Recipe	Overproduction
	1	4	13	16	18		
m_j	2	33	21	26	16		
n_{1j}	3	1	0	0	0	38	1
n_{2j}	0	2	0	0	0	65	1
n_{3j}	0	0	2	0	0	41	1
n_{4j}	0	0	0	2	0	52	0
n_{5j}	0	0	0	0	2	32	0
Trim(mm)	400	0	13,440	7,800	640		22,280

행하였다. Table 3은 LINGO의 최적화 수행 결과이며 이 결과를 이용하여 얻어진 최대폭이 3,500 mm(R_1)인 경우만 사용할 때 얻을 수 있는 제지 공정의 일정 계획이다.

원료 종이 롤 R_1 만을 가지고 일정 계획을 세운 결과이다. 총 파지 손실은 22,280(mm)이다.

4-2-2. 폭 R_2 (=3,200 mm)만을 고려

5가지 제품을 생산할 수 있는 재단 패턴의 조합 중에서 3-2절의 제약식 (9), (10), (11)을 만족시키는 패턴들의 집합을 구하기 위해 3-3절에서 제시된 목적 함수와 제약식, Table 1에 제시된 데이터들을 C언어로 구현한 파라미터 생성 모듈에 대입하여 총 재단 패턴의 조합 315가지 중 제약식을 만족하는 재단 패턴 13가지를 구하였고 이를 Table 4에 나타내었다.

이 파라미터들과 Table 1의 데이터, 3-3절의 (8), (12)-(16)의 목적함수와 제약식들을 최적화 패키지 LINGO를 이용하여 최적화 작업을 수행하였다. Table 5는 LINGO의 최적화 수행 결과이며 이 결과를 이용하여 얻어진 최대폭이 3,200 mm(R_2)인 경우만 사용할 때 얻을 수 있는 제지 공정의 일정 계획이다.

원료 종이 롤 R_2 만을 가지고 일정 계획을 세운 결과이다. 총 파지 손실은 30,710(mm)이다.

4-2-3. 폭 R_3 (=2,900 mm)만을 고려

Table 4. Feasible cutting patterns in R_2 raw reel

j	1,100	1,200	1,430	1,600	1,730	Trim loss
	$n_{1,jr}$	$n_{2,jr}$	$n_{3,jr}$	$n_{4,jr}$	$n_{5,jr}$	
1	2	0	0	0	0	1,000
2	1	1	0	0	0	900
3	1	0	1	0	0	670
4	1	0	0	1	0	500
5	1	0	0	0	1	370
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	0	0	0	2	0	0

Table 5. Result of production schedule(R_2)

	Type of pattern					Recipe	Overproduction
	4	6	7	9	11		
m_j	38	3	27	32	14		
n_{1j}	1	0	0	0	0	38	0
n_{2j}	0	2	1	1	0	65	0
n_{3j}	0	0	1	0	1	41	0
n_{4j}	1	0	0	0	1	52	0
n_{5j}	0	0	0	1	0	32	0
Trim (mm)	1,900	2,400	15,390	8,640	2,380		30,710

Table 6. Feasible cutting patterns in R_3 raw reel

j	1,100	1,200	1,430	1,600	1,730	Trim loss
	$n_{1,jr}$	$n_{2,jr}$	$n_{3,jr}$	$n_{4,jr}$	$n_{5,jr}$	
1	2	0	0	0	0	700
2	1	1	0	0	0	600
3	1	0	1	0	0	370
4	1	0	0	1	0	200
5	1	0	0	0	1	70
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	0	0	2	0	0	40

Table 7. Result of production schedule(R_3)

	Type of pattern					Recipe	Overproduction
	1	5	7	8	9		
m_j	3	32	13	52	14		
n_{1j}	2	1	0	0	0	38	0
n_{2j}	0	0	1	1	0	65	0
n_{3j}	0	0	1	0	2	41	0
n_{4j}	0	0	0	1	0	52	0
n_{5j}	0	1	0	0	0	32	0
Trim(mm)	2,100	2,240	3,510	5,200	560		13,610

5가지 제품을 생산할 수 있는 재단 패턴의 조합 중에서 3-2절의 제약식 (9), (10), (11)을 만족시키는 패턴들의 집합을 구하기 위해 3-3절에서 제시된 목적 함수와 제약식, Table 1에 제시된 데이터들을 C언어로 구현한 파라미터 생성 모듈에 대입하여 총 재단 패턴의 조합 315가지 중 제약식을 만족하는 재단 패턴 9가지를 구하였고 이를 Table 6에 나타내었다.

이 파라미터들과 Table 1의 데이터, 3-3절의 (8), (12)-(16)의 목적함수와 제약식들을 최적화 패키지 LINGO를 이용하여 최적화 작업을 수행하였다. Table 7은 LINGO의 최적화 수행 결과이며 이 결과를 이용하여 얻어진 최대폭이 2,900 mm(R_3)인 경우만 사용할 때 얻을 수 있는 제지 공정의 일정 계획이다.

원료 종이 롤 R_3 만을 가지고 일정 계획을 세운 결과이다. 총 파지 손실은 13,610(mm)이다. 이렇게 한가지 폭에 대해서 일정 계획을 세운 것을 비교해 볼 때 한 가지 폭을 사용할 때 최적의 폭이라고 할 수 있는 것은 $R_3(=2,900\text{mm})$ 를 사용할 때이다. 만약 위 공정에서는 한 가지 폭만이 사용되어야 한다고 하면 다른 것들에 비해 상대적으로 손실을 10-15% 정도 덜 발생시키는 R_3 를 선택해야 할 것이다.

4-3. 2가지의 폭(width pattern) 변화를 고려한 일정계획

4-3-1. R_1 과 R_2 두 가지를 동시에 고려

5가지 제품을 생산할 수 있는 재단 패턴의 조합 중에서 3-2절의 제약식 (9), (10), (11)을 만족시키는 패턴들의 집합을 구하기 위해 3-3절에서 제시된 목적 함수와 제약식, Table 1에 제시된 데이터들을 C언어로 구현한 파라미터 생성 모듈에 대입하여 총 재단 패턴의 조합 512가지 중 제약식을 만족하는 재단 패턴 18가지를 구하였고 이를 Table 8에 나타내었다.

이 파라미터들과 Table 1의 데이터, 3-3절의 (8), (12)-(16)의 목적함수와 제약식들을 최적화 패키지 LINGO를 이용하여 최적화 작업을 수행하였다. Table 9는 LINGO의 최적화 수행 결과이며 이 결과를 이용하여 얻어진 최대폭이 3,500 mm(R_1)과 3,200 mm(R_2)를 동시에 사용할 때 얻을 수 있는 제지 공정의 일정 계획이다.

원료 종이 롤을 한 가지가 아닌 두 가지(R_1 & R_2)를 동시에 사용하여

Table 8. Feasible cutting patterns in R_1 & R_2 raw reels

j	r	1,100	1,200	1,430	1,600	1,730	Trim loss
		$n_{1,jr}$	$n_{2,jr}$	$n_{3,jr}$	$n_{4,jr}$	$n_{5,jr}$	
1	1	3	0	0	0	0	200
2	2	2	0	0	0	0	1,000
3	1	2	1	0	0	0	100
4	1	1	2	0	0	0	0
5	2	1	1	0	0	0	900
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	1	0	0	0	0	2	40

Table 9. Result of production schedule(R_1 & R_2)

	Type of pattern					Recipe	Overproduction
	3	4	13	15	16		
m_{jr}	3	32	5	32	26		
n_{1jr}	2	1	0	0	0	38	0
n_{2jr}	1	2	0	0	0	65	2
n_{3jr}	0	0	2	1	0	41	1
n_{4jr}	0	0	0	0	2	52	0
n_{5jr}	0	0	0	1	0	32	0
Trim(mm)	300	0	1,700	1,280	0		3,280

일정 계획을 세운 결과이다. 총 파지 손실은 3,280(mm)이다.

4-3-2. R_2 와 R_3 두 가지를 동시에 고려

5가지 제품을 생산할 수 있는 재단 패턴의 조합 중에서 3-2절의 제약식 (9), (10), (11)을 만족시키는 패턴들의 집합을 구하기 위해 3-3절에서 제시된 목적 함수와 제약식, Table 1에 제시된 데이터들을 C언어로 구현한 파라미터 생성 모듈에 대입하여 총 재단 패턴의 조합 512가지 중 제약식을 만족하는 재단 패턴 13가지를 구하였고 이를 Table 10에 나타내었다.

Table 10. Feasible cutting patterns in R_2 & R_3 raw reels

j	r	1,100	1,200	1,430	1,600	1,730	Trim loss
		$n_{1,jr}$	$n_{2,jr}$	$n_{3,jr}$	$n_{4,jr}$	$n_{5,jr}$	
1	3	2	0	0	0	0	700
2	3	1	1	0	0	0	600
3	3	1	0	1	0	0	370
4	3	1	0	0	1	0	200
5	3	1	0	0	0	1	70
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	2	0	0	0	2	0	0

Table 11. Result of production schedule(R_2 & R_3)

	Type of pattern						Recipe	Overproduction
	1	5	6	8	9	10		
m_{jr}	3	32	6	52	1	21		
n_{1jr}	2	1	0	0	0	0	38	0
n_{2jr}	0	0	2	1	1	0	65	0
n_{3jr}	0	0	0	0	0	2	41	1
n_{4jr}	0	0	0	1	0	0	52	0
n_{5jr}	0	1	0	0	1	0	32	1
Trim(mm)	2,100	2,240	3,000	5,200	270	840		13,650

Table 12. Feasible cutting patterns in R_1 & R_3 raw reels

j	r	1,100	1,200	1,430	1,600	1,730	Trim loss
		n_{1jr}	n_{2jr}	n_{3jr}	n_{4jr}	n_{5jr}	
1	1	3	0	0	0	0	200
2	3	2	0	0	0	0	700
3	1	2	1	0	0	0	100
4	1	1	2	0	0	0	0
5	3	1	1	0	0	0	600
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	1	0	0	0	0	2	40

이 파라미터들과 Table 1의 데이터, 3-3절의 (8), (12)-(16)의 목적함수와 제약식들을 최적화 패키지 LINGO를 이용하여 최적화 작업을 수행하였다. Table 11은 LINGO의 최적화 수행 결과이며 이 결과를 이용하여 얻어진 최대폭이 3,200 mm(R_2)과 2,900 mm(R_3)를 동시에 사용할 때 얻을 수 있는 제지 공정의 일정 계획이다.

원료 종이 물을 한 가지가 아닌 두 가지(R_2 & R_3)를 동시에 사용하여 일정 계획을 세운 결과이다. 총 파지 손실은 13,650(mm)이다.

4-3-3. R_1 과 R_3 두 가지를 동시에 고려

5가지 제품을 생산할 수 있는 재단 패턴의 조합 중에서 3-2절의 제약식 (9), (10), (11)을 만족시키는 패턴들의 집합을 구하기 위해 3-3절에서 제시된 목적 함수와 제약식, Table 1에 제시된 데이터들을 C언어로 구현한 파라미터 생성 모듈에 대입하여 총 재단 패턴의 조합 512가지 중 제약식을 만족하는 재단 패턴 18가지를 구하였고 이를 Table 12에 나타내었다.

이 파라미터들과 Table 1의 데이터, 3-3절의 (8), (12)-(16)의 목적함수와 제약식들을 최적화 패키지 LINGO를 이용하여 최적화 작업을 수행하였다. Table 13은 LINGO의 최적화 수행 결과이며 이 결과를 이용하여 얻어진 최대폭이 3,500 mm(R_1)과 2,900 mm(R_3)를 동시에 사용할 때 얻을 수 있는 제지 공정의 일정 계획이다.

원료 종이 물을 한 가지가 아닌 두 가지(R_1 & R_3)를 동시에 사용하여 일정 계획을 세운 결과이다. 총 파지 손실은 9,580(mm)이다.

지금까지의 결과로 봤을 때 원료 종이 물의 폭이 한 가지로 정해진 것이 아니라면 두 가지 종류의 원료 종이 물의 패턴을 사용하는 것이 한 가지만을 사용할 때 보다 더 효율적인 결과를 나타낼 수 있었다. 또한 두 가지 폭의 변화를 고려할 때는 R_1 과 R_2 를 동시에 사용한 경우가 다른 결과보다 파지 손실을 효과적으로 줄일 수 있음을 알 수 있다.

4-3. 3가지의 폭(width pattern) 변화를 고려한 일정계획

4-3-1. R_1 , R_2 , R_3 세 가지를 동시에 고려

5가지 제품을 생산할 수 있는 재단 패턴의 조합 중에서 3-2절의 제약식 (9), (10), (11)을 만족시키는 패턴들의 집합을 구하기 위해 3-3절에

Table 13. Result of production schedule(R_1 & R_3)

	Type of pattern					Recipe	Overproduction
	3	4	13	16	17		
m_{jr}	3	32	21	10	32		
n_{1jr}	2	1	0	0	0	38	0
n_{2jr}	1	2	0	0	0	65	2
n_{3jr}	0	0	2	0	0	41	1
n_{4jr}	0	0	0	2	1	52	0
n_{5jr}	0	0	0	0	1	32	0
Trim(mm)	300	0	840	3,000	5,440		9,580

Table 14. Feasible cutting patterns in R_1 & R_2 & R_3 raw reels

j	r	1,100	1,200	1,430	1,600	1,730	Trim loss
		n_{1jr}	n_{2jr}	n_{3jr}	n_{4jr}	n_{5jr}	
1	1	3	0	0	0	0	200
2	3	2	0	0	0	0	700
3	1	2	1	0	0	0	100
4	1	1	2	0	0	0	0
5	3	1	1	0	0	0	600
6	3	1	0	1	0	0	370
7	3	1	0	0	1	0	200
8	3	1	0	0	0	1	70
9	3	0	2	0	0	0	500
10	3	0	1	1	0	0	270
11	3	0	1	0	1	0	100
12	2	0	1	0	0	1	270
13	3	0	0	2	0	0	40
14	2	0	0	1	1	0	170
15	2	0	0	1	0	1	40
16	2	0	0	0	2	0	0
17	1	0	0	0	1	1	170
18	1	0	0	0	0	2	40

서 제시된 목적 함수와 제약식, Table 1에 제시된 데이터들을 C언어로 구현한 파라미터 생성 모듈에 대입하여 총 재단 패턴의 조합 1,218가지 중 제약식을 만족하는 재단 패턴 18가지를 구하였고 이를 Table 14에 나타내었다.

각각의 폭이 결정된 이 파라미터들과 Table 1의 데이터, 3-3절의 (8), (12)-(16)의 목적함수와 제약식들을 최적화 패키지 LINGO를 이용하여 최적화 작업을 수행하였다. Table 15는 LINGO의 최적화 수행 결과이며 이 결과를 이용하여 얻어진 최대폭이 3,500 mm(R_1), 3,200 mm(R_2), 2,900 mm(R_3) 세 가지 원료 종이 물의 폭 변화를 동시에 고려하여 사용할 때 얻을 수 있는 제지 공정의 일정 계획이다.

원료 종이 물을 한 가지가 아닌 세 가지(R_1 & R_2 & R_3)를 동시에 사용하여 일정 계획을 세운 결과이다. 총 파지 손실은 1,780(mm)이다.

위 결과를 보면 이전 한 가지나 두 가지 원료 종이 물을 고려할 때보

Table 15. Result of production schedule(R_1 & R_2 & R_3)

	Type of pattern					Recipe	Overproduction
	3	4	13	15	16		
m_{jr}	3	32	5	32	26		
n_{1jr}	2	1	0	0	0	38	0
n_{2jr}	1	2	0	0	0	65	2
n_{3jr}	0	0	2	1	0	41	1
n_{4jr}	0	0	0	0	2	52	0
n_{5jr}	0	0	0	1	0	32	0
Trim(mm)	300	0	200	1,280	0		1,780

Table 16. Optimal results for different production

Problem	Minimum loss(mm)	CPU-time(s)
R_1	22,280	0.22
R_2	30,710	0.10
R_3	13,610	0.83
R_1 & R_2	3,280	45.42
R_2 & R_3	13,650	61.45
R_1 & R_3	9,580	23.47
R_1 & R_2 & R_3	1,780	198.65

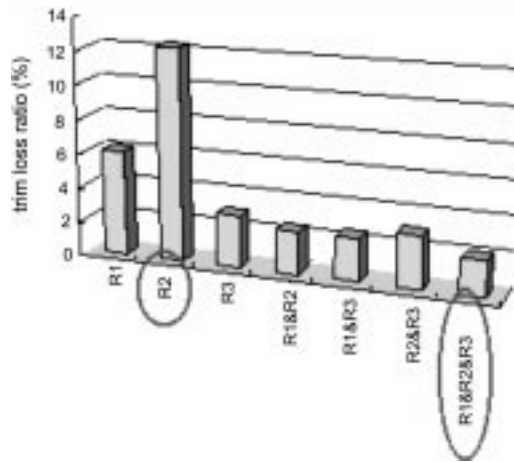


Fig. 4. Comparison of trim loss.

다 더 많은 양의 파지 손실을 줄였음을 수치적으로 나타내 주고 있다. 이러한 결과에서 보여주듯이 파지 손실을 더욱 효과적으로 줄이는데 있어서 원료 종이 롤의 패턴을 변화시키는 방법이 효과적이라는 사실을 증명해 줄 수 있을 것이다. 이를 위하여 Table 16에서 위의 예제에 대한 결과를 비교 분석하여 나타내었다.

5. 결 론

본 연구에서는 먼저 대상 공정으로 선택한 제지 공정에서 수요자의 요구에 따른 제품을 생산하기 위한 재단 공정에서 경험적 방법이나 과거의 자료에 의존하여 계획하던 생산 일정을 MINLP 형태로 수학적 모델링을 통해 최적 일정 계획을 수립하는 과정을 기술하였다. 또한 본 연구에서 처음 언급되어진 폭 변화를 고려한 파지 손실 최소화 방법을 이용하여 파지의 손실을 더욱 줄임과 동시에 최적의 생산 일정 계획을 수립하였다. 대상 공정을 수학적으로 모델링할 때 주어진 목적함수와 그에 대한 제약식에 대해 최적화를 수행하는 과정에서 쌍일차성이 생기는 것을 발견하였다. 이 쌍일차성을 해결하고자 파라미터화 방법을 착안하여 쌍일차성을 원인이 되는 정수 변수의 곱의 형태에서 파라미터로 바꾸기 용이한 변수를 선정하고 그 변수를 파라미터로 변환하기 위한 알고리즘을 사용하여 제약식 중 일부를 이용하여 선정된 변수를 가능한 파라미터들의 집합으로 변환시켜 MINLP 형태의 문제를 MILP 형태로 바꾼 후, 최적화 패키지를 이용하여 원래의 목적함수를 최적화 하는 방법으로 이를 공정 데이터에 적용시켰다. 또한 공정 내의 원료 종이 롤의 최대폭이 항상 고정적으로 생산되는 것이 아니라 가변적이라는 점을 착안하여 각각의 생산품의 폭에 적합한 최대폭을 결정해 줌으로써 발생할 수 있는 파지의 손실을 기존의 한 가지 원료 종이 롤의 폭을 고려해 줄 때 보다 롤의 교체 비용을 1/10로 고려하더라도 12% 이상의 파지 손실을 더 줄이는 효과를 가져올 수 있다는 것을 결과적으로 얻을 수 있었다.

감 사

본 연구는 2001년도 한국과학재단의 “R01-2001-00409” 공동연구과제에 의하여 이루어진 결과의 일부이며, 이에 감사드립니다.

사용기호

i : index of a product paper

j : index of a cutting pattern

r : index of a raw paper reel

I : the number of different product papers ordered

J_r : the number of possible cutting patterns of raw paper r

R : the number of available raw paper widths

C : the area price of the product paper

C' : the area price for the over-production

C_r : price of raw paper reel r

C'_r : cost of the width pattern change

c_{jr} : price for product paper reels in trimset jr if treated as over-production

c_{jr}' : cost of the change of cutting pattern j

C_j : cost of the changes of cutting pattern j

M_j : an upper bound for m_j

N_{\max} : maximum number of products that can be cut from a pattern

$N_{j,\max}$: maximum number of products that can be cut from pattern j

c_j : cost of raw paper roll for pattern j

$B_{j,\max}$: the maximum possible width of a patterns (the raw paper width-trims on both ends)

L_r : length of raw paper r

B_r : width of raw paper r

e_j : the width tolerance for pattern j

e_r : the width tolerance for pattern r

m_j : number of times the cutting pattern j is used

n_{ij} : number of product i in pattern j

$n_{i,\text{order}}$: number of product i ordered

y_j : a binary variable to determine if pattern j is used

M_r : number of raw paper reels r used

Y_r : defines if raw paper r is used

$N_{r,\max}$: maximum numbers of products in a pattern of raw paper r

y_{jr} : a binary variable to indicate whether a pattern j is used or not

b_i : the width of product i

n_{ijr} : number of a product i in pattern j for raw paper r

참고문헌

1. Moon, I., et al.: "Production Planning and Scheduling of Chemical Process," AJIN(1999).
2. Lindo Systems INC.: "LINGO 6.0 Manual," Lindo Systems(1998).
3. Lindo Systems INC.: "Optimization Modeling with LINGO," Lindo Systems 4th(2001).
4. Haessler, R. W.: *Management Science*, **17**, B793(1971).
5. Duran, M. A. and Grossmann, I. E.: *Mathematical Eng.*, **36**, 307(1986).
6. Goulimis, C.: *Euro. J. of Operational Res.*, **44**, 197(1990).
7. Flecher, R. and Leyffer, S.: *Mathematical Eng.*, **66**, 327(1994).
8. Skrifvars, H., Harjunkoski, H., Westerlund, T., Kravanja, Z. and Porn, R.: *Com. and Chem. Eng., Suppl.*, **20**, S333(1996).
9. Harjunkoski, I., Westerlund, T. et al.: *Com. and Chem. Eng.*, **20**, S121(1996).
10. Adjiman, C. S., Androulakis, I. P. and Floudas, C. A.: *Com. and Chem. Eng., Suppl.*, **21**, S445(1997).
11. Pörn, R., Harjunkoski, I. and Westerlund, T.: *Com. and Chem. Eng.*, **23**, 439(1998).
12. Harjunkoski, I., Westerlund, T. and Pörn, R.: *Com. and Chem. Eng.*, **23**, 1545(1999).

13. Floudas, C. A.: "Nonlinear and Mixed-Integer Optimization, Fundamentals and Applications," Cambridge University Press(1995).
14. Kim, Marriott et al.: "Programming with Constraints: An Introduction," The MIT Press(1999).
15. Cho, I. S., Lee, B. S., Lee, I. B. and Lee, E. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **36**, 601(1998).
16. Ko, D. H. and Moon, I.: *HWAHAK KONGHAK*, **35**, 338(1997).