

## MISO 고차 ARX 모델 기반의 MIMO 상태공간 모델의 모델인식: 설계와 적용

원왕연 · 윤지은 · 이광순<sup>†</sup> · 이봉국\*

서강대학교 화공생명공학과  
121-742 서울시 마포구 신수동 1  
\*LS산전 연구소  
431-080 경기도 안양시 동안구 호계동  
(2006년 11월 20일 접수, 2006년 12월 21일 채택)

### Identification of MIMO State Space Model based on MISO High-order ARX Model: Design and Application

Wangyun Won, Jieun Yoon, Kwang Soon Lee<sup>†</sup> and Bongkook Lee\*

Department of Chemical and Biomolecular Engineering, Sogang University, 1, Shinsoo-dong, Mapo-gu, Seoul 121-742, Korea

\*LS Industrial System Co., Ltd., Hogye-dong, Dongan-gu, Anyang, Gyeonggi 431-080, Korea

(Received 20 November 2006; accepted 21 December 2006)

#### 요 약

부분 최소자승회귀, 균형 잡힌 realization, 균형 잡힌 truncation을 결합함으로써, MIMO 상태공간 모델의 모델인식을 위한 효과적인 방법이 개발되었다. 개발된 방법에서 MIMO 시스템은 고차 ARX 모델로 표현되는 다중 MISO 시스템으로 분해된다. 이 때, ARX 모델의 파라미터는 부분 최소자승회귀에 의해 추정된다. 그 후, realization을 통해 각각의 MISO ARX 전달함수에 대한 MIMO 상태공간 모델이 만들어지며, MIMO 상태공간 모델로 결합된다. 최종적으로, 균형 잡힌 realization과 균형 잡힌 truncation을 통해 최소의 균형 잡힌 MIMO 상태공간 모델이 얻어진다. 제안된 방법은 고압 CO<sub>2</sub> 용해도 측정 실험 장치의 온도제어를 위한 모델 예측 제어의 설계에 적용되었다.

**Abstract** – An efficient method for identification of MIMO state space model has been developed by combining partial least squares (PLS) regression, balanced realization, and balanced truncation. In the developed method, a MIMO system is decomposed into multiple MISO systems each of which is represented by a high-order ARX model and the parameters of the ARX models are estimated by PLS. Then, MIMO state space models for respective MISO ARX transfer function are found through realization and combined to a MIMO state space model. Finally, a minimal balanced MIMO state space model is obtained through balanced realization and truncation. The proposed method was applied to the design of model predictive control for temperature control of a high pressure CO<sub>2</sub> solubility measurement system.

Keywords: Identification, PLS, Balanced Realization, Balanced Truncation, Model Predictive Control

#### 1. 서 론

현대의 고급 제어기는 모델 기반 제어기법으로 이산 시간 상태공간 모델을 탑재하며 그 성능은 공정모델의 정확성에 의해 결정된다. 하지만 일반적인 화학공정은 복잡한 구조로 설계되어 공정이 지니는 동특성을 물리 법칙을 이용하여 모델링 하기란 쉽지 않다. 따라서 화학공정의 모델 기반 제어기 설계에서는 실험을 통한 모델인식 과정을 통해 경험적 모델을 결정하는 방법을 일반적으로 취한다.

실험적으로 공정모델을 얻기 위한 대표적인 방법은 1970년대 말에 Ljung에 의해서 일반화된 예측 오차 방법(prediction error method)과

1990년대 초에 제안된 부공간 모델인식 방법(subspace identification method)이다[1]. 이 중 예측 오차 방법은 parametric 방법을 대표하는 것이다. 기본적으로 단일 입출력(SISO)(혹은 다중 입력 단일 출력(MISO)) 모델을 대상으로 하며 예측 오차를 최소화하는 모델 파라미터를 결정하기 때문에 적은 양의 측정 데이터로도 상대적으로 정확한 모델 파라미터를 구할 수 있다는 장점을 가진다. 한편, 부공간 모델인식 방법은 nonparametric 방법에 속하는 것으로, 비반복적인 방법을 사용하기 때문에 항상 수립 가능하며, QR과 특이치 분해만을 사용하기 때문에 수치적으로 안정하며 균형 잡힌 다중 입출력(MIMO) 상태공간 모델을 찾아 주는 특징을 갖는다[2, 3]. Van Overschee와 DeMoor에 의한 N4SID가 가장 유명하며, 이들의 기여 이후 부공간 모델인식 방법의 이론과 적용에 대한 많은 연구가 수행되었다[4-8]. 그러나 부공간 모델인식 방법은 닫힌 루프 데이터를

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.  
E-mail: kslee@sogang.ac.kr

이용하는 경우 편의(biased)된 모델을 추정하기 때문에, 불안정하여 열린 루프 상태로 모델인식 실험을 할 수 없는 위험한 공정에 대해서는 모델인식이 어렵게 된다. 또한 최적화 개념에 의한 모델 추정 방법이 아니기 때문에 동일한 정밀도의 모델을 얻기 위해서는 예측 오차 방법에 비해 많은 데이터가 필요하다는 단점을 지닌다.

공정모델의 차수가 실제 공정의 차수와 같은 경우, 공정 입력이 공정을 충분히 여기 시키지 못하면 공선성(collinearity)에 의한 ill-conditioning으로 시스템 파라미터 추정 과정에서 발산하거나 잘못된 결과를 초래할 수 있다. 특히 MIMO 공정은 풍부한 신호 정보를 갖도록 공정을 여기 시키기 어렵기 때문에 공선성에 의한 문제가 발생할 가능성이 높아진다. 한편, 공정모델의 차수가 실제 공정의 차수보다 큰 경우, PRBS(pseudo random binary sequence)와 같이 다양한 주파수의 정보를 갖는 신호를 입력 하더라도 공정 입력과 출력 사이의 상관 관계로 인해 항상 공선성에 의한 문제가 발생하게 된다.

공선성에 의한 문제를 해결하고 적은 양의 데이터로 최적의 공정 모델을 얻기 위해, 본 연구에서는 기존에 개발된 여러 기능들을 조합하여 상업적으로 신뢰성 있는 모델인식 시스템을 개발하였다. 주 성분 분석과 다중 회귀의 특징을 결합한 부분 최소자승 회귀(partial least square regression)를 도입하여 다중 공선성(multi-collinearity)에 의한 파라미터 추정 문제를 해결하고, 균형 잡힌(balanced) realization과 균형 잡힌 truncation을 통해 모델차수를 감소하여 최소의(minimal) 균형 잡힌 MIMO 상태공간 모델을 얻었다.

## 2. 모델인식 방법의 설계

현대 고급 제어기는 모델 기반 제어기법으로서 공정모델의 정확성에 의해 그 성능이 결정되므로, 가능한 공정을 잘 표현할 수 있도록 모델링 하는 일은 매우 중요하다. 이를 위해 다음의 항목들을 순차적으로 수행하도록 모델인식 방법을 설계하였다.

- ▶ 단계 1: 데이터 전처리.
  - ▶ 단계 2: MIMO 공정을 MISO 공정으로 분해.
  - ▶ 단계 3: 단계 2 에서 결정된 각 MISO 공정에 대해 고차 ARX 전달 함수로 표현하고 부분 최소자승회귀를 사용하여 파라미터를 추정.
  - ▶ 단계 4: MISO ARX 전달 함수를 관찰 가능한 표준형 상태공간 모델로 변환.
  - ▶ 단계 5: MISO 상태공간 모델을 비최소의(non-minimal) MIMO 상태공간 모델로 결합.
  - ▶ 단계 6: 균형 잡힌 realization과 균형 잡힌 truncation을 통해 최소의 균형 잡힌 상태공간 모델로 차수 감소.
- 위의 각 단계의 내용을 상세히 설명하면 다음과 같다.

### 2-1. 데이터 전처리 및 공정 분해

좋은 모델인식 결과를 얻기 위해 데이터를 전처리하는 과정이 필요하다. 이를 통해 이상치(outlier)를 제거하고 모델링에 포함되기 원하는 주파수 영역을 강조함으로써, 알려지지 않은 편이된 변수에 의한 문제를 최소화 할 수 있다. 이를 위해, 본 연구에서는 식 (1)과 같이 입력과 출력 데이터의 편차를 취하여 편의를 제거하고, 파라미터 추정 조건을 향상시키기 위해 표준편차로 나누어 입출력 데이터를 정규화(normalization)하였다.

$$y(t) = \frac{y^m(t) - \bar{y}}{\sigma_y}, \quad u(t) = \frac{u^m(t) - \bar{u}}{\sigma_u} \quad (1)$$

여기서,  $y^m$ 와  $u^m$ 은 각각 측정된 공정출력과 입력이며,  $\bar{y}$ 와  $\bar{u}$ 는 평균이고  $\sigma_y$ 와  $\sigma_u$ 는 표준편차이다. 그 다음, 대상 MIMO 공정을 각각의 출력에 대한 MISO 공정으로 분해하였다.

### 2-2. 고차 ARX 모델링과 파라미터 추정

ARX 모델은 비선형 회귀로 파라미터를 결정해야 하는 ARMAX 모델과 달리, 선형 회귀 방법으로 간단히 파라미터를 추정할 수 있으며, 그 차수가 충분히 크면 ARMAX와 같은 복잡한 모델을 사용하지 않고도 실제 공정을 잘 표현할 수 있는 장점이 있다[1]. 본 연구에서는 분해된 대상 MISO 공정을 식 (2)와 같이 고차 ARX 모델로 모델링 하였다.

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^n \left( -a_{ik}y_i(t-k) + \sum_{j=1}^{n_u} b_{jk}u_j(t-k) \right) + e_i(t) \quad (2)$$

여기서  $i = 1, \dots, n_y$

여기서,  $y$ 는 공정출력,  $u$ 는 공정입력,  $e$ 는 외란이다. 그리고  $n$ 은 모델차수,  $n_u$ 는 입력의 수,  $n_y$ 는 출력의 수이다. 식 (2)를  $t = 1, \dots, N$  동안의 데이터를 모아서 벡터로 표시하면 식 (3)과 같다. 식 (3)에서  $\Phi_i$ 와  $Y_i$ 행렬은 변수 추정과정에서 임의의 초기 상태 설정에 따른 영향이 나타나지 않도록 구성하였다.

$$Y_i = \Phi_i \Theta_i + E_i \quad \text{여기서 } i = 1, \dots, n_y$$

$$Y_i = \begin{bmatrix} y_i(n+1) \\ \vdots \\ y_i(N) \end{bmatrix}$$

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} -y_i(n) & \dots & -y_i(1) & u_1(n) & \dots & u_1(1) & u_{n_u}(n) & \dots & u_{n_u}(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y_i(N-1) & \dots & -y_i(N-n) & u_1(N-1) & \dots & u_1(N-n) & u_{n_u}(N-1) & \dots & u_{n_u}(N-n) \end{bmatrix} \quad (3)$$

고차 ARX 모델은 공정모델의 mis-specification으로 인해 발생하는 다중공선성에 의해 회귀문제가 ill-conditioning되어, 모델 파라미터 추정 과정에서 발산하거나 부정확한 결과를 초래할 수 있다. 이러한 다중공선성에 의한 문제를 극복하기 위해 개발된 방법으로 주 성분 회귀와 부분 최소자승 회귀가 유명하다. 이 중 주 성분 회귀는 식 (4)와 같은 주 성분 분석을 통해 얻어진  $\Phi_i$ 의 주 성분을  $Y_i$ 의 회귀 변수로 사용함으로써, 주 성분의 직교성을 이용하여 다중공선성에 의한 문제를 제거하는 방법이다.

$$\Phi_i = [U \tilde{U}] \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & \tilde{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^T \\ \tilde{V}^T \end{bmatrix} \approx UDV^T = UQ^T \quad (4)$$

식 (3)의 회귀문제에서 주 성분회귀는 식 (4)와 같이 독립적으로  $\Phi_i$ 와  $Y_i$ 의 주 성분을 분석하여 이를 회귀변수로 이용하기 때문에, 예측변수의 최적의 부분집합인  $\Phi_i$ 의 주 성분과  $Y_i$ 와의 상관 관계는 보장할 수 없다. 반면, 부분 최소자승회귀는 식 (5)와 같이  $\Phi_i$ 와  $Y_i$ 를 동시에 분해하여, 두 행렬 사이의 공분산이 최대가 되도록 하는 성

분의 집합을 기저벡터로 찾기 때문에,  $\Phi_i$  뿐만 아니라  $Y_i$ 와도 강한 상관관계를 갖도록 결정된다. 이와 같이  $\Phi_i$ 와  $Y_i$  모두에 대해 관계를 갖는 성분을 회귀변수로 사용하여 파라미터를 추정하면 수치적으로 안정되고 통계적 성질이 향상되는 이점이 있다. 본 논문에서는 Abdi[9]의 부분 최소자승회귀 알고리즘을 이용하여 식 (2)의 파라미터  $a_{ik}, b_{jk}(i = 1, \dots, n_y, j = 1, \dots, n_u, k = 1, \dots, n)$ 를 추정하였다.

$$\Phi_i \approx TP^T \text{ 그리고 } Y_i \approx TS^T \quad (5)$$

여기서 S와 P는 부하 행렬(loading matrix)이며, T는 잠재 벡터(latent vectors)를 열로 갖는 점수 행렬(score matrix)이다.

**2-3. Realization과 MIMO 상태공간 모델로의 결합**

식 (2)의 MISO ARX 전달함수는 다음의 관찰 가능한 표준형 상태공간 모델로 변환된다.

$$x(t+1) = A_i x(t) + \sum_{j=1}^{n_u} B_{ij} u_j(t) \text{ 여기서 } i=1, \dots, n_y, j=1, \dots, n_u$$

$$y_i(t) = C_i x(t)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} -a_{i1} & 1 & \dots & 0 \\ -a_{i2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{in} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, B_{ij} = \begin{bmatrix} b_{ij1} \\ b_{ij2} \\ \vdots \\ b_{ijn} \end{bmatrix}, C_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (6)$$

그리고 각 출력변수에 대한 MISO 상태공간 모델은 식 (7)과 같이 MIMO 상태공간 모델로 결합된다.

$$X(t+1) = AX(t) + BU(t)$$

$$Y(t) = CX(t)$$

여기서  $Y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_{n_y}(t) \end{bmatrix}, U(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_{n_u}(t) \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & A_{n_y} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_{11} & \dots & B_{1n_u} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n_y,1} & \dots & B_{n_y,n_u} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & C_{n_y} \end{bmatrix} \quad (8)$$

**2-4. 균형 잡힌 realization과 균형 잡힌 truncation**

공정 입력을 제어하여 시스템의 상태를 임의로 조정할 수 있다면 그 시스템은 “제어 가능”하다고 하며, 측정된 출력으로부터 시스템의 상태를 결정할 수 있다면 그 시스템은 “관찰 가능”하다고 한다[12]. 식 (6)으로 표현된 MISO 상태공간 모델과 같이 관찰 가능하고 제어 가능한 상태공간 모델을 최소의 realization이라 한다. 하지만 이를 식 (7)과 같이 MIMO 상태공간 모델로 결합하면 관찰 불가능하거나 제어 불가능한 상태가 포함되어 비최소의 realization이 된다. 또한 MIMO 상태공간 모델로의 결합 과정에서 관찰 가능성과 제어 가능성이 균형을 이루지 않는 불균형된 상태공간 모델이 된다. 여기서 “균형 잡힌”란 입력과 상태, 상태와 출력 사이의 연결 고리의 세기가 균형을 이루는 수치적으로 안정화된 상태를 말하며, 제어 가능성과 관찰 가능성이 균형을 이루도록 하는 값은 변환

(similarity transformation)을 균형 잡힌 realization이라 한다[10]. 이때 입력과 상태, 상태와 출력 사이의 연결고리의 세기는 식 (8)의 제어 가능성 함수  $L_c(x)$ 와 관찰 가능성 함수  $L_o(x)$ 의 크기에 의해 계산된다.

$$L_c(x) = \frac{1}{2} x^T G_c^{-1} x$$

여기서  $G_c = \tilde{C} \tilde{C}^T, \tilde{C} \triangleq [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$

$$L_o(x) = \frac{1}{2} x^T G_o x$$

여기서  $G_o = \tilde{O}^T \tilde{O}, \tilde{O} \triangleq [C^T \ (CA)^T \ \dots \ (CA^{n-1})^T]^T \quad (8)$

여기서  $\tilde{C}$ 는 제어 가능성 행렬,  $\tilde{O}$ 는 관찰 가능성 행렬,  $G_c$ 는 제어 가능성 gramian,  $G_o$ 는 관찰 가능성 gramian, n은 모델차수이다. 본 연구에서는 식 (7)의 MIMO 상태공간 모델을  $X = MZ$ 에 대해 균형 잡힌 MIMO 상태공간 모델로 값을 변환하였다. 이 때 변환된 모델은 식 (9)과 같으며, 식 (10)을 만족하게 된다. 여기서 M은 [11]의 알고리즘을 참고하여 계산하였다.

$$Z(t+1) = \bar{A}Z(t) + \bar{B}U(t)$$

$$Y(t) = \bar{C}Z(t)$$

여기서  $\bar{A} = M^{-1}AM, \bar{B} = M^{-1}B, \bar{C} = CM \quad (9)$

$$\bar{G}_c = \bar{G}_o = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix}, \sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_n \quad (10)$$

위 식에서 균형 잡힌 MIMO 상태공간 모델의 제어 가능성 gramian과 관찰 가능성 gramian은 Hankel 특이값을 원소로 갖는 대각행렬이 된다. 여기서  $1/\sigma_i$ 은 i번째 상태에 대한 입력 에너지의 기여를 나타내며,  $\sigma_i$ 은 출력 에너지에 대한 i번째 상태의 기여를 나타낸다. 균형 잡힌 realization의 이러한 성질을 이용하여 균형 잡힌 truncation을 수행하였다. 균형 잡힌 truncation은 식 (9)의 균형 잡힌 MIMO 상태공간 모델에서 관찰 불가능하거나 제어 불가능한 상태를 제거함으로써 최소의 균형 잡힌 MIMO 상태공간 모델을 만들어 준다. 이를 위해 먼저 식 (10)에서 Hankel 특이값이 급격히 줄어드는 구간을 기점으로  $\Sigma$ 를 다음과 같이 가정하였다.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix}, \Sigma_1 \gg \Sigma_2 \quad (11)$$

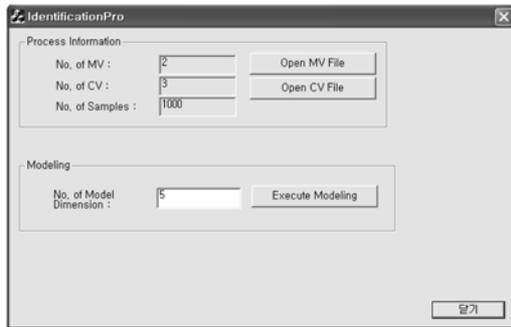
식 (9)의  $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$ 를 식 (11)의  $\Sigma$ 에 대응하도록 분할한 뒤, 절단하면 다음과 같다.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \approx \bar{A}_{11}, \bar{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} \approx \bar{B}_1, \bar{C} = [\bar{C}_1 \ \bar{C}_2] \approx \bar{C}_1 \quad (12)$$

식 (12)에서  $\Sigma_2$ 가 0에 가깝고  $\bar{A}_{11}$ 가 안정하다면  $(\bar{A}_{11}, \bar{B}_1, \bar{C}_1)$ 은 최소의 realization이다[14].

### 3. 모델인식 패키지의 개발

Fig. 1에 설계된 모델인식 방법에 의해 C++ 언어로 개발된 모델 인식 패키지 프로그램 화면을 보였다. Fig. 1(a)에서 \*.csv(선타입로 분



(a)

No.	% of Variance X	Cumulative % of Variance X	% of Variance of Y	Cumulative % of Variance of Y
1	64.765511	64.765511	94.295564	94.295564
2	29.651479	94.416989	0.567517	94.863082
3	3.881656	98.298645	2.968675	97.831756
4	0.380908	98.679553	0.396202	98.227959
5	0.642359	99.321912	0.055558	98.283517
6	0.171343	99.493255	0.026504	98.310022
7	0.167683	99.660938	0.001674	98.311696
8	0.126219	99.787157	0.000239	98.311935
9	0.090700	99.877857	0.000019	98.311955
10	0.038313	99.916170	0.000010	98.311964
11	0.083785	99.999955	0.000001	98.311966
12	0.000045	100.000000	0.000226	98.312192
13	0.000000	100.000000	0.000283	98.312475
14	0.000000	100.000000	0.000006	98.312481
15	0.000000	100.000000	0.000000	98.312481
16	0.000000	100.000000	0.000000	98.312481
17	0.000000	100.000000	0.000000	98.312481
18	0.000000	100.000000	0.000000	98.312481
19	0.000000	100.000000	0.000000	98.312481
20	0.000000	100.000000	0.000000	98.312481
21	0.000000	100.000000	0.000000	98.312481
22	0.000000	100.000000	0.000000	98.312481

(b)

No.	Singular Values
1	1.627533
2	0.649433
3	0.383082
4	0.228880
5	0.128052
6	0.098003
7	0.082958
8	0.068312
9	0.041056
10	0.032686
11	0.027329
12	0.017322
13	0.004308
14	0.003759
15	0.002390

(c)

Fig. 1. Human-machine interface (HMI) of the developed identification package program; (a) an initial screen, (b) variance table, (c) Hankel singular value table.

리) 파일로 저장된 입출력 데이터와 함께 모델차수를 모델인식 프로그램에 입력하면, 잠시 후 Fig. 1(b)와 같이 잠재벡터 수를 선택하는 화면이 나타난다. 이 때 공분산 표를 보고, 공선성을 최소화하며  $\Phi$ 와  $Y$ 를 잘 표현하는 최적의 잠재벡터 수를 선택한다. 그러면 Fig. 1(c)와 같이 균형 잡힌 truncation을 수행하기 위해 Hankel 특이값의 수를 선택하는 화면이 나타나며, 이 때 적절한 Hankel 특이값 수를 입력하면 그만큼 모델차수가 감소하여 최종적으로 얻어진 최소의 균형 잡힌 MIMO 상태공간 모델이 A.csv, B.csv, C.csv 파일에 각각 저장된다. 또한 실제 출력 데이터와 모델을 통해 예측한 출력 데이터가 Y\_Simulation.csv 파일에 저장되므로, 이를 통해 모델인식 결과 얻어진 공정모델의 정확성을 평가하게 된다.

### 4. 실험

Fig. 2에 본 연구에서 대상으로 하는 고압  $\text{CO}_2$  용해도 측정 실험 장치를 나타내었다. 초기 주어진 입력 하에서 평형셀에  $\text{CO}_2$  기체와 이온성 액체를 넣어두고, 기액평형에 이르렀을 때 평형셀 내의 압력 변화를 측정하여 기체의 액체에 대한 용해도를 계산한다. 기액 평형에 이르는 동안 가열기를 통해 항온조 내부 공기의 온도를 조절함으로써 평형셀 내부 온도를 설정치로 일정하게 유지하는 것이 제어목적이다. 이 때 항온조와 평형셀은 자연냉각 된다. 따라서 대 상공정은 제어가 D/A 변환기에 내려주는 4-20 mA의 전류 신호를 조작 변수로, 평형셀 내부 온도를 제어 변수로, 외부 온도 변화를 외란으로 구성되는 SISO 공정이다.

고압  $\text{CO}_2$  용해도 측정 실험 장치는 주어진 온도 하에서 정확한 용해도의 측정을 위해, 보다 정밀한 온도 제어를 필요로 한다. 또한 실험의 편의를 위해 가능한 온도가 설정치에 빨리 도달하고 안정하게 유지되어야 한다. 하지만 60 bar의 고압  $\text{CO}_2$  기체를 사용하기 때문에 평형셀의 벽이 두껍게 되며, 이로 인해 항온조와 평형셀 사이의 열전달에 큰 동특성이 존재하게 된다. 또한 편미분 방정식으로 표현되는 분산 시스템이기 때문에, 상태공간 모델과 같은 유한 선형 모델로 바꾸더라도 굉장히 차수가 큰 고차 공정이 된다. 이러한 특징은 기존의 PID 제어를 통한 제어 성능에 한계를 가져오며, 자연스럽게 모델 기반의 예측 기능을 가진 제어기

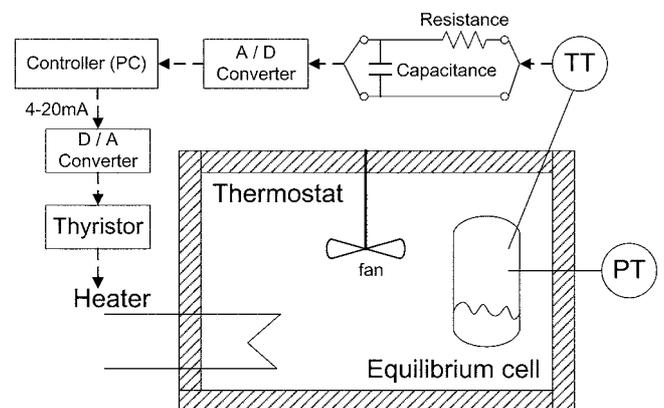


Fig. 2. Process flow diagram of the concerned solubility measurement experimental system.

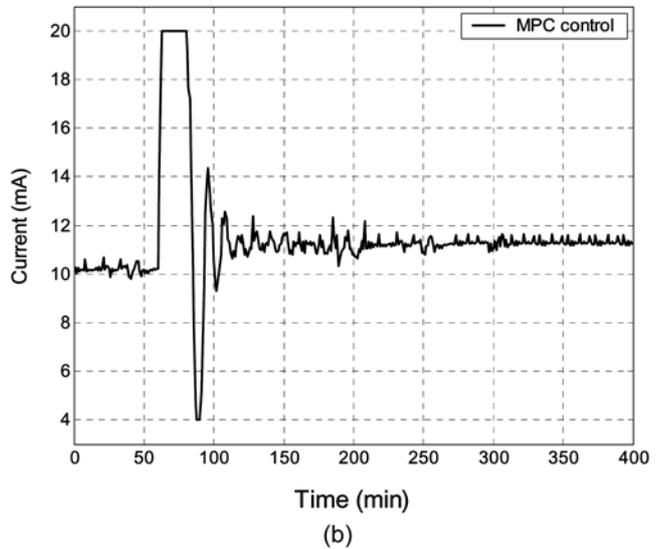
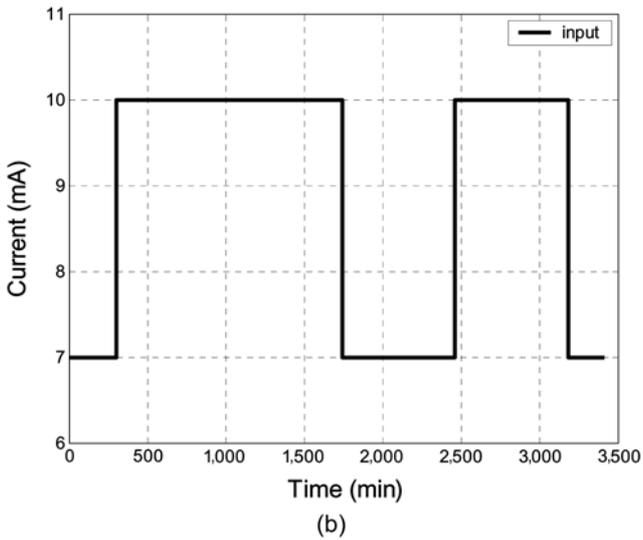
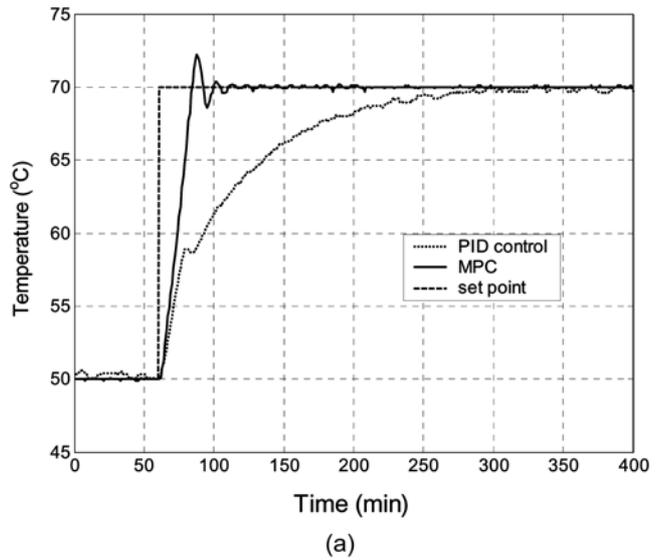
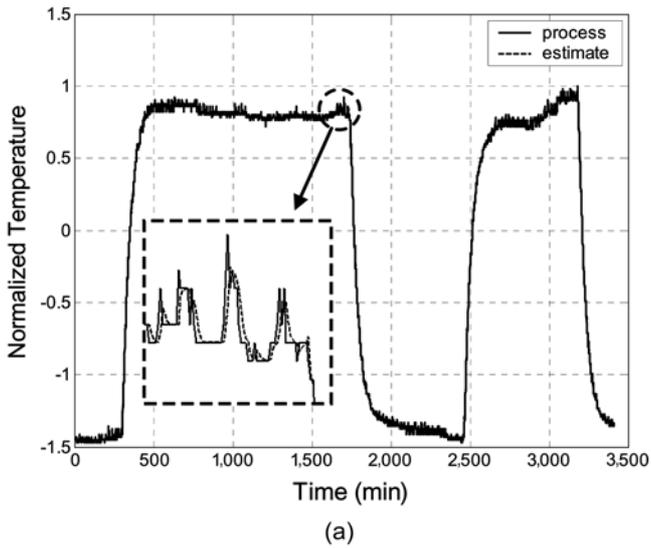


Fig. 3. Results of temperature prediction in the solubility measurement system; (a) mean centered and normalized temperature, (b) input excitation signal.

를 적용하도록 유도한다. 한편 모델 기반 예측 제어기는 공정모델의 정확성에 의해 그 성능이 결정되므로, 실제 공정을 잘 표현하는 좋은 모델을 만드는 일은 매우 중요하다. 공정모델은 설계된 모델인식 방법을 통해 제작되었으며, 이를 위한 모델인식 실험이 수행되었다. 상온 상태의 반응기에 Fig. 3(b)의 7-10 mA 크기를 갖는 입력 신호를 열린-루프 상태에서 총 57시간 동안 입력하였으며, 샘플링 시간을 1분으로 하여 총 3,420개의 온도 데이터를 취득하였다. 이 후, 설계된 모델인식 방법으로 공정모델을 제작하여 모델 예측 제어기에 적용하였다. 공정모델은 5차로 설정하여 파라미터를 추정하였으며, 모델 예측 제어는 Won 등[13]이 설계한 제어기의 기능을 참고하여 설계하였다. 한편, PID 제어기를 적용하여 모델 예측 제어의 운전 결과와 비교하였다. 이 때 PID 제어기는 Ziegler-Nichols 조율 방법으로 조율한 후, 추가 조율을 통해 정밀하게 조율하였다.

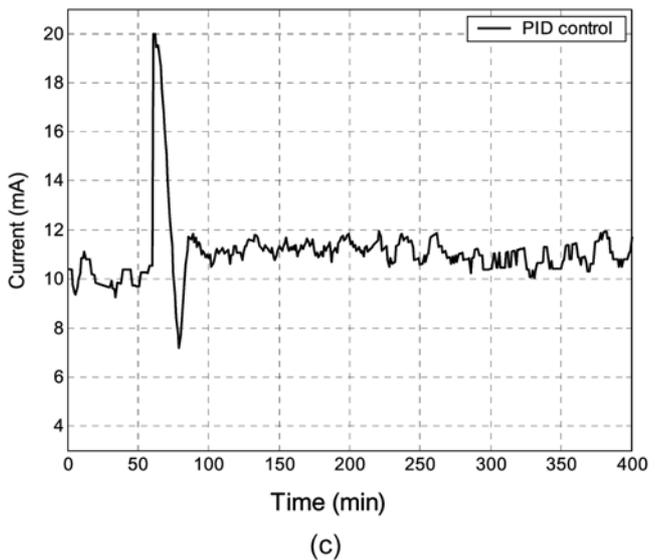


Fig. 4. Closed-loop response against a set point change under MPC and PID control; (a) trajectory of temperature, (b) process input of MPC, (c) process input of PID control.

Table 1. Variance of  $\Phi$  and Y explained by the latent vectors

Latent Vector	Percentage of Explained Variance for $\Phi$	Cumulative Percentage of Explained Variance for $\Phi$	Percentage of Explained Variance for Y	Cumulative Percentage of Explained Variance for Y
1	91.80	91.80	94.99	94.99
2	7.78	99.58	4.97	99.96
3	0.22	99.80	0.01	99.97

## 5. 결과 및 토의

제안된 모델인식 방법을 통해 제작된 공정모델을 적절히 설계된 모델 예측 제어기에 적용하여 고압 CO<sub>2</sub> 용해도 측정 실험 장치의 온도 제어를 수행하였다. Fig. 3(a)에 평균을 중심으로 정규화된 온도 측정치와 설계된 모델인식법을 통해 얻어진 온도 예측값을 보였다. 이 그림에서 설계된 모델인식 방법을 통해 구한 온도 예측값이 실제 온도 측정값을 잘 표현함을 보인다. 이때 온도 예측값은 Table 1에서 2개 잠재벡터를 주성분으로 선택하여 T 행렬을 구성한 후, 식 (5)로부터 유도된  $\hat{Y} = TS^T$ 를 이용하여 계산되었다.

Fig. 4에 PID 제어와 설계된 모델인식 방법을 통해 제작한 공정 모델을 탑재한 모델 예측 제어기를 고압 CO<sub>2</sub> 용해도 측정 장치의 온도 제어에 적용한 결과를 나타내었다. 이때, 제어 주기는 1분으로 설정하였다. PID 제어의 경우 모델 예측 제어와 비교하여 온도 설정치 변화에 대해 상대적으로 느린 제어 동작을 보인다. PID 제어는 모델 기반의 예측 기능이 없기 때문에 제어 오차가 발생한 후 그에 따라 제어 동작의 크기와 방향을 결정하게 되므로, 온도 설정치에 늦게 도달하여 안정화되는데 오랜 시간이 걸리게 된다. 또한 대상 공정이 항온조와 평형셀 사이의 열전달에 기인한 큰 동특성을 지닌 고차 공정이므로, 2개 자유도를 가진 PID 제어로는 제어 성능에 한계를 보인다. 반면 설계된 모델인식 방법에 의해 제작된 5차 공정모델을 탑재한 모델 예측 제어기는 온도 설정치 변화에 대해 좋은 제어 성능을 보여준다. 또한 모델 예측 제어의 예측 기능으로 인해 제어 출력이 제약 조건을 만족하며 신속히 동작하여, 과도 응답을 최소로 하면서 출력 오차를 빠르게 상쇄하는 것을 볼 수 있다. 이로써 온도가 설정치에 빨리 도달하고 안정화된다. 대상 공정의 경우, 비선형성이 악한 공정으로 단일 시분변 선형 모델로 좋은 제어 성능을 얻을 수 있었다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 부분 최소자승회귀를 이용하여 고차 ARX 모델의 계수를 추정케 한 후, 균형 잡힌 realization, 균형 잡힌 truncation을 통해 최소의 균형 잡힌 이산시간 상태공간 모델을 제작하는 모델인식법을 설계하였다. 이후 적절히 설계된 모델 예측 제어기를 통해 용해도 측정 공정의 온도 제어에 적용함으로써, 설계된 모델 인식법을 통해 만들어진 공정모델의 성능을 검증하였다.

## 감 사

본 연구는 산업자원부에서 시행하는 전력산업연구개발사업의 일환으로 수행되었습니다. 또한 2단계 두뇌 한국 프로그램을 통한 한국학술진흥재단의 재정적인 지원에 감사 드립니다.

## 참고문헌

1. Ljung, L., *System Identification – Theory for the user*, 2nd ed., Prentice-Hall, New Jersey, NJ(1999).
2. Favoreel, W., Moor, B. D. and Overschee, P. V., “Subspace State Space System Identification for Industrial Processes,” *J. Process Control*, **10**(2), 149-155(2000).
3. Overschee, P. V. and Moor, B. D., “N4SID: Subspace Algorithms for the Identification of combined deterministic-stochastic Systems,” *Automatica*, **30**(1), 75-93(1994).
4. Qin, S. J., “An Overview of Subspace Identification,” *Comp. Chem. Eng.*, **30**(10), 1502-1513(2006).
5. Chiuso, A. and Picci, G., “The Asymptotic Variance of Subspace Estimates,” *J. Econometrics*, **118**(1), 257-291(2004).
6. Jia, C., Rohani, S. and Jutan, A., “FCC Unit Modeling, Identification and Model Predictive Control, a Simulation Study,” *Chem. Eng. Proc.*, **42**(4), 311-325(2003).
7. Lee, K. S., Eom, Y., Chung, J. W., Choi, J. and Yang, D., “A Control-relevant Model Reduction Technique for Nonlinear Systems,” *Comp. Chem. Eng.*, **24**(2), 309-315(2000).
8. Sima, V., Sima, D. M. and Huffel, S. V., “High-Performance Numerical Algorithms and Software for Subspace-based Linear Multi-variable System Identification,” *J. Comp. Appl. Math.*, **170**(2), 371-397(2004).
9. Abdi, H., “Partial Least Squares (PLS) Regression,” *Enc. Soc. Sci. Res. Meth.*, Thousand Oaks (CA), TO(2003).
10. Helmke, U. and Hüper, K., “A Jacobi-type Method for Computing Balanced Realization,” *Sys. Cont. Lett.*, **39**(1), 19-30(2000).
11. Chen, C. T., *Linear System Theory and Design*, 3rd ed., OXFORD, New York, NY(1999).
12. Åström, K. J. and Wittenmark, B., *Computer-controlled systems – theory and design*, 3rd ed., Prentice-Hall, New Jersey, NJ(1997).
13. Won, W., Lee, K. S., Lee, B., Lee, S. and Lee, S., “Model Predictive Control of Condensate Recycle Process in a Cogeneration Power Station: I. Controller Design and Numerical Application,” *Proceedings of SICE-ICASE International Joint Conference 2006*, Busan, Korea, 178(2006).
14. Zhou, K., Doyle, J. C. and Glover, K., *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall, New Jersey, NJ(1996).