

Darcy의 법칙을 사용한 새로운 압착 이론: 고액분리 통합이론

임성삼[†] · 송연민 · 이자연

인하대학교 환경공학과
402-701 인천시 남구 용현동 253
(2003년 1월 30일 접수, 2003년 4월 17일 채택)

New Expression Theory Based on Darcy's Equation: Unified Theory on Solid-Liquid Separation

Sung Sam Yim[†], Yun Min Song and Ja Yeon Lee

Department of Environmental Engineering, Inha University, 253 Yonghyun-dong, Nam-gu, Incheon 402-751, Korea
(Received 30 January 2003; accepted 17 April 2003)

요 약

본 연구에서는 Darcy의 법칙이 여과 케이크의 압착에 사용될 수 있다는 가정으로 새로운 압착 경계조건을 사용하여 압착 속도, 압력분포의 변화, 공간율의 변화를 계산하였다. 이 이론적인 계산 방법은 이미 케이크 여과와 간섭침전에 이용된 것으로 '고액분리 통합이론'이라 이름지었다. 매우 압축성인 케이크 압착의 계산 결과를 실제 압착 실험과 비교한 결과 잘 일치하였다. 또한 유체 씨앗의 기름 압착 과정에 대해 본 이론을 적용하여 보았다.

Abstract – The Darcy's equation is applied to the expression of a filter cake, with new boundary condition and new constitutive equation. The expression procedure, the variation of pressure distribution in a cake, and that of porosity distribution in the cake were calculated based on the conception named 'unified theory on solid-liquid separation', which had been already used in 'cake filtration' and 'hindered sedimentation'. The experimental expression results using a very compressible cake agreed with the theoretically calculated results well. And this theoretical method was also applied to the expression of oil from rape seed.

Key words: Unified Theory on Solid-Liquid Separation, Expression, Cake Filtration, Cake, Darcy's Equation, Oil Expression

1. 서 론

케이크 여과의 결과 생성된 케이크는 수분 함량이 높은 경우가 많으며, 특히 작은 입자의 응집물(floc)의 여과에서 형성되는 케이크는 수분 함량이 매우 높다[1]. 이런 케이크의 표면율 피스톤으로 직접 눌러 반대쪽의 여과매체 방향으로 수분을 짜내어 수분함량을 감소시키는 조작을 흔히 압착(壓搾, expression)이라고 부른다. Shirato 등[2]은 이 압착의 속도를 Terzaghi[3]의 토양(土壤) 압밀이론을 사용하여 계산하였다. 그는 압착과정을 계산하는 수백 편으로 추정되는 많은 논문을 발표하였으며, 현재 세계적으로 그의 이론이 널리 인정되고 있다. 그러나 이 이론은 압착이 진행되는 동안 평균 비저항값이 변화하지 않는다고 가정하고 있으므로, 단지 고체가 움직이는 저항에 의해 압착 속도가 결정된다고 생각한다. 그러므로 전 압착과정에 Darcy의 식을 적용시키지 못하고 있다. 단지 압착 실험을 통해 얻은 데이터로부터 계산된 여러 상수들로 다른 압력에서의 압착 시간을 예측할 뿐이다.

본 연구에서는 Shirato와는 달리 기본적인 Darcy의 수식이 압착 전체 과정을 지배한다는 개념으로 압착과정을 설명하고, 계산을 시도하였다.

본 연구에 적용된 이론적인 방법은 케이크 여과[4]와 간섭침전[5]에 이미 사용하였으며, 이 방법의 이름을 '고액분리 통합이론'이라고 지었다.

2. 압착이론

2-1. Darcy의 식

Darcy[6]가 입자층을 흐르는 물의 속도와 압력간의 관계를 처음 제시한 이후, 이 내용은 여러 가지 형태의 수식으로 표현되었으나, 여과분야에서는 흔히 식 (1)의 형태로 사용하고 있다.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta p}{\mu(\alpha_{av}W + R_m)} \quad (1)$$

여기서 V 는 여과매체 단위면적당 통과한 여액의 부피[m³/m²], t 는 여과 시간[s], Δp 는 액체에 가해진 압력[Pa], μ 는 액체의 점도[kg/ms], α_{av} 는 케이크의 평균 비저항[m/kg], W 는 여과매체 단위면적당 케이크의 고체 질량[kg/m²], R_m 은 여과매체의 저항[m⁻¹]이다.

Shirato는 압착에서 이 식의 dV/dt 를 압착을 위한 피스톤이 움직이는 속도 dx/dt 로 생각하였으며, 본 논문에서도 동일하게 사용하였다. 즉 여액이 여과 셀 밖으로 나온 부피만큼 피스톤이 케이크를 밀어내야 한다는 개념이다[1].

[†]To whom correspondence should be addressed.
E-mail: yimsungsam@inha.ac.kr

그러나 그는 압착과정에서 케이크에 가해지는 압력 Δp 가 일정하게 유지되며, 케이크의 평균 비저항값이 변화하지 않는다고 가정한 결과 식 (1)로는 압착의 전체 과정이 표현되지 않는다고 생각하여 Terzaghi[2]의 압밀이론을 도입하였다.

식 (1)은 충전층(packed bed)과 여과에서만 성립하며, 압착이나 간접 침전에서는 성립하지 않는다고 일반적으로 인식되어 왔다. 이와는 달리 본 연구에서는 식 (1)이 여과에서는 물론 압착에서도 성립한다는 전체에서 출발한다.

2.2. 압착 과정에서 케이크의 새로운 경계조건

과거의 여과이론과 압착이론에서는 케이크의 경계조건을 다음과 같이 상정하였다.

피스톤과 접하는 케이크:

$$p_l = \Delta p \quad p_s = 0 \quad (2)$$

여기서 p_l 은 피스톤과 접하는 케이크 입자 사이에 있는 액체의 압력이고, p_s 는 피스톤을 받치고 있는 케이크를 구성하는 입자가 받는 압축압력(solid compressive pressure)이다.

즉 피스톤 아래의 케이크에서는 압착을 위해 가해주는 압력 Δp 가 모두 액체에 가해진다는 의미이다. 이 개념을 사용하므로 압착 조작동안 p_s 가 계속 0으로 유지된다고 생각하고 있다.

여과매체와 접하는 케이크:

$$p_l = \Delta p_m \quad p_s = \Delta p - \Delta p_m = \Delta p_c \quad (3)$$

여기서 Δp_m 은 여과매체에 걸리는 압력이다. 압착은 여과가 종료된 케이크를 대상으로 하는 것이므로 케이크의 양이 많다. 그러므로 케이크에 걸리는 압력 Δp_c 는 Δp_m 에 비해 대단히 크다. 그 결과 대부분의 경우 Δp_m 은 생략 가능할 정도로 작은 값이다.

이상과 같은 경계조건을 사용할 경우 압착이 진행되어도 케이크 양쪽면의 p_s 의 값의 차이는 변화가 없이 항상 Δp_c 이다. 후에 언급될 것이나 평균 비저항값은 케이크 양쪽면의 p_s 의 값의 차이(여과에서는 Δp_c)에 의존하므로, 압착 과정에서 항상 같은 평균 비저항값 α_{av} 을 가지게 된다는 것이 현재까지의 압착 이론이다.

본 연구에서는 위의 개념과 달리 압착의 경계조건을 다음이 가정하였다.

피스톤과 접하는 케이크:

$$p_l = \Delta p - p_x \quad p_s = p_x \quad (4)$$

즉, 압착기간 전체를 통하여 피스톤 바로 아래의 입자들은 피스톤에 의해 직접적인 압력 p_x 를 받는다고 가정하였다. 이 p_x 는 초기에는 아주 작은 값이나 압착과정에서 점차 증가하여 마지막에는 Δp_c 까지 도달한다고 생각한다. 이 개념이 과거의 압착 이론과 가장 크게 다른 점이다. 그리고 그 나머지 압력을 액체가 받는다. 압착 초기에는 액체가 거의 모든 압력을 받으나 압착 종료시에는 액압은 거의 영이 된다고 생각한다.

여과매체와 접하는 케이크:

$$p_l = \Delta p_m \quad p_s = \Delta p - \Delta p_m = \Delta p_c \quad (5)$$

여과매체와 접하는 케이크의 경계조건은 과거에 사용하던 것과 동일하다.

2.3. 케이크의 새로운 근본식(constitutive equation)

2-3-1. Tiller의 근본식

Ruth[7]가 개발한 compression-permeability cell(CPC) 실험 결과를 바탕으로 Tiller[8]는 다음과 같은 케이크의 근본식을 제안하였다.

$p_s > p_l$ 인 경우:

$$\alpha = ap_s^n \quad 1 - \epsilon = Bp_s^\beta \quad (5)$$

$p_s \leq p_l$ 인 경우:

$$\alpha = \alpha_i = ap_i^n = \text{constant} \quad 1 - \epsilon = 1 - \epsilon_i = Bp_i^\beta = \text{constant} \quad (6)$$

여기서 a, n, B, β 는 CPC 실험과 식 (5)에 의해 결정되는 케이크의 성질을 나타내는 상수이다. 이 네 가지 상수로 여과 케이크의 특징이 결정된다. 이 중 n 은 흔히 압축성(compressibility)이라고 불리며 중요한 상수로 인정되고 있다. n 이 1보다 큰 케이크는 매우 압축성이 큰 케이크라고 규정된다. p_i 또한 CPC 실험에 의해 결정되며, 케이크의 성질을 나타내는 압력이다.

이 식의 의미는 일정 압력 p_i 이상에서는 케이크의 비저항 α 와 $1 - \epsilon$ 은 고체압축압력 p_s 의 멱함수로 변화하고, 그 이하의 압력에서는 비저항과 공간율의 변화가 없다는 제안이다. n 이 1보다 큰 경우 다음 절에서 나오는 평균 비저항값 α_{av} 을 식 (5)만 사용하여 계산할 경우 평균 비저항값이 음의 값이 되어 실제와 다르게 된다. 그러나 p_l 가 있는 경우는 항상 양의 값을 가지게 된다.

실제로 CPC 실험에서 이 값을 정확히 결정하는 것은 쉽지 않다. 본 연구자[9]는 CPC 결과에서 간혹 나타나는 p_l 값은 단순히 케이크와 실험장치 벽면과의 마찰에 의한 결과라고 생각하였다. 즉 이 값은 케이크의 본질과는 무관하다고 생각하였다.

2-3-2. Shirato의 근본식

Shirato 등[10]이 발표한 근본식을 Tiller와 Crump[11]가 다듬어 발표한 것을 식 (7)에 나타냈다.

$$\alpha = \alpha_o(1 + p_s/p_o)^n \quad (-k) = (1 - \epsilon_o)(1 + p_s/p_o)^\beta \quad (7)$$

여기서 α_o, p_o, n, β 도 역시 케이크의 특성을 나타내는 상수들이다. 식 (5)와 (6)은 p_i 에서 급격한 변화를 가진다. 그러나 식 (7)은 p_o 의 값에 따라 상당히 부드럽게 변화하는 곡선을 얻을 수 있다. 이 식 역시 평균 비저항값 α_{av} 의 계산에서 양의 값을 나타낸다.

2-3-3. 이 연구의 근본식

본 연구에서는 적용되는 모든 고체압축 압력 p_s 에서 식 (5)가 사용된다고 가정했다.

$$\alpha = ap_s^n \quad 1 - \epsilon = Bp_s^\beta \quad (8)$$

Yim 등[9]는 침전을 사용하여 p_s 가 0.01 Pa인 아주 낮은 압력에서도 공간율이 식 (5)와 같이 계속 변화한다는 것을 증명하였다.

2.4. 압착과정에서 평균 비저항값의 변화

케이크의 근본식에서 평균 비저항값을 계산하기 위해 다음의 관계가 흔히 사용된다. 이 식의 형태는 Ruth의 식 (1)에서 간단히 유도될 수 있다.

$$\alpha_{av} = \frac{\Delta p_c}{\int_0^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}} \quad (8)$$

Tiller의 근본식을 대입하면 식 (9)를 얻게 된다.

$$\alpha_{av} = \frac{\Delta p_c}{\int_0^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{ap_s^n}} = \frac{\Delta p_c}{\int_0^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{a p_i^n} + \int_{p_i}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{a p_s^n}} = \frac{a(1-n)\Delta p_c}{\Delta p_c^{1-n} - n p_i^{1-n}} \quad (9)$$

a 와 Δp_c 는 모두 양의 값을 가지므로, 압축성 n 이 1보다 큰 경우 식 (9)의 분자는 음의 값을 가진다. 이 경우 분모의 $(1-n)$ 이 음의 값이고, Δp_c 가 p_i 보다 매우 큰 값이므로 분모도 음의 값이 된다. 그러므로 평균 비

저항값 α_{av} 가 양의 값이 된다. 이것이 p_x 의 진정한 역할이라는 것을 Yim 등[9]이 이미 지적한 바 있다.

식 (9)에서 a, n, p_x 는 케이크를 구성하는 입자의 고유 성질이므로 압착 기간에 변화하는 값이 아니다. 또한 Δp_c 의 압력으로 압착을 수행한다면 이 압력은 압착 기간에 변화하지 않는다. 그러므로 식 (9)에 의하면 압착 기간에 평균 비저항값이 동일해야 한다. Shirato[12]의 압착 이론은 이 개념을 받아들였다.

식 (8)에 식 (7)을 대입하여 적분해도 결과적으로 평균 비저항값은 변화가 없게 된다.

본 연구에서는 식 (8)의 경계조건 대신 2-2절의 식 (4)의 새로운 경계조건을 사용하였다.

$$\alpha_{av} = \frac{\Delta p_c - p_x}{\int_{p_x}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}} \quad (10)$$

즉 압착을 위한 피스톤이 케이크를 누를 때 입자가 받쳐주는 압력을 p_x 라고 생각한 것이다. 압착 초기에는 매우 작은 값이고, 압착 종료시에는 이 값이 Δp_c 가 된다. 식 (10)의 α 에 식 (5)의 새로운 근본식을 대입하면 식 (11)이 된다.

$$\alpha_{av} = \frac{\Delta p_c - p_x}{\int_{p_x}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}} = \frac{\Delta p_c - p_x}{\int_{p_x}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{a p_s^n}} = \frac{a(1-n)(\Delta p_c - p_x)}{\Delta p_c^{1-n} - p_x^{1-n}} \quad (11)$$

압축성 n 이 1보다 큰 경우, 식 (9)와 같이 이 식에서도 분자와 분모가 모두 음의 값이므로 α_{av} 는 양의 값을 가지게 된다.

이 식을 눈으로 보아서는 잘 알 수 없으나 실제 값을 넣고 계산해 보면 p_x 가 증가함에 따라 α_{av} 값이 점점 증가한다. 압착의 마지막 상태에서 p_x 가 Δp_c 에 거의 접근하면 α_{av} 값은 압력 Δp_c 에서의 α 값에 수렴한다. 이에 대한 실제 계산 결과는 후에 제시될 것이다.

2.5. 압착 과정의 속도

식 (1)에서 설명한 바와 같이 시간에 대한 압착 단위면적당 여액 단위부피 dV/dt 는 피스톤의 속도 dx/dt 라고 표현할 수 있다. 또한 압착에서는 비교적 두꺼운 케이크를 사용하므로 케이크에 의한 저항 $\alpha_{av}W$ 의 값이 여과매체의 저항 R_m 에 비해 매우 크므로 R_m 이 생략될 수 있다. 그리고 액체가 흐르는 것은 액압의 차이에 의한 것이므로 분자의 항이 $(\Delta p - p_x)$ 가 되어 식 (12)가 얻어진다.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta p - p_x}{\mu \alpha_{av} W} \quad (12)$$

여기에 식 (11)의 α_{av} 를 대입하면 식 (13)이 된다. 단 이제 R_m 을 생략하였으므로 모든 Δp_x 는 Δp 로 대체할 수 있다. 또한 분자와 분모에 $(\Delta p - p_x)$ 가 모두 있어 약분된다.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta p^{(1-n)} - p_x^{(1-n)}}{\mu a (1-n) W} \quad (13)$$

이 식에서 a 와 n 은 CPC 실험에서 결정되는 케이크의 특성이고, Δp 는 압착 압력으로 압착 기간에 일정하게 유지하게 되며, 단위 면적당 케이크의 질량 W 역시 압착 기간에 일정하게 유지된다. 그러므로 이 식에서 압착 속도 dx/dt 는 p_x 만의 함수이다. Shirato의 압착 이론[2, 10]에는 이 개념이 없으므로 동일한 압착 속도가 계산된다. 그러나 실험에서는 압착이 진행되는 동안 속도 dx/dt 가 급격히 느려지므로, 이 단점을 만회하기 위해 입자의 움직임에 대한 저항이라는 또 하나의 개념을 더하지 않을 수 없었다. 그러나 본 연구자는 식 (13)으로 압착 속도를 계산할 수 있다고 가정하였다. 단지 압착의 매 순간 압착 속도가 계

산되려면 그 때의 피스톤 바로 아래의 고체가 피스톤을 받치는 압력 p_x 를 알아야만 한다. 이 압력을 압착 기간의 평균 공간율에서 계산하였다.

2.6. 압착과정에서 평균 공간율에 의한 p_x 계산

압착이 진행되는 동안 케이크의 평균 공간율은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{av} &= \frac{(\text{케이크 내의 액체부피})}{(\text{케이크 전체의 부피})} \\ &= 1 - \frac{(\text{케이크 내의 입자부피})}{(\text{케이크 전체의 부피})} \end{aligned} \quad (14)$$

케이크 내의 입자의 부피는 케이크 내의 입자 질량을 입자 밀도 ρ_s 로 나눈 것이고, 케이크 전체 부피는 압착이 진행되는 면적에 케이크 두께 L 을 곱한 값이다. 또한 압착 면적당 케이크 내 입자 질량이 W 이다. 이상의 사항을 식 (14)에 대입하면 식 (15)가 된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{av} &= 1 - \frac{(\text{케이크 내 입자질량})/(\text{입자밀도})}{(\text{압착 면적})(\text{케이크 두께})} \\ &= 1 - W \frac{1}{L \cdot \rho_s} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Tiller와 Crump[11]가 평균 공간율에 대해 유도한 식에 본 논문의 경계조건을 적용시키면 식 (16)이 된다.

$$\epsilon_{av} = 1 - \frac{\int_{p_x}^{\Delta p} \frac{dp_s}{\alpha}}{\int_{p_x}^{\Delta p} \frac{dp_s}{\alpha(1-\epsilon)}} \quad (16)$$

이 식에 본 연구의 근본식 (5)를 대입하여 적분하면 식 (17)이 된다.

$$\epsilon_{av} = 1 - \frac{1-n-\beta}{1-n} \frac{\Delta p^{1-n} - p_x^{1-n}}{\Delta p^{1-n-\beta} - p_x^{1-n-\beta}} \quad (17)$$

식 (15)와 (17)은 모두 평균 공간율을 나타내는 식이므로 결합시키면 평균 공간율이 없어지고 식 (18)이 된다.

$$L = L_0 - x = \frac{W}{\rho_s} \frac{1-n-\beta}{1-n-\beta} \frac{\Delta p^{1-n-\beta} - p_x^{1-n-\beta}}{\Delta p^{1-n} - p_x^{1-n}} \quad (18)$$

여기서 L_0 는 압착 시작할 때의 케이크의 두께이고, L 은 압착 진행시 어떤 순간의 두께이며, x 는 그 순간까지 줄어든 두께이다. 이 식으로 케이크 두께 L 에서의 피스톤 아래의 입자가 받는 압력 p_x 가 결정된다. 압착 기간에 p_x 이외의 모든 값은 일정하게 유지된다.

2.7. 압착 진행 과정의 계산 및 결과의 표현

압착에 관계된 여러 사항을 다음과 같이 정리할 수 있다.

케이크의 특성을 나타내는 상수; a, n, B, β (CPC에서 측정)

여액의 성질; viscosity

운전 조건; 압착 압력 Δp , 단위 압착면적당 압착 대상 케이크의 질량 W
압착 기간에 변화하는 것; 케이크의 두께 L , 피스톤 아래의 고체 압력 p_x , 압착 시간 t

계산의 첫 단계로 압착 시작 케이크 두께 L 에서 식 (18)을 사용하여 이 때의 피스톤 바로 아래 입자들이 받는 고체압착압력 p_x 를 찾아낸다. 시행착오법으로 필요한 유효숫자까지 p_x 를 결정할 수 있다.

그 다음 약간 증가한 p_x 를 설정하고 식 (18)에서 그 압력에서의 두께를 계산한다. 이 두께는 처음 두께보다 감소하게 된다. 처음 두께에서 이 두께까지의 속도는 처음의 p_x 와 새 p_x 의 중간 값의 속도라고 생각하고, 이 중간값의 p_x 로부터 식 (13)을 사용하여 평균 속도 dx/dt 를 계산

한다. 이 속도로 이 두께를 가기 위한 시간 t 를 계산한다.

이와 같은 계산을 반복하면 압착시간 t 와 케이크 두께 L 의 관계를 구할 수 있다.

이 압착 계산 결과를 표시하기 위해 다음의 Shirato 등[12]이 제안한 U_c 를 사용하였다.

$$U_c = \frac{L_0 - L}{L_0 - L_\infty} \quad (19)$$

여기서 L_∞ 는 압착이 끝났을 때의 케이크 두께이다.

3. 실험장치 및 실험 대상 물질

3-1. 실험장치

압착 대상 케이크를 만들기 위한 여과 실험장치는 일반적인 실험실용 가압식 정압 여과장치를 사용하였다. Compression-permeability cell은 Tiller와 Crump[11]의 장치와 동일한 것을 사용하였다. 압착실험은 여과 실험 장치를 그대로 사용하였다. 자세한 실험 장치는 Yim 등[13]의 논문에 있다. 단 압착 실험 중 기름을 짜는 실험은 피스톤을 사용한 압착 장치를 사용하였다.

3-2. 실험 대상 물질

실험 대상 물질로는 분자량 5×10^5 인 양이온 고분자 응집제로 응집시킨 벤토나이트를 사용하였다. 응집은 보통의 자 테스트(jar tester)에서 130 rpm, 1분의 급속교반과 60 rpm, 15분의 완속교반으로 수행하였으며, 응집 후 10분간 침전시켜 상등액을 조심스럽게 제거하여 사용하였다. 이 방법으로 만든 플록은 생물학적 플록과 달리 항상 동일한 여과특성을 가지고 있었다.

4. 결과 및 고찰

4-1. Compression-Permeability cell 실험 결과

Table 1에 벤토나이트 플록으로 형성된 케이크의 CPC 실험에 의해 결정된 a , n , B , β 값을 나타내었다. 케이크의 압축성을 나타내는 n 값은 1이 넘어 매우 압축성이 큰 케이크로 판명되었다. 그리고 β 는 0.317로 역시 상당히 큰 값을 나타냈다. 이 값들이 압착의 계산에 사용된다.

4-2. 압착 계산과 실험 결과

Fig. 1에 2-7절의 방법으로 계산한 압착 결과를 선으로, 벤토나이트 플록의 여과로 형성된 케이크의 압착 실험 결과를 점으로 나타내었다. 압착 압력은 1기압, 압착 대상 케이크의 질량은 3.2 kg/m^2 이었다. 이론에 의한 계산값과 실험값이 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

계산을 위해 압착 시작 두께에서 식 (18)을 사용하여 계산한 p_x 는 36 Pa이었다. 이 압력은 매우 작아 측정이 어렵다. p_x 를 3%씩 증가시켜 압착 압력 Δp 에 이를 때까지 압착 계산을 수행하였다.

압착 시작시의 p_x 를 구하는 또 하나의 방법은 케이크 여과 기간의 평균 비저항값을 측정하여 식 (11)을 사용하는 것이다. 여과 기간의 마지막 상태가 압착의 시작 상태이기 때문이다. 여과 기간 동안에도 식 (12)

Table 1. The values of a , n , B , β of bentonite floc flocculated with anionic flocculant

	Values
a	2.87×10^7
n	1.125
B	4.09×10^{-3}
β	0.317

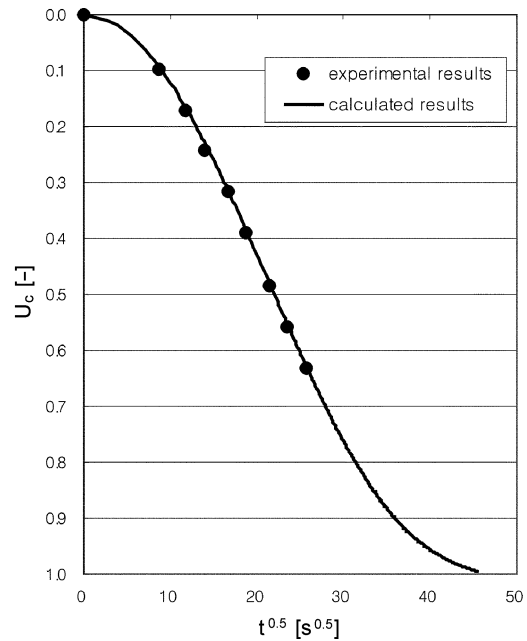


Fig. 1. Expression results of a cake formed by bentonite floc (1 atm).

가 적용된다. 그러나 여과 기간에는 압착 기간과 달리 평균 비저항값과 p_x 가 변화하지 않고, 단지 케이크의 질량 W 가 변화할 뿐이다. 실제로는 약간의 오차가 날 수 있는 압착 시작 두께에서 p_x 를 구하는 것보다, 동일한 p_x 를 가지는 여과 기간의 평균 비저항값을 사용하는 것이 바람직하다.

Shirato의 압착 이론에서는 Fig. 1과 같은 압착 과정을 나타내는 계산을 하려면 압착 실험에서 구한 몇 가지의 상수가 반드시 필요하다. 즉, 어느 압력에서의 압착 실험 결과가 있어야 다른 압력에서의 압착 과정을 계산할 수 있다. 이는 대부분의 분야에서 공통적인 현상이다. 그러나 본 논문에서는 Fig. 1의 압착과정을 계산하기 위해 압착 실험의 결과를 사용하지 않았다. 여과 종료시의 평균 비저항값에서 p_x 를 계산하였으며, 나머지 상수들도 CPC에서 얻은 것들이다. 압착에 관계된 자료를 하나도 사용하지 않고 압착 과정을 계산한 결과가 압착 실험과 일치한 것이다.

압착 실험에서는 압착을 위한 피스톤과 벽면의 마찰이 상당히 클 수 있으며, 이 현상이 마찰을 감안하지 않은 이론적인 값과 마찰이 있는 실험값의 차이를 나타내는 원인이 될 수 있다. 통상적으로 플록의 케이크 여과 결과 형성되는 케이크는 수분 함량이 대단히 많고 두께도 상당히 두껍다. 본 실험에서는 마찰의 원인이 될 수 있는 피스톤을 사용하지 않고 여과가 종료된 케이크를 사용하여 압착을 진행시켰다. 즉, 1기압의 질소가스를 케이크에 가하면 질소가스와 접하는 케이크 표면이 마찰 없는 피스톤의 역할을 하였다고 가정하였다. 그러나 실제 피스톤이 아니므로, U_c 가 0.63인 점에서 케이크가 갈라지며 이 사이로 공기가 투과하여 실험이 종료되었다. 압착이 종료된 것은 아니나 마찰로 인한 오류가 방지된 첫 실험이라는 데 의미를 두었다. 또한 필터 프레스나 벨트 프레스에서 일어나는 압착현상도 피스톤에 의한 벽면마찰 없이 생겨나는 것이므로 이 실험 결과가 의미를 갖는다고 생각하였다.

4-3. 압착 압력이 압착 시간에 미치는 영향

Fig. 2에 압착 압력 0.16기압과 1기압에서 앞 절과 동일한 양의 케이크의 이론적 계산 결과와 실험 결과를 나타내었다. 0.16기압에서의 실험 결과 역시 이론과 잘 일치하였으며, 피스톤을 사용하지 않았으나 U_c 가 0.89까지 실험을 진행시킬 수 있었다.

이론적으로 구한 10기압에서의 압착 결과도 같은 그림에 나타내었다.

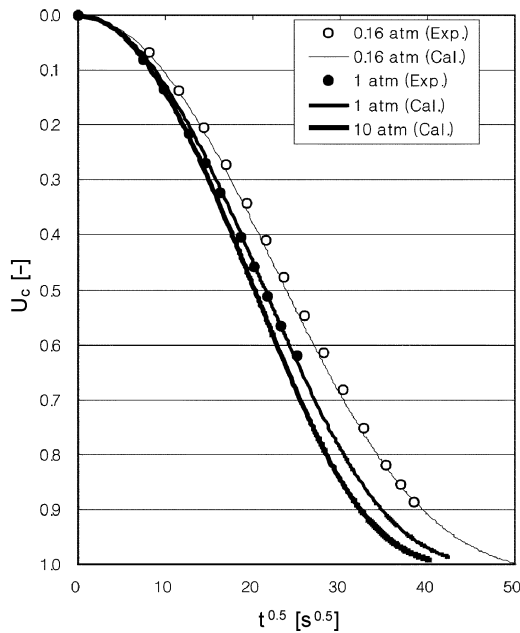


Fig. 2. Calculated and experimental expression results at various pressures for $W=3.2 \text{ kg/m}^2$.

동일한 U_c 에 도달하는 시간이 0.16기압보다 1기압에서 어느 정도 짧았으나, 압력에 비례하는 만큼 짧아지는 것은 아니다. 참고로 U_c 가 0.8에 도달하는 압착 시간이 0.16기압에서는 1199초였고, 이보다 압력이 6.25배 높은 1기압에서 동일한 압착정도에 도달하는 시간은 982초였다. 압력이 6.25배 증가하였으나 시간은 18.1%가 줄었을 뿐이다. 10기압에서 동일한 압착정도에 도달하는 데 걸린 시간은 809초였다. 1기압과 비교하면 압력이 10배 증가하였을 때 압착 시간은 17.7%가 줄었다.

이 시간과 U_c 의 결과만으로 보면 압력의 증가가 압착의 정도에 미치는 영향은 크지 않다고 판단할 수 있다. 그러나 우리가 압착에 기대하는 바, 고액분리라는 면으로 보면 기준을 U_c 로만 볼 것이 아니고 최종 수분 함량으로 다시 분석해야 할 것이다. 그러나 본 논문에서는 압착 분야에서 계속 사용해 온 U_c 를 기준으로 분석하였다.

4.4. 압착 대상 케이크 양이 압착 시간에 미치는 영향

1기압에서 W 값이 1.6 kg/m^2 과 3.2 kg/m^2 인 케이크에 대한 이론과 실험값을 Fig. 3에 나타내었다.

W 값이 1.6 kg/m^2 인 경우는 얇은 케이크임에도 불구하고 실험과 이론값이 잘 일치하였다. W 가 3.2 kg/m^2 인 케이크의 경우에는 약간의 실험 오차가 있었으나 이론값과 큰 차이를 보이지는 않았다. Fig. 3의 압력의 변화와는 달리 케이크의 양이 두 배가 되었을 경우 압착 시간은 실험과 계산에서 모두 상당히 큰 차이를 보였다. 이 관계를 상세히 알아보기 위해 W 가 0.8 kg/m^2 인 경우와 6.4 kg/m^2 인 경우에 대한 계산 값을 Fig. 3에 동시에 나타내었다. 이 그림에서 압착 단위면적당 케이크의 양 W 가 늘면 압착시간이 크게 증가한다. 이 현상을 자세히 분석하기 위해 U_c 가 0.8에 도달하는 시간을 Table 2에 나타내었다.

W 가 0.8 kg/m^2 에서 두 배 늘어 1.6 kg/m^2 가 된 경우 압착 시간은 70.5초에서 322초로 4.57배 늘었다. W 가 네 배 증가한 경우 시간은 14배가 늘었으며, 8배 증가한 경우 시간은 66배 증가하였다. 이는 압착 기구를 설계할 경우 가능한 한 작은 W , 즉 얇은 케이크를 압착하는 것이 짧은 시간에 수행할 수 있다는 것을 보여준다. 현재 시장에서 약용으로 사용하는 홍화씨의 기름을 짜 때 아주 기름이 압착되고 남은 얇은 케이크가 상당히 빠른 속도로 나오는 것을 볼 수 있다. 이것은 경험으로 작은 W 가 시간적으로 유리하다는 것을 알고 설계한 결과이다.

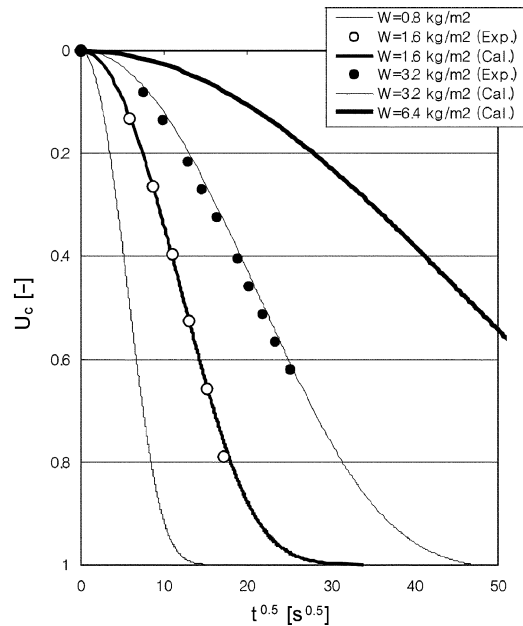


Fig. 3. Calculated and experimental expression results for various cake mass at 1 atm.

Table 2. Expression time for $U_c=0.8$ at 1 atm

$W \text{ (kg/m}^2\text{)}$	0.8	1.6	3.2	6.4
Time (s)	70.5	322	986	4650
Remark	1	4.57	14.0	66.0

4.5. 압착 기간의 평균 비저항값의 변화

압착이 진행되는 동안의 평균 비저항값을 계산하여 Fig. 4에 나타내었다. 이 케이크의 양 W 는 3.2 kg/m^2 이고, 압착 압력은 1기압이었다.

전반적으로 보아 압착이 반 이상 진행될 때까지는 평균 비저항값이 완만히 증가하였으나, 종반에 들어가서는 급격히 증가한다. 압착 기간에 케이크의 평균 비저항값이 동일하게 유지되지 않고 연속적으로 변화한다는 개념은 본 연구자가 처음으로 제안하는 것이다.

종반까지 비저항값이 완만하게 증가하는 것은 압축성이 큰 케이크의 특징이다. 이로 인하여 압착 초기와 여과 말기의 여액 배출 속도의 차이가 크지 않아 압착이 진행되는 것을 여과라고 잘못 판단하기 쉽다. 본

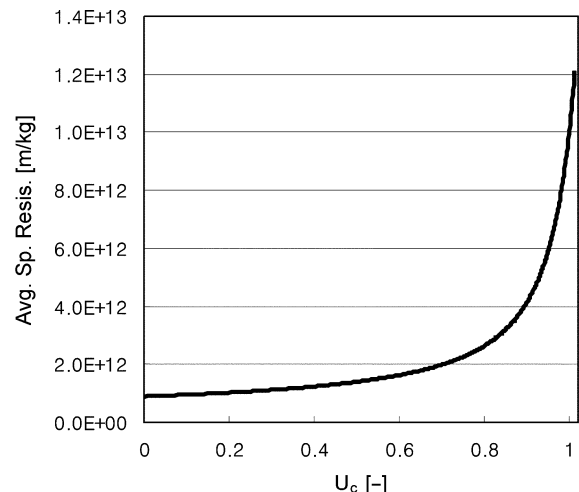


Fig. 4. Average specific resistance during expression of $W=3.2 \text{ kg/m}^2$ at 1 atm.

연구자는 여과와 압착을 명확히 판별할 수 있는 실험 방법으로 ‘여과-투과 실험 [13]’을 제안하였다.

압착이 시작될 때, 피스톤을 받쳐주는 고체의 압력 p_x 는 36 Pa이다. 이 값과 압착 압력 Δp 가 1기압 즉 1×10^5 Pa로 식 (11)을 사용하여 계산한 평균 비저항값 α_{av} 는 8.93×10^{-11} m/kg이다.

압착이 종료될 때는 p_x 가 1×10^5 Pa까지 증가한다. 이 때 Δp 는 1×10^5 Pa이므로 식 (11)의 p_x 와 Δp 에 동일한 값을 넣으면 평균 비저항값이 0이 되어 실제와 달라진다. 이 문제를 해결하기 위해 현재 계산에서는 p_x 에 9.9999×10^4 Pa를 대입하였다. 이 결과 압착 종료시의 케이크 평균 비저항값이 1.21×10^{13} m/kg으로 계산되었다. 이것은 압착 시작 시 평균 비저항값의 13.6배로 대단한 증가라고 생각할 수 있다.

식 (12)에서 압착속도 dx/dt 는 평균 비저항 α_{av} 에 반비례하므로 평균 비저항값이 13.6배 증가하면 압착속도는 적어도 1/13.6로 줄어든다. 또한 이 식의 분자를 구성하는 항 ($\Delta p - p_x$)도 매우 작아지므로 압착이 거의 종료될 때의 속도는 초기보다 매우 느릴 수 밖에 없다. Fig. 4의 압착의 경우 초기의 압착 속도는 3.6×10^{-5} m/s였으나, 거의 종료시인 p_x 가 9.9999×10^4 Pa에서의 압착속도는 2.7×10^{-11} m/s으로 초기에 비해 백만분의 일이 안되었다.

CPC 실험에서 모든 케이크가 동일한 공간율을 가지게 되었을 때의 수식인 수식 (5)의 P_s 값에 1×10^5 Pa를 넣어 케이크 비저항 α 의 값을 계산하면 1.21×10^{13} m/kg이 얻어진다. 이것은 압착 종료시 모든 케이크가 동일한 공간율을 가지게 되어 케이크 평균 비저항값 α_{av} 가 단일 구조 케이크 저항값 α 가 되는 것을 알려준다.

4-6. 압착 기간의 의 변화

Fig. 5에 압착 기간 동안 케이크 상단의 입자가 받는 압력 p_x 의 변화를 나타내었다. 압착 조건은 4-5절과 같다.

전체 압착의 60%가 진행될 때까지 p_x 가 크게 증가하지 않았다. U_c 가 0인 처음의 36 Pa에서 U_c 가 0.5일 때 290 Pa로 증가했을 뿐이다. U_c 가 0.6일 때는 540 Pa로 그다지 크지 않다. 이 정도까지는 케이크를 구성하는 입자와 입자 사이에 있는 액체의 표면장력으로 충분히 견딜 수 있다. 그러므로 본 실험에서 피스톤이 없이 압착 실험이 가능했다고 생각한다. 즉 액체의 표면장력이 마찰 없는 피스톤의 역할을 수행한 것이다. 그 결과 피스톤이 있는 실험과 달리 이론과 실험의 결과가 잘 일치할 수 있었다고 생각한다.

그러나 U_c 가 0.7일 때는 p_x 가 1,140 Pa이었고, 0.8일 때는 2,940 Pa로 증가하였다. 그 이후는 매우 가파르게 1×10^5 Pa까지 증가한다. Fig. 4와

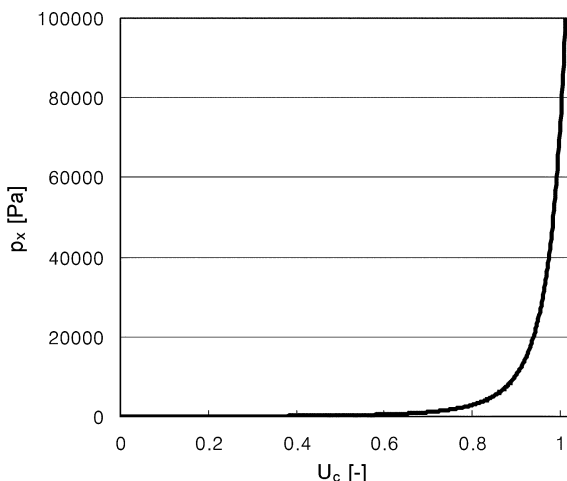


Fig. 5. Solid compressive pressure under the piston, p_x , during expression of $W=3.2$ kg/m² at 1 atm.

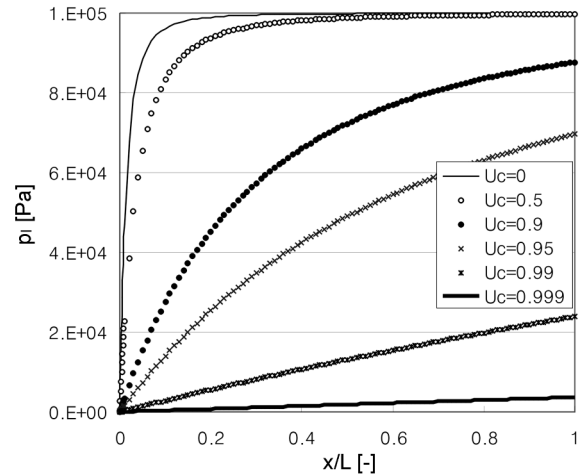


Fig. 6. Variation of liquid pressure during expression in a cake of $W=3.2$ kg/m² at 1 atm.

비교하면 p_x 가 증가함에 따라 케이크의 평균 비저항이 증가하는 것을 알 수 있다. Fig. 5로 보아 p_x 가 압착압력과 같아지면 압착이 종료된다.

4-7. 압착 기간의 케이크 내부의 액압 p_l 의 변화

Fig. 6에 케이크의 내부의 두께에 따른 액압 p_l 의 값이 압착이 진행되는 과정에 따라 변화하는 모습을 나타내었다.

그림에서 x/L 이 0인 그래프의 왼쪽 끝은 여과매체와 접하고 있는 케이크 면을 의미하고, x/L 이 1인 곳은 그 반대면의 케이크 면을 의미한다. U_c 가 0인 선은 압착이 시작할 때의 p_l 의 분포이다. U_c 가 0.5인 선은 압착기간에 감소하는 두께의 반까지 압착이 진행될 때를 나타낸다. 이때는 케이크의 두께 L 이 상당히 감소한 상태이나, 이 그래프에서는 x/L 로 나타내므로 두께 L 의 변화를 느낄 수는 없다. 이 그래프의 장점은 케이크 두께가 작은 경우에도 내부 p_l 의 분포가 명확히 표시된다는 것이다.

Fig. 6의 U_c 가 0인 가장 아래쪽의 가는 선은 압착 시작 순간의 액압의 분포를 나타낸다. 이 순간은 여과가 종료되는 때의 액압의 분포와 동일하다. 앞에서 언급한 바와 같이 여과매체에 의한 압력 강하를 생략한다면 여과매체와 닿는 케이크면의 액압 p_l 은 0이라고 생각할 수 있다. 그러나 그 압력은 케이크 내부로 들어갈수록 곧 증가하기 시작하여 전체 두께의 5%인 곳에서의 액압 p_l 은 88,600 Pa로 압착 압력 100,000 Pa의 88.6%에 도달한다. 그리고 나머지 95% 두께의 케이크에서의 압력 강하는 11,400 Pa로 11.4%에 불과하다. 이렇게 여과매체 부근의 매우 얇은 케이크에서만 압력이 급격히 강하하는 현상은 케이크 여과에 대한 연구에서 Tiller와 Green[14]에 의해 밝혀졌다. 이 현상을 ‘dense skin’이라 하며, 압축성 n 이 매우 큰 케이크가 가지는 특수한 현상이다.

그 다음의 U_c 가 0.5인 작은 흰 점으로 표현된 선은, 변화두께만으로 보아서는 압착의 반이 진행된 순간을 나타낸다. 그러나 이때까지도 액압의 분포는 초기와 크게 다르지 않다. 여과매체에 가까운 케이크에서 거의 대부분의 압력강하가 일어난다.

U_c 가 0.9인 검은 점으로 표현된 액압 분포 선은 앞의 두 가지와 상당히 다른 모양을 나타낸다. x/L 이 1인 곳의 압력도 87,700 Pa로 상당히 낮은 값을 나타낸다. 압착압력에서 이 액압을 뺀 나머지 압력이 이 면의 p_x 로 고체입자들이 직접 받아야 하는 압력이다. 본 연구에서는 압착이 종료될 때, 즉 U_c 가 1에서는 모든 압력을 고체입자들이 받아야 한다고 가정하였다. 이것은 p_l 이 전 케이크에 걸쳐 0이 되는 것을 의미한다. 이 그래프에는 U_c 가 0.999에서 약간의 액압 p_l 이 남아 있는 것으로 표시되었으나 한 단계 더 계산하면 결국은 0이 된다.

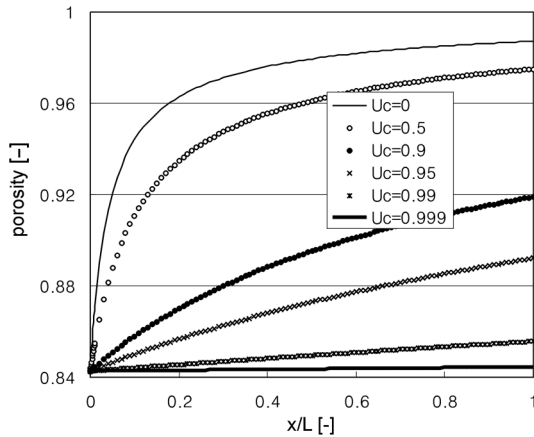


Fig. 7. Variation of porosity during expression in a cake of $W=3.2 \text{ kg/m}^2$ at 1 atm.

4-8. 압착 기간의 케이크 공간을 변화

Fig. 7에 압착 기간 동안 케이크 내부의 공간을 변화를 계산하여 나타내었다.

그림의 가장 위쪽에 가는 선은 U_c 가 0인 압착 시작시 케이크의 공간율의 분포를 나타낸다. 케이크 여과에서는 여과 기간 전체에 걸쳐 이와 같은 공간율의 분포를 가지고 있다. 4-7절에서 언급한 'dense skin'은 x/L 이 0 부근인 여과매체와 접촉하고 있는 공간율이 작은, 즉 수분함량이 작은 굳은 케이크가 집중적으로 분포되어 있는 부분을 의미한다. 나머지 대부분의 케이크는 공간율이 0.9를 넘는 수분 함량이 많은 케이크로 구성되어 있다. 이런 구조가 압축성이 매우 큰 여과 케이크의 특성이다. 높은 여과 압력을 사용한 조작에서도 이런 분포는 크게 바뀌지 않는다. 높은 압력의 여과에서는 x/L 이 0 부근 얇은 케이크의 공간율이 어느 정도 변화할 뿐, 나머지 대부분의 케이크는 역시 수분함량이 많은 케이크로 구성되게 된다. 그러므로 케이크 여과 압력을 높여도 평균 공간율이 크게 다르지 않은 케이크가 얻어진다[15]. 이 현상으로 말미암아 압축성이 큰 케이크의 고액분리에는 케이크 여과 후 압착이 필요하다.

U_c 가 0.5인 흰 점이 나타내는 공간율의 분포를 보면, 전체적으로 초기보다는 공간율이 상당히 낮아졌으나 이 경우에도 전체의 90% 두께의 공간율이 0.9를 넘는다. 검은 점으로 표현된 U_c 가 0.9인 경우에는 케이크 전체의 공간율이 0.92 이하가 되었다. 그러나 U_c 가 0.9인 경우에도 공간율의 분포가 존재한다. 그 후 U_c 가 0.999에 도달해야 케이크 전체가 거의 동일한 공간율을 가지게 된다.

이상의 분석으로 압착이 진행되는 과정을 알 수 있다. 압착 전체 과정에 걸쳐 여과매체와 접촉하고 있는 케이크의 공간율은 일정하게 유지되며, 나머지 부분의 케이크의 공간을 전체가 서서히 감소하는 과정이다. 또한 여과매체와 반대쪽인 (흔히 피스톤과 접해있는) 케이크의 면에 가해진 압력에 의해 공간율이 점점 감소하여, 결국에는 여과매체와 접촉하고 있는 케이크 공간율과 동일하게 되면 압착은 종료되는 것이다. 이곳의 공간율과 직접적인 관계를 가지는 것이 이 면의 고체 압축 압력 p_x 이며, 4-6절에서 언급한 바와 같이 p_x 가 압착 압력까지 증가하면 압착이 종료된다.

4-9. 케이크 전체의 수분함량 변화

Fig. 8에 0.16기압과 1기압에서 W 가 3.2 kg/m^2 인 케이크의, 압착 진행 시간에 대한 케이크 전체의 수분함량 변화를 나타내었다.

앞의 Fig. 2에서는 압착 압력이 압착 속도에 큰 영향을 주지는 않는 것으로 나타났다. 그러나 Fig. 8의 계산 결과에 의하면 최종 수분 함량에 미치는 압력의 영향은 작은 것이 아니다. 압착에서 최종 수분 함량은 케이크의 압력의 함수라는 것을 알 수 있다.

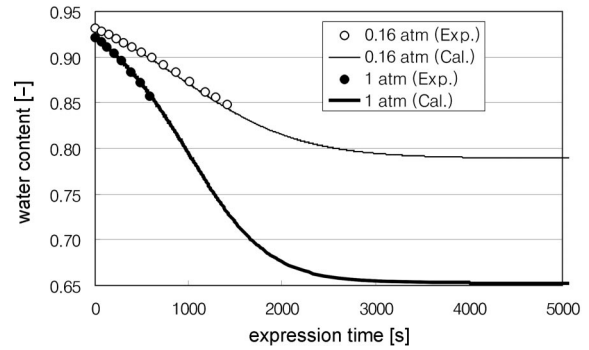


Fig. 8. Variation of water content during expression in a cake of $W=3.2 \text{ kg/m}^2$ at 0.16 atm and 1 atm.

여과 후 압착 조작에 의한 고액분리에서 최종 수분 함량은 압착 압력에 지배된다고 생각할 수 있다. Tiller와 Leu[15]에 의하면 매우 압축성이 큰 케이크에 의한 케이크 여과의 경우 높은 압력에 의한 조작이 케이크의 수분 함량을 높여주지는 않는다. 본 연구자의 '고액분리 통합이론'을 적용한 케이크 여과[13]에 대한 분석에서도 동일한 결과를 얻었다. 그러므로 케이크의 수분함량을 감소시키려면 압착을 통해야 하며, 압착에서 최종 수분 함량이 적은 케이크를 얻으려면 압착 압력을 증가시켜야 한다는 결론에 도달한다. 이는 현재 널리 통용되는 현대 여과이론과 반대되는 결론이다.

또한 Fig. 8에서 보면 동일한 W 의 경우 압착에 의해 최종 수분 함량에 도달하는 시간은 압력이 0.16기압에서 1기압으로 6.25배의 차이가 있어도 큰 변화가 없다고 보인다.

4-10. 기름의 압착 결과

앞에서 사용한 실험장치로는 높은 압력에 의한 압착 실험이 어렵다. 그러므로 피스톤과 온도 조절기를 부착한 압착 장치로 분쇄한 유체에서 기름을 압착하는 실험하였다. 압착 실험은 80기압에서 90°C로 그리고 60기압에서 75°C로 수행되었으며, 흘러나오는 기름의 양을 자동 저울과 컴퓨터를 사용하여 기록하였다. 실험 결과와 이론적인 계산 결과를 Fig. 9에 나타내었다.

계산에 사용된 식 (13)에 들어 있는 점도가 온도에 대해 변화하므로 각 온도에서의 점도를 사용하였다. 실험 조건이 포함되는 높은 압력과 온도에서 CPC 실험을 수행하여 케이크의 특성 a , n , B , β 를 정하는 것은 매우 어렵다. 그러므로 80기압의 압착 실험 결과에서 이 값들을 결정하였다. 그 결과 Fig. 9의 80기압의 경우와 같이 압착 시간과 압착된 기름의 무게가 잘 일치하는 그래프를 얻을 수 있었다. 압착 시작 순간은 80기압에서 기름이 처음 흘러나오는 때로 결정하였다. 이 때의 피스톤 아래 입자가 압착 초기에 가지는 고체 압축 압력 p_x 는 계산에 의하

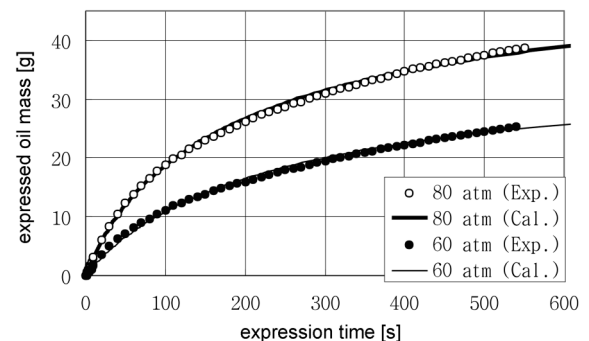


Fig. 9. Expression result of rape seed at 60 atm and 80 atm.

면 15기압이었다.

실험은 60기압 75 °C에서도 실행되었다. 이 경우의 이론적인 계산에 앞의 모든 값에 이 온도의 점도와 실험 압력을 대입하여 계산한 결과 실험값과 일치하지 않는 결과를 얻었다. 그러나 p_x 를 앞의 15기압에서 19기압으로 높여 계산한 결과 Fig. 9와 같이 실험과 일치하는 계산 결과를 얻었다. 이것을 낮은 온도로 인하여 점성이 높아진 결과 p_x 가 증가한 것이라고 분석하였다. 전반적으로는 ‘고액분리 통합이론’을 사용하여 기름의 압착 양태를 분석할 수 있다고 생각한다.

5. 결 론

지금까지 압착에 적용되지 못한다고 생각한 Darcy의 법칙에, 새로운 개념의 경계조건과 케이크 근본식을 적용하여 압착의 진행 정도와 시간의 관계를 계산하였으며 실험을 통하여 입증하였다. 그리고 이 이론을 사용하여 압착 압력과 압착 대상 케이크의 양이 압착에 미치는 영향, 압착 기간의 내부의 압력 변화, 내부 공간율의 변화를 계산하였다. 그 결과 압착의 진행과 압착 종료점에 대한 이론적인 고찰을 하였으며, 케이크의 수분 함량의 변화의 과정과 압력의 영향도 계산하였다. 60기압과 80기압의 높은 압력에서 기름을 압착하는 과정에 이 새로운 개념을 사용하여 실험과 일치하는 이론적인 계산을 수행하였다.

감 사

본 연구는 2001년도 인하대학교 교내연구비(22018)로 연구되었으며, 지원에 감사드립니다.

사용기호

a	: coefficient in Eq. 5 [-]
B	: coefficient in Eq. 5 [-]
L	: thickness [m]
L_o	: cake thickness at the beginning of expression [m]
L_∞	: cake thickness at the end of expression [m]
n	: compressibility Eq. 5 [-]
p_a	: pressure defined by Shirato [Pa]
p_i	: pressure defined by Tiller [Pa]
p_l	: liquid pressure [Pa]
p_s	: solid compressive pressure [Pa]
p_x	: solid compressive pressure of the first solid layer [Pa]
Δp	: filtration pressure [Pa]
Δp_c	: pressure drop across cake [Pa]
Δp_m	: pressure drop across filter medium [Pa]
R_m	: resistance of filter medium [m^{-1}]
t	: filtration or permeation time [s]
V	: volume of filtrate per unit area [m^3/m^2]
W	: dry cake mass per unit filter area [kg/m^3]

그리스 문자

α	: specific cake resistance [m/kg]
α_o	: coefficient in Eq. 7 [-]

α_{av}	: average specific cake resistance [m/kg]
β	: coefficient in Eq. 5 [-]
ϵ	: porosity [-]
ϵ_{av}	: average porosity [-]
μ	: viscosity of filtrate [$kg/m \cdot s$]
ρ_s	: density of particle [kg/m^3]

참고문헌

1. Yim, S. S., "A Theoretical and Experimental Study on Cake Filtration with Sedimentation," *Korean J. Chem. Eng.*, **16**(3), 308-315(1999).
2. Shirato, M., Murase, T., Fukaya, S. and Kato, S., "Studies on Expression of Slurries under Constant Pressure," *Kagaku Kogaku*, **31**(11), 1125-1131(1967).
3. Tergaghi, K., "Theoretical solid mechanics," Wiley(1951).
4. Yim, S. S. and Kim, J. H., "An Experimental and Theoretical Study on the Initial Period of Cake Filtration," *Korean J. Chem. Eng.*, **17**(4), 393-400(2000).
5. Yim, S. S., Oh, H. Y. and Kwon, Y. D., "Complete Process of Hindered Sedimentation," *J. Korean Solid Wastes Engineering Society*, **12**(5), 475-484(1995).
6. Darcy, H. P. H., "Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon," Victor Dalmont, Paris(1856).
7. Ruth, B. F., "Correlating Filtration Theory with Industrial Practice," *Ind. Eng. Chem.*, **38**(6), 564-571(1946).
8. Tiller, F. M., "The Role of Porosity in Filtration Part 2: Analytical Equations for Constant Rate Filtration," *Chem. Eng. Progr.*, **51**(6), 282-290(1955).
9. Yim, S. S., Song, Y. M. and Kwon, Y. D., "The Role of P_r , P_o , and P_f in Constitutive Equations and New Boundary Conditions in Cake Filtration," *Korean J. Chem. Eng.*, **20**(2), 334-342(2003).
10. Shirato, M., Kato, H., Kobayashi, K. and Sakazaki, H., "Analysis of Settling of Thick Slurries due to Consolidation," *J. Chem. Eng. Japan*, **3**(1), 98-104(1970).
11. Tiller, F. M. and Crump, J. R., "Solid-Liquid Separation: An Overview," *CEP*, October, 65-75(1977).
12. Shirato, M., Murase, T. and Hayashi, N., "Expression Theory and Its Practical Utilization," World Filtration Congree III, 280-287(1982).
13. Yim, S. S., Song, Y. M. and Jun, S. J., "Study on the Measurement of Average Specific Cake Resistance in Cake Filtration of Particulate Suspension and Sedimented Floc," *HWAHAK KONGHAK*, **40**(3), 330-339(2002).
14. Tiller, F. M. and Green, T. C., "Role of Porosity in Filtration IX Skin Effect with Highly Compressible Materials," *AIChE J.*, **19**(6), 1266-1269(1973).
15. Tiller, F. M. and Leu, W., "Cake Compressibility-Critical Element in Solid-Liquid Separation," World Filtration Congress III, 270-279(1982).