

Parameterization을 이용한 제지 공정의 최적 생산 계획 수립

김동훈 · 나성훈 · 여영구* · 문 일†

연세대학교 화학공학과

*한양대학교 화학공학과

(2002년 1월 7일 접수, 2002년 8월 12일 채택)

The Optimal Scheduling Using Parameterization in Paper Mill Process

Donghoon Kim, Seonghoon Na, Yeongkoo Yeo* and Il Moon†

Department of Chem. Eng., Yonsei University, Seoul 120-749, Korea

*Department of Chem. Eng., Hanyang University, Seoul 133-070, Korea

(Received 7 January 2002; accepted 12 August 2002)

요 약

본 연구의 목표는 제지 공정의 재단 공정에서 발생하는 파지의 발생량을 고려하여 최적의 생산 일정을 계획하는 것이다. 따라서 재단 공정을 수학적으로 모델링하여 MINLP(Mixed-Integer Non-Linear Programming) 형태로 표현하고, 원료 종이를 비용과 재단 폐턴을 바꾸는데 드는 비용 등을 고려하여 총 비용을 최소화하는 작업을 수행하였다. 제지 공정에서는 이전까지 여러 크기의 종이를 생산하는데 경험적인 방법을 사용하거나 과거의 자료를 이용하는 방법을 사용하였다. 그러나 이러한 방법들은 효율적이지 못하였다. 이를 해결하기 위하여 먼저 공정을 수학적으로 모델링하였다. 이 모델에서 나타난 MINLP 모델의 쌍일차성(bilinearity)을 해결하기 위하여 곱의 꼴로 이루어진 두 정수 변수 중 한 변수를 파라미터의 집합으로 만드는 파라미터화 알고리즘을 본 연구에서 제시하였고, 파라미터화 과정에서 정수 변수의 필요하지 않은 탐색 공간을 제거하였고 제약식을 이용하여 파라미터화함으로써 원 문제를 풀 때 제약식의 감소 효과도 얻을 수 있었다. 그 결과로 파라미터화 방법을 이용한 두 단계의 최적화 전략을 제시하였다.

Abstract – This study focuses on the optimal scheduling of the paper mill process using MINLP(Mixed-Integer Non-Linear Programming) considering the trim loss in the sheet cutting process. The mathematical modeling of the sheet cutting process in the form of MINLP is developed and minimizing total cost is performed in this study. To eliminate bilinearity appeared in this model, a two-step optimization strategy is proposed. The proposed parameterization algorithm converts one of the two integer variables in the product form to a parameter, and the model optimization is solved using a set of parameters made by the parameterization method. The main contribution of this study is that a model for the optimal scheduling of the paper mill process is developed considering the minimization of trim loss and a two-step strategy is proposed to solve complex problems.

Key words: Paper Mill Process, Scheduling, MINLP, Parameterization, Cutting Patterns, Two-Step Strategy

1. 서 론

종이의 다양한 특성에 따른 용도와 소비량, 그에 따른 수요량은 천문학적으로 증가하고 있다. 현재 국내에는 120여 개의 제지 업체가 전국에 산재해 있으며 국내의 종이 생산량은 2000년 현재 연간 900만 MT에 이르며 이중 하루 하루의 정보를 제공하는 신문용지와 컴퓨터의 보급으로 인해 사용량이 빠르게 증가하는 인쇄용지는 각각 연간 180만 MT가 생산되고 있다. 또한 인쇄용지로 많이 사용되는 백상지는 전년 대비 26.6%의 생산 증가율을 보이고 있다[1].

일정한 크기와 평량이 요구되는 신문용지를 만드는 공정에서는 다양

한 지폭 규격을 맞추는 공정이 필요하지 않으나 인쇄용지의 경우에는 주문량에 따라 여러 규격의 지폭을 갖는 종이를 납기일 내에 생산해야 한다. 이러한 여러 가지의 종이 지폭과 수요량을 동시에 충족시키기 위하여 제지 공장에서는 평량과 크기가 동일한 원료 종이 롤을 몇 종류로 분할하여 일정한 규격에 맞는 종이를 생산하게 된다. 이렇게 여러 종류의 종이를 만들어 내는 제지 공정에서 원료 종이를 규격에 맞게 자를 때 여분의 파지가 발생하게 된다. 이 파지의 발생량을 최소화시키면서 수요자의 주문을 충족시켜야 하는 파지 손실을 최소화시키는 문제는 제지 공정에서 처리 비용 증가와 환경오염 측면에서도 매우 중요한 문제이다. 여러 종류의 종이를 한 종류씩 수요량만큼 생산하면 많은 양의 파지가 발생한다. 그러므로 실제 공정에서는 폭이 넓은 원료 종이에서 여러 지폭을 가진 종이를 동시에 만듦으로써 파지의 폭을 줄이지만 파지의 발생을 피할 수는 없게 된다. 이 파지 발생량을 줄이려는 연구는 오

†To whom correspondence should be addressed.
E-mail: ilmoon@yonsei.ac.kr

래 전부터 진행되어 왔지만[4-8] 최적의 결과를 찾아내지는 못하였다. 이렇게 파지가 발생하게 되면 그만큼의 종이를 만들기 위한 원료 제조비용과 종이 코팅 비용, 에너지 소비 등의 제조비용 증가 요인이 발생하고 발생한 파지는 소각하거나 다시 고해 공정을 거쳐 불순물과 첨가물을 제거하고 다시 지료를 만드는 재활용 공정을 거쳐야 하므로 추가 비용이 발생하게 되며 소각시 발생하는 종이에 함유되어 있는 여러 첨가물들로 인한 매연은 환경오염에도 영향을 끼치게 된다.

본 연구의 목표는 수요자의 주문량을 만족시키는 동시에 최적화 기법을 이용하여 여러 규격의 종이를 동시에 만들 때 발생하는 파지의 양을 최소화함으로써 문제를 해결하는 것이다. 이를 최적화하기 위하여 먼저 파지 손실을 고려한 제지 공정에서의 일정 계획 문제를 수학적으로 모델링하게 되면 MINLP 형태의 문제가 형성되는데 이 MINLP 형태의 목적함수와 제약식에서 두 정수 변수가 곱의 형태로 형성되는 쌍일차성이 나타나게 된다. 두 정수 변수가 곱의 형태로 나타나는 것으로 정의되는 쌍일차성은 심한 비볼록성(non-convexity)과 비선형성(non-linearity)을 가지게 되므로 문제의 수렴성이 극히 저하되어 최적해(global optimum)에 수렴하기 힘들어지고 부분해(local optimum)에 수렴하게 된다[9]. 본 연구에서는 이러한 쌍일차성을 해결하기 위한 방법으로 곱의 형태를 이루는 두 정수 변수 중 한 변수를 해의 전체 탐색 영역에서 가능영역(feasible region) 안에 있는 값들의 집합으로 바꿈으로써 변수를 파라미터로 바꾸는 방법을 모색하였다. 이를 위해 제약식 중 일부를 이용하여 변수를 파라미터로 변환하는 알고리즘을 개발하고, 이를 이용하여 제지 공정의 파지 손실을 최소화하는 문제를 MINLP 방법을 이용하여 해결하고자 한다.

2. 이론적 배경

2-1. 제지 공정(Paper Mill Process)

일상생활에서 일반적인 정보의 매체와 저장 수단으로 가장 많이 쓰이는 종이를 만드는 제지 공정은 일반적으로 에너지 등 자원을 많이 소비하는 산업이며 에너지의 원가 비중은 약 10-15% 정도이다. 또한 고액의 설비투자액이 들어가는 대규모의 자본 집약적 장치 산업이다. 제지 공정은 크게 펄프 조성 공정, 지료 조성 공정, 초지 공정, 도공 공정, 완정 공정, 포장 공정으로 구성된다[2, 3, 17]. 이를 Fig. 1에서 간략하게 나타내었다.

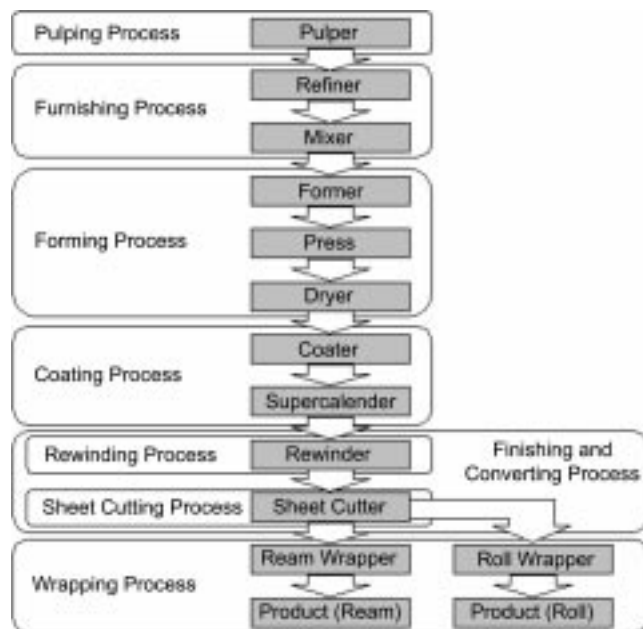


Fig. 1. Simplified diagram of paper mill process.

2-2. 혼합정수 계획법(Mixed-Integer Programming)

일반적으로 최적화 기법을 이용하기 위하여 수학적인 접근 방법을 사용한다. 이러한 수학적인 접근은 다음과 같은 순서로 이루어진다.

첫째, 대상 공정의 가능한 모든 구조를 그린다.

둘째, 모든 구조에 대한 최적화 함수를 만든다.

셋째, 최적의 공정을 위한 최적화 문제를 푼다.

위의 과정에 의하여 만들어진 최적화 문제는 일반적으로 혼합 정수 계획법에 의하여 풀 수 있다. 혼합정수 계획법은 연속변수(continuous variable)와 이산변수(binary variable)를 동시에 포함하고 있는 수학적인 계획법이다. 일반적인 최적화 문제는 몇 가지의 제약식으로 정의된 영역 내에서 어떤 목적함수의 최소값을 구하는 것이다. 이것의 일반적인 형태는 다음과 같다[16].

$$\min f(x, y)$$

subject to

$$g(x, y) \leq 0$$

$$h(x, y) = 0$$

$$x \in R, y \in Z$$

f 는 목적함수를 나타내며, g 와 h 는 각각 부등식 제약식(inequality constraint), 등식 제약식(equality constraint)을 나타내며 두 형태는 선형 혹은 비선형이다. 변수 중 x 는 연속 변수를 뜻하며 y 는 정수 변수를 의미한다. 정수 변수는 이산 변수의 부분집합이며 연속적이지 않은 모든 변수는 이산변수의 형태로 나타낼 수 있다. 이진 변수는 변수의 값이 0 혹은 1로만 되어 있는 변수를 의미하며 모든 이진변수는 정수 변수의 범주 안에 들어가게 된다.

이러한 최적화 문제는 함수의 모양에 따라 최적값이 전체 영역에서 최적일 수도 있고, 부분적인 영역에서 최적일 수도 있다. 이것은 함수의 형태가 볼록한지 볼록이 아닌지에 따라 달라지는데, 볼록함수는 $0 \leq \lambda \leq 1$ 인 조건에서 다음의 식을 항상 만족하는 함수이며 비볼록함수는 다음 식을 만족하지 못한다[18].

$$f[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$$

이러한 최적화 문제는 문제의 형태에 따라 크게 LP(Linear Programming), NLP(Non-Linear Programming), MILP(Mixed-Integer Linear Programming), MINLP(Mixed-Integer Non-Linear Programming)의 4가지로 나뉜다. LP는 최적화 문제에 주어진 모든 제약식이 선형인 경우로써 이 경우 최적화 문제의 결과 값은 전역해가 된다. NLP는 제약식 중의 일부가 비선형인 경우로써, 만약 함수의 형태가 볼록하다면 전역해를 구할 수 있고 볼록하지 않다면 부분해를 구하여 그 부분해가 전역해인지 검증하여야 한다. 그러므로 볼록하지 않은 NLP의 경우에는 볼록화 과정을 통하여 비선형적인 제약식의 형태를 선형으로 변환시켜 전역해를 구해야 한다. MILP와 MINLP는 각각 LP, NLP에 정수 변수가 포함된 것으로 이 경우에는 각각의 정수 변수값의 변화에 따라 반복 계산을 하여 그들 중 최적의 값을 찾게 된다[10].

3. 제지 공정의 수학적 모델

제지 공정 중 권취기(rewinder)에서 만들어진 일정한 폭의 원료 종이를 롤을 수요량에 따라 알맞은 크기로 분할하는 제단 공정의 일정 계획은 경험적인 방법 혹은 과거의 기록에 의존해 왔다. 이 계획에 따라 같은 양의 종이를 생산하더라도 발생하는 파지의 양이 달라질 수 있고, 제단 패턴을 자주 바꿈으로써 생기는 에너지 소비와 생산 중단에 따른 비용이 증가 혹은 감소할 수 있다. 본 연구에서는 이러한 제단 공정에 대한 일정 계획을 최적화하기 위하여 제단 공정을 수학적으로 모델링하여

MINLP 형태로 모델을 수립하고 이를 풀기 위하여 MILP 형태로 변환하는 방법을 연구하였다.

3-1. 수학적 모델링을 통한 문제 구성

본 연구에서는 재단 공정에 대한 원료비용과 재단 패턴을 바꿀 때의 에너지 소비와 생산 중단으로 인한 손실 등 여러 가지의 비용을 합한 총 비용을 목적 함수 (1)로 간주하고 이에 대한 수요자의 주문량, 한 원료 종이 롤에서 만들 수 있는 제품의 최대 종류의 수, 재단 패턴 폭의 상한과 하한, 파지의 양을 제약식((2)-(7))으로 간주하여 이들을 다음 식들과 같이 수학적으로 모델링하였다.

$$\min \left\{ \sum_{j=1}^I (c_j \cdot m_j + C_j \cdot y_j) \right\} \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{i=1}^I b_i \cdot n_{ij} - B_{j, \max} \leq 0 \quad (2)$$

$$-\sum_{i=1}^I b_i \cdot n_{ij} + B_{j, \max} - e_j \leq 0 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^I n_{ij} - N_{\max} \leq 0 \quad (4)$$

$$y_j - m_j \leq 0 \quad (5)$$

$$m_j - M_j \cdot y_j \leq 0 \quad (6)$$

$$n_{i, \text{order}} - \sum_{j=1}^I m_j \cdot n_{ij} \leq 0 \quad (7)$$

$$i=1, \dots, I$$

$$j=1, \dots, J$$

$$m_j, n_{ij} \in \mathbb{Z}^+$$

$$y_j \in \{0, 1\}$$

i 는 특정한 규격의 제품을 나타내며 j 는 사용되는 패턴의 종류를 표현하는 것이다. 목적함수 (1)에서, c_j 는 특정한 패턴 j 를 만들기 위해 투입되는 원료 종이 롤(raw paper reel/jumbo roll) 하나의 비용이고, m_j 는 수요량에 맞추어 제품을 만들기 위해 패턴 j 가 몇 번 쓰이는지를 결정하는 정수변수이다. C_j 는 재단 패턴을 바꾸기 위해 재단기의 운전을 정지 시킴에 따른 생산 시간 증가에 따른 손실과 고정되어 있던 칼날들의 위치를 바꾸는 데 소모되는 에너지 비용 등의 총합이며 보통 원료 롤의 1/10에 해당하는 비용을 갖는다. y_j 는 이진 변수로써 패턴이 바뀔 경우에만 1의 값을 가지므로 패턴이 바뀔 때 소요되는 비용을 발생하게 하며 패턴이 바뀌지 않을 경우에는 0의 값을 가진다.

위의 목적함수에 따르는 제약식을 식 (2)-(7)에 나타내었다. 식 (2)는 각 패턴에서 생산되는 종이 폭의 합이 원료 종이 롤의 크기보다 작아야 한다는 것을 나타내고, 식 (3)은 각 패턴에서 생산되는 종이들 폭의 합이 주어진 일정 범위 $B_{j, \max} - e_j$ 와 $B_{j, \max}$ 사이에 있어야 한다는 것을 뜻한다. 식 (4)는 한 패턴에서 나오는 제품의 종류가 재단기에서 생산할 수 있는 종류보다 많을 수 없음을 의미하고, 식 (5)는 패턴 j 가 생산 일정에서 쓰이지 않을 경우 y_j 의 값을 0으로 정함으로써 패턴을 변화시키지 않게 한다. 식 (6)은 패턴이 쓰이는 횟수 m_j 는 상한 M_j 를 넘을 수 없다는 것을 뜻한다. 식 (7)은 생산된 제품 n_i 가 수요량을 충족시켜야 함을 의미하며 n_{ij} 는 패턴 j 에서의 제품 i 가 생산되는 양을 뜻한다.

3-2. 파라미터화(parameterization)를 이용한 두 단계 최적화

위에서 수립된 수학적 모델 중 제약식 (2), (3)은 b_i 와 n_{ij} 식 (7)은 m_j 와 n_{ij} 가 곱의 형태로 되어 있다. 이러한 형태의 식은 매우 비선형적이고 불록하지 않으므로 문제의 수렴성을 극도로 저하시킨다. 이러한 형태로 나타나는 비선형성을 쌍일차성이라하고, 이를 해결하지 않고서는 위에 제시한 MINLP 형태의 문제 해결이 힘들게 된다. 이를 해결하기 위하여 이 제약식을 불록한 형태로 만들기 위한 변환이 시도되어 다각도로 해결하려는 노력이 진행되어 왔으나, 이러한 불록화 방법은 정수 변수를 이진 변수로 변환하기 위한 slack variable의 추가, 제약식의 변형(exponential, square-root, inverted, binary transformation) 등으로 인하여 제약식의 형태가 매우 복잡해지고 문제를 푸는 데 걸리는 시간이 증가하는 등의 단점을 보였다[11-15].

본 연구에서는 이러한 쌍일차성을 없애기 위해 쌍일차성을 일으키는 두 변수 중 n_{ij} 를 파라미터로 변환하여 쌍일차성을 없애고자 하였다. 이

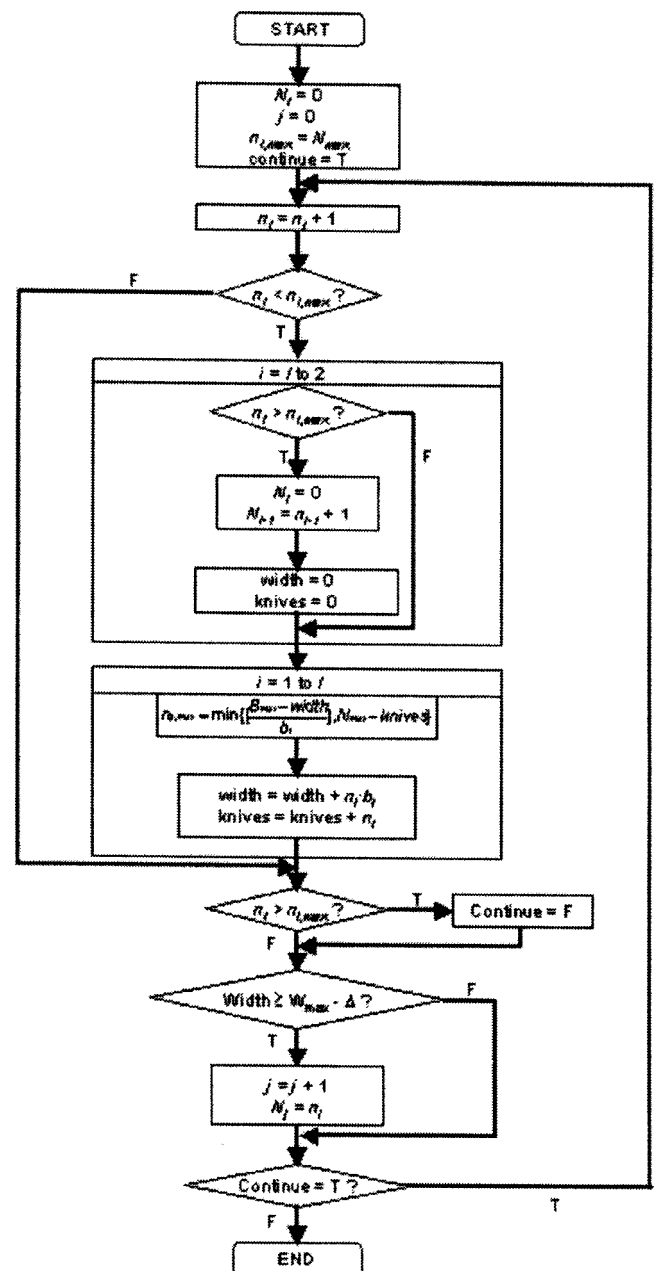


Fig. 2. Parameter generation algorithm.

를 위하여 본 연구에서는 제약식 중 일부를 이용하여 정수 변수 n_{ij} 를 파라미터로 변환하는 알고리즘을 제시하였고 이 알고리즘에 의해 정수 변수 n_{ij} 를 제약식 중 (2)-(4)를 이용하여 파라미터로 변환한 후 얻어진 파라미터를 제약식 (2)-(4) 대신 문제에 대입하여 MINLP 문제를 MILP 문제로 변환하여 푸는 두 단계의 방법을 제시하였다. 이를 이용하면 재단 패턴들의 탐색 영역 중 가능한 영역들만이 n_{ij} 의 집합 형태로 표시된다. 이에 따라 부수적으로 패턴 j 에 대한 파지의 양 T_j 도 일정하게 정해지므로 T_j 도 또한 일정한 파라미터로 변환되어 목적함수 (1)과 제약식 (7)의 쌍일차성이 일시에 해소되는 결과를 얻었으며 또한 가능한 n_{ij} 의 집합을 찾기 위해 제약식 (2)-(4)를 이용하였으므로 MILP 문제를 해결하는데 있어서 이들 세 제약식을 제거하고 문제를 풀 수 있다.

먼저, 변수 n_{ij} 를 제한된 알고리즘(Fig. 2)에 의하여 파라미터로 변환시킨다. 주 루프 안에서는 매번의 반복 계산마다 n_i 의 값을 하나씩 증가시키고 다른 변수들의 값도 하나씩 갱신하게 된다. n_i 의 값이 상한값 밖으로 넘어가게 되면 각각의 n_i 에 대한 모든 가능한 조합들이 생성되고 루프가 끝나게 된다. 이 과정을 통하여 얻어진 파라미터를 토대로 파라미터화된 변수에 관계된 필요 없는 제약식을 제거한 후, 결과로 얻어지는 MILP를 해결하게 되면 훨씬 개선된 수렴성을 보인다.

이 알고리즘을 이용하여 쌍일차성을 발생시키는 제약식 (7)에서 두 변수 중 n_{ij} 를 파라미터화하면 위 목적함수와 제약식들은 n_{ij} 에 관계된 식 (2)-(4)는 제거되면서 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$\min \left\{ \sum_{j=1}^J (c_j \cdot m_j + C_j \cdot y_j) \right\} \quad (1)$$

$$\text{subject to} \\ y_j - m_j \leq 0 \quad (5)$$

$$m_j - M_j \cdot y_j \leq 0 \quad (6)$$

$$n_{i,order} - \sum_{j=1}^J m_j \cdot n_{ij} \leq 0 \quad (7)$$

$$i=1, \dots, I$$

$$j=1, \dots, J$$

$$m_j, n_{ij} \in \mathbb{Z}^+$$

$$y_j \in \{0, 1\}$$

위 식을 이용하여 실제 공정의 일정 계획을 수립하였다.

4. 예제 공정의 생산 일정

위의 결과를 두 가지의 예제에 적용시켜 보았다. 예제는 Harjunkoski의 예제 [12]를 인용하였다. 원료 종이의 비용과 절단 패턴을 바꾸기 위해 공정을 정지시키는 데 드는 비용은 상대적인 비용으로 가정하여 각각 $c_j=1$, $C_j=0.1$ 로 계산하였고, 실제 제지 공정에서는 원료 종이의 양 끝 부분의 품질이 균일하지 못하므로 양 끝을 일정한 폭으로 잘라내어 균일한 품질을 유지하는데 여기에서는 일정하게 잘라내는 부분을 식 (2)의 B_{\max} 에서 미리 제외시켜 계산하였다.

4-1. 예제 1(4-products)

Table 1과 파라미터들은 각각 다른 크기의 네 가지 종이의 규격과 수요량을 나타낸 것이다.

주문에 대하여 먼저 가능한 모든 n_{ij} 값들의 집합 34개를 C언어로 구현한 파라미터화 방법을 이용하여 구하고 그 결과 중 일부를 Table 2에 나타내었다.

Table 3은 본 연구에서의 풀이 방식과 Harjunkoski의 여러 가지 풀이

Table 1. The order of example 1(4-products)

Product(i)	Order(n)	Number(max.)	Width(mm)
1	8	10	330
2	7	8	360
3	12	13	385
4	11	12	415

$$I=4, c_j=1, C_j=0.1, B_{\max}=1,900(\text{mm}), \Delta_j=200(\text{mm}), N_{j,\max}=5, M_j=5$$

Table 2. The feasible cutting patterns of example 1

b_i	330	360	385	415	Width(B)
J	$n_{1,j}$	$n_{2,j}$	$n_{3,j}$	$n_{4,j}$	
1	4	0	1	0	1,705
2	4	0	0	1	1,735
3	3	2	0	0	1,710
4	3	1	1	0	1,735
5	3	1	0	1	1,765
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
34	0	1	4	0	1,900

Table 3. The problem data of example 1

Strategy	Constraints (lin/non-lin)	Variables (int/bin/cont)
Binary m_j (Iiro, 1998)	176	78(16/14/48)
Binary n_{ij} (Iiro, 1998)	172	99(4/47/48)
Exponential(Iiro, 1998)	60(56/4)	122(-/82/40)
Square root(Ray pom, 1999)	68(64/4)	122(-/82/40)
Invert(Ray pom, 1999)	98(94/4)	122(-/82/40)
Parameter $n_{ij}C$ this study)	40	68(34/34)

Table 4. The optimal result of example 1

J	m_j	$n_{1,j}$	$n_{2,j}$	$n_{3,j}$	$n_{4,j}$	$B_j(\text{mm})$
1	4	1	2	0	2	1,880
2	4	1	0	3	1	1,900
Sum	8	12	6	16	6	

Total trim loss: 80(mm)

목적함수의 최소비용: 8.2

방식과의 비교이다.

주문에 대한 파라미터들과 n_{ij} 들을 모두 식 (1), (5)-(7)에 대입하고 최적화 패키지인 LINGO를 이용하여 목적함수 (1)에 대한 최적해를 구하였다. 이 최적해의 생산계획은 Table 4와 같다.

4-2. 예제 2(7-products)

위의 예제 1과 같은 방법으로 각각 다른 일곱 가지 크기의 규격과 수요량을 Table 5에 나타내었다.

7가지 제품을 생산할 수 있는 재단 패턴의 조합 중에서 제약식 (2)-(4)를 만족시키는 패턴들의 집합을 파라미터화 방법을 이용하여 재단 패턴의 조합 13,080가지 중 제약식을 만족하는 재단 패턴 92가지를 구하였고 이를 Table 6에 나타내었다.

Table 7은 본 연구에서의 풀이 방식과 Harjunkoski의 여러 가지 풀이 방식과의 비교이다.

첫 번째 단계로 가능한 모든 n_{ij} 값들의 집합 92 개를 파라미터화 방법을 이용하여 구하고 주문에 대한 파라미터들과 n_{ij} 들을 모두 식 (1), (5)-(7)에 대입하고 최적화 패키지인 LINGO를 이용하여 목적함수 (1)에 대한 최적해를 구하였다. 이 최적해의 생산계획은 Table 8과 같다.

Table 5. The order of example 2(7-products)

Product(i)	Order(n)	Number(max.)	Width(mm)
1	8	10	550
2	11	12	630
3	15	16	685
4	5	7	720
5	8	10	760
6	12	13	810
7	6	8	850

$I=7$, $c_j=1$, $C_j=0.1$, $B_{\max}=3,400(\text{mm})$, $\Delta_j=200(\text{mm})$, $N_{j,\max}=5$, $M_j=5$

Table 6. The feasible cutting patterns of example 2

b_i	550	630	685	720	760	810	850	Width(B)
J	$n_{1,j}$	$n_{2,j}$	$n_{3,j}$	$n_{4,j}$	$n_{5,j}$	$n_{6,j}$	$n_{7,j}$	
1	3	0	0	1	0	0	1	3,220
2	3	0	0	0	1	1	0	3,220
3	3	0	0	0	1	0	1	3,260
4	3	0	0	0	0	2	0	3,270
5	3	0	0	0	0	1	1	3,310
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
92	0	0	0	0	0	0	4	3,400

Table 7. The problem data of example 2

Strategy	Constraints (lin/non-lin)	Variables (int/bin/cont)
Binary m_j (Iiro, 1998)	265	119(26/18/75)
Binary n_{ij} (Iiro, 1998)	260	185(6/79/100)
Exponential(Iiro, 1998)	140(5/135)	190(−/130/60)
Square root(Ray porn, 1999)	150(5/145)	190(−/130/60)
Invert(Ray porn, 1999)	140(5/135)	190(−/130/60)
Parameter n_{ij} (this study)	85	156(78/78/−)

Table 8. The optimal result of example 2

J	m_j	$n_{1,j}$	$n_{2,j}$	$n_{3,j}$	$n_{4,j}$	$n_{5,j}$	$n_{6,j}$	$n_{7,j}$	$B_j(\text{mm})$
1	1	1	1	2	0	0	1	0	3,360
2	5	1	1	1	1	0	1	0	3,395
3	4	1	1	1	0	2	0	0	3,385
4	1	0	1	4	0	0	0	0	3,370
5	3	0	0	0	0	0	2	2	3,320
Sum	14	10	11	15	5	8	12	6	

Total trim loss: 395(mm)

목적함수의 최소비용: 13.8

4-3. 고찰

지금까지 4절에서 예시한 대로 4종류와 7종류의 종이를 생산하는 제지 공정의 생산 일정 계획을 수립하여 보았다. 소규모 제지 공정의 일정 계획인 예제 1에서는 기존의 연구[10, 11, 13, 15]에서 제시된 방법을 이용한 생산 일정 계획과 차이가 없었다. 그러나 예제 2의 7종류의 종이를 생산하는 예제에서는 기존의 연구 방법을 이용한 결과와 차이를 보였다. 두 가지의 예제에 대한 결과 비교를 각각 Table 9, 10에 제시하였다.

Table 9의 결과에서는 기존의 방법과 차이가 없음을 알 수 있었고, Table 10의 결과에서는 파지 손실의 양만을 고려한다면 기존의 방법에 비해 본 연구 방법이 약 42%정도 개선되었음을 알 수 있고, 예제 2의 전체 공정의 생산량에 대한 파지 손실의 비중은 기존의 방법에 비해 약 3%의 손실 절감 효과를 더 얻을 수 있었다. 또한, Table 11에서는 각 예

Table 9. Comparison of solutions(4-products)

	Previous method (Harajunkoski, 1997)	2-step method (this study)
Numbers of raw paper rolls	8	8
Numbers of cutting patterns	2	2
Total trim(mm)	80	80

Table 10. Comparison of solutions(7-products)

	Previous method (Harajunkoski, 1997)	2-step method (this study)
Numbers of raw paper rolls	14	14
Numbers of cutting patterns	4	5
Total trim(mm)	945	395

Table 11. Comparison of CPU time, iterations and numbers of cutting patterns in each schedule

	CPU time(second)	Iterations	Cutting patterns
4-product	2.10	53	34
7-product	704.86	8686	92

제를 푸는데 소요된 CPU time과 반복 계산 횟수를 비교하였다. CPU time과 반복 계산 횟수는 생산해야 하는 종이의 종류가 많을수록, 원료 종이의 폭이 클수록, 또한 파라미터화 알고리즘에 의해 구해진 재단 패턴의 수가 많을수록 증가하는 것을 알 수 있었다.

5. 결 론

본 연구에서는 제지 공정의 여러 단계 중에서 최근까지 경험이나 과거의 데이터를 이용한 방법으로 시행되었던 재단 공정의 일정 계획 문제에 대하여 MINLP 기법을 이용한 최적 일정 계획을 수립하는 과정을 기술하였고 소규모의 공장 데이터를 비롯하여 대규모의 공장 데이터까지에 대하여 최적화를 수행하여 주문량을 만족시키고 동시에 발생하는 파지의 양을 최소화할 수 있는 일정 계획을 수립하였다.

최적의 일정 계획을 위해 대상 공정을 수학적으로 모델링하고 그 결과로 만들어진 목적함수 (1)과 그에 대한 제약식 (2)-(7)에 대해 최적화를 수행하는 과정에서 쌍일차성(bilinearity)이 발생함을 발견하였다. 이러한 쌍일차성을 제거하기 위하여 여러 방법의 연구가 진행되어 왔지만 문제가 더욱 복잡해지거나 해의 탐색 시간이 커지는 등의 단점이 있었다. 본 연구에서는 쌍일차성을 발생시키는 두 변수 중 좀 더 파라미터로 바꾸기 용이한 변수를 선정하고 그 변수를 파라미터로 변환하기 위한 알고리즘을 개발하였다. 이 알고리즘과 제약식 중 일부를 이용하여 선정된 변수를 가능한 파라미터들의 집합으로 변환시켜 MINLP 형태의 문제를 MILP 형태로 바꾼 후, 최적화 패키지를 이용하여 원래의 목적함수를 최적화하는 두 단계의 최적화 전략을 수립하였고 이를 공정 데이터에 적용시켰다. 이로써 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- (1) 제지 공정에서 파지손실을 줄이기 위한 일정 계획을 수학적으로 모델링하였다.
- (2) MINLP 문제의 쌍일차성을 해결하기 위한 파라미터화 알고리즘을 수립하였다.
- (3) 최적화 문제의 제약식을 줄여 문제를 단순화하여 가능한 영역만 검색하도록 함으로써 해의 탐색 시간을 대폭 개선하였고, 이로써 다른 방법과는 달리 더 큰 문제를 해결할 수 있다는 것이 이 연구의 특징이다.
- (4) 소규모 일정계획과 중규모 일정계획에 대해 본 연구에서의 방법으로 기존에 제안된 방법에 비해 약 3%의 손실을 절감 하였다.

감 사

본 연구는 2001년도 한국과학재단의 “R01-2001-00409” 공동연구과제에 의하여 이루어진 결과의 일부이며, 이에 감사드립니다.

사용기호

i	: index of product papers
j	: index of cutting patterns
C_j	: cost of the changes of cutting pattern j
I	: the number of different product papers ordered
M_j	: an upper bound for m_j
N_{\max}	: maximum number of products that can be cut from a pattern
$N_{j,\max}$: maximum number of products that can be cut from pattern j
R_j	: cost of raw paper roll for pattern j
S_j	: cost of recycling/burning trims
T_j	: amount of trim in pattern j
W_{\max}	: the maximum possible width of a patterns(the raw paper width - trims on both ends)
e_j	: the width tolerance for pattern j
m_j	: number of times the cutting pattern j is used
n_{ij}	: number of product i in pattern j
$n_{i,\text{order}}$: number of product i ordered
w_i	: the width of product i
y_j	: a binary variable to determine if pattern j is used

참고문헌

1. Korean Pulp & Paper Industries: “Korea Paper Manufacturer’s Association”(002).
2. Cho, H. J. et al.: “Pulp and Paper Engineering,” SUNJIN(1995).
3. Lee, H. L. et al.: “Pulp Science,” KWANGIL(1996).
4. Gilmore, P. C. and Gomory, R. E.: *Operations Res.*, **9**, 849(1961).
5. Coverdale, I. and Wharton, F.: *Management Sci.*, **23**, 78(1976).
6. Hinxman, A. I.: *Euro. J. of Operational Res.*, **5**, 8(1980).
7. Goulimis, C.: *Euro. J. of Operational Res.*, **44**, 197(1990).
8. Sweeny, P. E. and Haessler, R. W.: *Euro. J. of Operational Res.*, **44**, 224(1990).
9. Skrifvars, H., Harjunkski, H., Westerlund, T., Kravanja, Z. and Porn, R.: *Com. and Chem. Eng., Suppl.* **20**, S333(1996).
10. Harjunkski, I., Westerlund, T., Isaksson, J. and Skrifvars, H.: *Com. and Chem. Eng., Suppl.* **20**, S121(1996).
11. Pörn, R., Harjunkski, I. and Westerlund, T.: *Com. and Chem. Eng.*, **23**, 439(1998).
12. Harjunkski, I., Westerlund, T., Pörn, R. and Skrifvars, H.: *Euro. J. of Operational Res.*, **105**, 594(1998).
13. Westerlund, T. and Isaksson, J.: *Trans IChemE*, **76**, 677(1998).
14. Westerlund, T., Harjunkski, I. and Isaksson, J.: *Com. and Chem. Eng.*, **22**, 563(1998).
15. Harjunkski, I., Westerlund, T. and Pörn, R.: *Com. and Chem. Eng.*, **23**, 1545(1999).
16. Reklatis, G. V., Ravindran, A. and Ragsdell, K. M.: “Engineering Optimization: Methods and Applications,” *Wiley and Sons*(1983).
17. Smook, G. A.: “Handbook for Pulp & Paper Technologists,” *British Colombia Institute of Technology, Press*(1987).
18. Floudas, C. A.: “Nonlinear and Mixed-Integer Optimization, Fundamentals and Applications,” *Cambridge University, Press*(1995).
19. Ko, D. H. and Moon, I.: *HWAHAK KONGHAK*, **35**, 338(1997).
20. Yeo, Y. K., Park, W. H. and Song, H. K.: *HWAHAK KONGHAK*, **27**, 438(1989).
21. Lee, H. K., Kim, M. S. and Lee, I. B.: *HWAHAK KONGHAK*, **34**, 257(1996).