

천연가스 주요 물성 간의 상관식

하영철[†] · 이성민 · 허재영 · 이강진 · 이승준

한국가스공사 연구개발원 유체계량연구실
426-790 경기도 안산시 상록구 일동 638-1
(2009년 4월 28일 접수, 2009년 8월 13일 채택)

Correlations between the Important Physical Properties of Natural Gas

Youngechol Ha[†], Seongmin Lee, Jaeyoung Her, Kangjin Lee and Seungjun Lee

Fluid Measurement Research Lab, R&D Division, KOGAS, 638-1 Il-dong, Sangnok-Gu, Ansan, Gyeongii 426-790, Korea
(Received 28 April 2009; accepted 13 August 2009)

요 약

본 연구에서는 천연가스와 관련된 정보 중 쉽게 구할 수 있는 발열량이나 비중만으로 비중(또는 발열량), 압축인자, 밀도 등을 계산할 수 있는 5가지 상관식을 도출하고자 하였다. 상관식 도출에 필요한 충분한 수의 기초 데이터를 생성하기 위해 SGERG 상태방정식을 발열량식으로 변형하여 사용하였고, 이렇게 생성된 데이터를 기초로 5가지 상관식을 도출하고 불확도를 평가하였다. 그 결과 대부분의 조건에서 상관식의 불확도가 0.1% 근방으로 나타나 천연가스 업계와 학계에서 사용될 수 있을 것으로 판단한다.

Abstract – This study was conducted to derive the five correlations which could predict specific gravity(or heating value), compression factor, density, etc., if we know heating value or specific gravity only. To make a sufficient number of raw data for regression, SGERG EOS was modified into equation of heating value. Based on these raw data, five correlations were obtained and the uncertainties of the correlations were evaluated. The results showed that the uncertainties were near 0.1% in most conditions of natural gas and so the correlations could be used in natural gas industry and academic fields.

Key words: Natural Gas, Correlation, Regression, Heating Value, Compression Factor

1. 서 론

천연가스와 관련된 정보 중 비교적 쉽게 구할 수 있는 자료는 보통 발열량이나 비중 정도이다. 천연가스의 모든 정보를 포함하고 있는 가스조성을 구할 수 있으면 가장 좋으나 이는 극히 이례적인 경우이고 또 조성을 안다고 하더라도 이를 통해 필요한 가스 물성을 비교적 정확히 구하는 것은 상당한 관련지식을 요구한다. 따라서 발열량으로부터 비중(또는 비중으로부터 발열량), 압축계수, 밀도 등 일련의 물성을 추론할 수 있는 현실적 방법이 천연가스 업계는 물론 학계에서도 절실히 필요한 실정이다.

이를 해결하기 위해 본 연구에서는 천연가스 계량 및 품질 분야 등에서 유용하게 사용할 수 있는 발열량-비중, 비중-압축계수 등 5가지 상관식을 도출하였다. 이들 상관식을 도출하는 데는 기본적으로 넓은 범위의 발열량 및 이에 상응하는 비중에 관한 상당한 양의 기초 데이터가 필요한데, 가용할 수 있는 가스 종류가 제한되고 또 임의로 조성을 만드는데 따른 비현실성을 배제하기 위해 본 연구에

서는 조성을 이용하여 이들 기초 데이터를 만드는 대신 SGERG[1-2] 상태방정식(EOS)을 변형하여 사용하였다. SGERG 식은 원래 비중과 불활성 가스 함량을 이용하여 압축인자를 구하는 식이지만 등가탄화수소의 발열량을 구하는 로직이 계산로직 내에 포함되어 있어 이를 따로 분리하여 발열량 계산식을 만들었다. 이 식의 불확도(=모르는 오차)를 확인하기 위해 상대감도 분석을 하였고 표준 발열량식인 ISO 6976[3]과도 비교하였으며 그 결과 우리나라로 도입되는 LNG 조성 범위 내에서는 0.05% 이내로 예측 결과가 일치함을 확인하였다. 비중-발열량 상관식 외에 다른 상관식 도출에 필요한 기초 데이터는 표준 물성계산 방법인 ISO 6976과 LNG 가스 조성만으로 구하였는데 이는 이들 상관식의 선형성이 우수하여 제한된 수의 가스 조성만으로도 정확한 상관식을 도출하는 것이 가능했기 때문이다.

도출한 상관식은 발열량-비중, 비중-압축인자, 비중-밀도, 비중-웨버지수(=발열량-웨버지수), 고위발열량-저위발열량으로서 발열량 또는 비중만으로도 천연가스 계량과 연소 등에 기본적으로 필요한 물성을 추론할 수 있도록 하였다. 불확도 계산방법은, 국제적으로 표준화된 ISO GUM[4] 방법이 너무 복잡하여 간이 계산 방법으로

[†]To whom correspondence should be addressed.
E-mail: fractals@kogas.or.kr

대체하였으나 결과는 GUM과 거의 동일하다.

본 연구에서 도출한 상관식은 불활성 가스가 거의 없는 LNG에서는 매우 정확한 정보를 제공할 수 있으며, PNG의 경우도 불활성 가스 함량이 낮다면 상당히 유용하게 사용할 수 있다. 실제로 우리나라로 도입될 러시아 PNG의 경우 불활성 가스 함량이 매우 낮은 것으로 알려져 있어서 본 상관식은 LNG에만 국한된 것이 아니라 PNG까지도 확대 적용할 수 있는 것으로 추정된다.

2. 이 론

2-1. 기초 데이터 생성 방법

비중이나 고위 발열량(이하 발열량, 저위 발열량일 경우 저위를 반드시 명기함)을 이용하여 각종 회귀식을 도출하기 위해서는 기본적으로 비중-발열량에 대한 상당한 양의 기초 데이터가 필요하다. 본 연구에서는 회귀분석에 필요한 기초 데이터를 만들기 위해 기본적으로 SGERG 상태 방정식(EOS)을 이용하였다. SGERG 상태방정식은 원래 비중과 불활성 가스를 이용하여 가스의 압축인자를 구하는 식인데 압축인자를 구하기 위해서는 필수적으로 등가 탄화수소의 발열량을 계산해야 하기 때문에 이 로직만 따로 분리하면 발열량 계산식으로 사용할 수 있다. 식 (1')~(13')은 등가탄화수소의 물질량과 25 °C 기준의 물 발열량을 구하는 SGERG 방정식의 일부이며, 식 (14')는 이로부터 구한 물 발열량을 0~25 °C 사이의 임의 온도 기준으로 변환하기 위해 삽입한 식이다. 이 식은 온도에 대한 발열량 감도계수[2]를 이용하여 유도하였고 이를 단위부피당 발열량으로 환산하기 위해 식 (15')가 추가되었다(이하 식 (1')~(15')를 Modified SGERG로 명명). 계산 방법을 설명하면 다음과 같다.

절차 ①: 먼저 기준압축인자 Z_b 의 초기값을 정한다. Z_b 의 초기값은 1 정도로 하면 된다.

절차 ②: 주어진 비중, 이산화탄소 물분율, 질소의 물분율, 기준 온도 및 압력을 이용하여 식 (1')에서 (13')까지 계산한다. 여기서 제 2차 비리얼계수 $B_{i,j}$ 와 B_i 의 관련 자료는 Table 1, 2를 이용한다.

절차 ③: Z_b^{New} 와 Z_b 를 비교해서 수렴 조건 ϵ (ex. $\epsilon=0.00001$)보다 작은 지 확인한다. 만일 이보다 크면 $Z_b^{New}=Z_b$ 로 하고 수렴 조건에 만족될 때까지 절차 ②를 반복 수행한다.

절차 ④: 식 (14'), (15')를 이용하여 기준 조건의 발열량을 구한다.

$$X_{CH} = 1 - X_{N_2} - X_{CO_2} \quad (1')$$

$$B_{air}(T_b) = -0.12527 + 5.91 \times 10^{-4} \cdot (T_b + 273.15) - 6.62 \times 10^{-7} \cdot (T_b + 273.15)^2 \quad (2')$$

Table 1. Interaction Virial Coefficient Terms for Nitrogen and Carbon Dioxide[1-2]

Fluid for $B_{i,j}$	b_0 (m ³ /kmol)	b_1 (m ³ /kmol-K)	b_2 (m ³ /kmol-K ²)
N ₂ -N ₂	-0.144600	0.740910×10 ⁻³	-0.911950×10 ⁻⁶
CO ₂ -CO ₂	-0.868340	0.403760×10 ⁻²	-0.516570×10 ⁻⁵
CO ₂ -N ₂	-0.339693	0.161176×10 ⁻²	-0.204429×10 ⁻⁵

Table 2. Virial Coefficient Terms for the Equivalent Hydrocarbon[1-2]

i	b_{i0}	b_{i1}	b_{i2}
B ₀ (m ³ /kmol)	0	-0.425468	0.286500×10 ⁻² -0.462073×10 ⁻⁵
B ₁ (m ³ /MJ)	1	0.877118×10 ⁻³	-0.556281×10 ⁻⁵ 0.881510×10 ⁻⁸
B ₂ (m ³ kmol/MJ ²)	2	-0.824747×10 ⁻⁶	0.431436×10 ⁻⁸ -0.608319×10 ⁻¹¹

$$\rho_{b(air)}(T_b, P_b) = \frac{M_{r(air)}}{R \cdot (T_b + 273.15) + B_{air}(T_b) \cdot P_b} \quad (3)$$

$$M_r = \frac{SG Z_b R \rho_{b(air)} \cdot (T_b + 273.15)}{P_b} \quad (4)$$

$$M_{r_{CH}} = \frac{M_r - X_{CO_2} M_{r_{CO_2}} - X_{N_2} M_{r_{N_2}}}{X_{CH}} \quad (5)$$

$$H_{CH} = \frac{M_{r_{CH}} - G_1}{G_2} \quad (6)$$

$$B_i = b_{i0} + b_{i1} \times (T_b + 273.15) + b_{i2} \times (T_b + 273.15)^2 \quad (=0,1,2) \quad (7)$$

$$B_{CH-CH} = B_o + B_1 H_{CH} + B_2 H_{CH}^2 \quad (8)$$

$$B_{i-j} = b_o + b_1 \times (T_b + 273.15) + b_2 \times (T_b + 273.15)^2 \quad (9)$$

$$B_{CO_2-CH} = -0.865(B_{CO_2-CO_2} B_{CH-CH})^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$B_{N_2-CH} = (0.72 + 1.875 \times 10^{-5} (46.85 - T_b)^2) \frac{(B_{N_2-N_2} + B_{CH-CH})}{2} \quad (11)$$

$$B_{mix} = B_{CO_2-CO_2} X_{CO_2}^2 + B_{N_2-N_2} X_{N_2}^2 + B_{CH-CH} X_{CH}^2 + 2B_{CO_2-N_2} X_{CO_2} X_{N_2} + 2B_{CO_2-CH} X_{CO_2} X_{CH} + 2B_{N_2-CH} X_{N_2} X_{CH} \quad (12')$$

$$Z_b^{New} = 1 + \frac{B_{mix} P_b}{R \times (T_b + 273.15)} \quad (13')$$

$$H_N = \frac{H_{CH} X_{CH}}{1 + 0.0001027(T_b - 25)} \quad (14')$$

$$H_V = H_N \frac{P_b}{Z_b R (T_b + 273.15)} \times \frac{1000}{4.1868} \quad (15')$$

위와 같은 식 (1')~(15')의 관계를 이용하여 계산된 기초데이터(H_V 값) 61개가 부록 Table A에 수록되어 있다.

2-2. Modified SGERG 식의 불확도

Modified SGERG 식으로 구한 발열량값을 회귀분석용 기초데이터로 사용하기 위해서는 이 식과 표준 발열량 계산식(ISO 6976)의 편차(여기서는 불확도(모르는 오차)로 분류함)를 아는 것이 필요하다. 그런데 SGERG 식의 규격서인 ISO 12213[1]과 AGA 8[2]에는 압축인자의 불확도만 0.1%로 기술하고 있을 뿐 등가 탄화수소의 발열량에 대한 불확도 언급이 없어서 이들 규격서로부터 Modified SGERG 식의 불확도를 추론하기는 어렵다.

이 문제를 해결하기 위한 방법 중의 하나는 상대감도[5,6]를 이용하는 것이다. 상대감도란 독립변수 1%가 유발하는 종속변수의 퍼센트(%) 변화를 의미하는데 여기서는 발열량 불확도 1%가 유발하는 압축인자의 퍼센트(%) 불확도로 해석할 수 있다. 압축인자의 불확도는 0.1%로 알려져 있으므로 발열량에 대한 압축인자의 상대감도를 안다면 압축인자 불확도를 0.1% 이하로 유지하기 위해 발열량을 어느 정도로 정확히 계산해야 하는지 추론할 수 있게 된다. 예를 들어 발열량에 대한 압축인자의 상대감도가 2라면 발열량 불확도 0.05%가 압축인자의 불확도 0.1%를 유발하게 되므로 발열량 편차는 최대 0.05%라고 추정할 수 있게 된다.

발열량에 대한 압축계수의 상대감도는 식 (16)로 표현되며, 이를 발열량 불확도를 계산하기 위한 식으로 변형하면 식 (17)와 같이 된다.

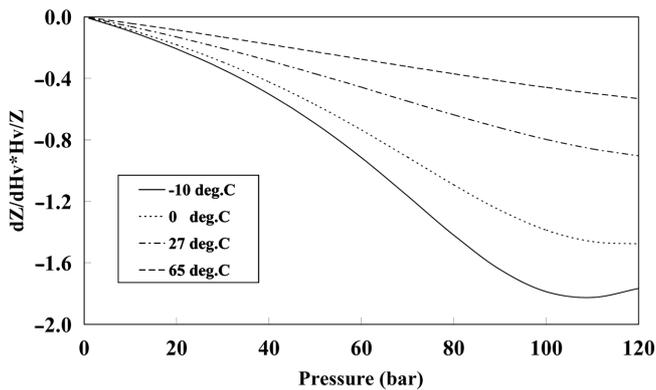


Fig. 1. The percent change in compression factor brought about +1% change in heating value for temperature from -10 to 65 °C for pressure up to 120 bar. (nitrogen=0 mol%, carbon dioxide=0 mol%, specific gravity=0.62).

$$\theta_{H_v}(\%) = \frac{\partial Z}{\partial H_v} \cdot \frac{H_v}{Z} \quad (16')$$

$$U_{H_v}(\%) \sim \frac{U_Z(\%)}{\theta_{H_v}} \quad (17')$$

$$Z = 1 + B_{mix} \left(\frac{P}{R \cdot (T + 273.15)} \right) + C_{mix} \left(\frac{P}{R \cdot (T + 273.15)} \right)^2 \quad (18')$$

여기서, 압축인자 Z은 식 (18)로 간단히 나타낼 수 있으며 자세한 계산방법을 ISO 12213과 AGA 8을 참고하면 된다.

Fig. 1은 발열량에 대한 압축인자의 상대감도를, 압축인자 불확도 0.1% 영역(온도 -10~65 °C와 압력 1~120 bar)에서 계산한 결과이다. 비중은 도입 천연가스의 평균인 0.62를 사용하였고 이산화탄소와 질소함량은 무시하였다. 그림을 살펴보면 온도, 압력에 따라 상대감도가 다양하게 나타나는 것을 관찰할 수 있으며 온도가 높고 압력이 낮을 수록 상대감도가 작고 반대의 경우에는 큰 것을 알 수

Table 3. Comparison of heating value predictions between modified SGERG and ISO 6976 for test gases

Test gas	ISO 6976 (Reference Value)			Modified SGERG	
	SG	N ₂ (mol %)	H _v (kcal/m ³)	H _v (kcal/m ³)	Dev. (%)
A	0.55590	0.130	9517.4	9514.0	-0.036
B	0.57170	0.016	9767.9	9763.9	-0.041
C	0.59448	0.060	10096.4	10091.7	-0.047
D	0.62306	0.022	10520.7	10517.5	-0.030
E	0.62684	0.190	10549.7	10546.8	-0.027
F	0.64165	0.239	10759.3	10756.8	-0.023
G	0.64493	0.070	10835.3	10831.3	-0.037

Table 4. Test gas(LNG) compositions in mole percent

Components	Gas A	Gas B	Gas C	Gas D	Gas E	Gas F	Gas G
CH ₄	99.790	97.175	93.490	90.512	90.090	88.227	87.060
C ₂ H ₆	0.070	2.400	5.080	6.054	6.040	7.125	8.400
C ₃ H ₈	0.010	0.255	1.160	2.384	2.540	2.848	3.480
i-C ₄ H ₁₀	0.000	0.031	0.080	0.489	0.540	0.762	0.420
n-C ₄ H ₁₀	0.000	0.072	0.110	0.516	0.580	0.757	0.540
i-C ₅ H ₁₂	0.000	0.051	0.010	0.017	0.020	0.036	0.020
n-C ₅ H ₁₂	0.000	0.000	0.010	0.006	0.000	0.006	0.010
N ₂	0.130	0.016	0.060	0.022	0.19	0.239	0.070

있다. 주목해야 할 부분은 온도 -10 °C와 압력 110 bar 근방의 상대감도인데 여기서의 감도가 -1.83 근방으로 가장 크기 때문이다. 그런데 이 온도, 압력은 분명히 압축인자 불확도 0.1 % 영역이므로 상대감도 -1.83을 식 (17')에 그대로 대입하여 발열량의 불확도를 산출하면 -0.054%가 된다. 따라서 압축인자의 불확도가 발열량 불확도만 결정된 것이라고 극단적으로 단정하더라도 Modified SGERG 식의 발열량 예측 불확도는 0.054%를 넘지 않을 것이라고 판단할 수 있다. 이를 확인하기 위해 각 산지별 7개 test gas(Table 4)에 대하여 상거래 표준식인 ISO 6976 식과 Modified SGERG로 계산한 발열량을 비교하였는데 그 결과 최대 -0.047%의 차이만 보이고 있다(Table 3).

3. 상관식

3-1. 비중-발열량

천연가스(LNG/PNG) 조성에서 불활성가스(질소, 이산화탄소) 함량을 고정시키고 탄화수소의 함량을 변경시키면서 비중과 발열량을 계산해보면 이들 관계가 정확히 선형이라는 것을 알 수 있다. 또 질소와 이산화탄소 함량만 변화시켜 비중-발열량을 계산하면 절편만 다를 뿐 이들 관계가 여전히 선형이라는 것도 알 수 있는데 바로 이러한 사실로부터 비중-발열량 상관식을 양함수의 형태로 매우 정확히 도출할 수 있음을 알 수 있다.

식 (1)은 부록 Table A의 기초자료를 이용하여 회귀분석한 비중-발열량 상관식이다. 회귀오차는 Table A에 나타낸 바와 같이 0.01% 미만이며 질소와 이산화탄소 함량만 정확히 알고 있다면 표준적인 발열량 계산식(ISO 6976)을 사용하는 것과 거의 동일한 결과를 얻을 수 있다. 실제로 LNG의 경우 이산화탄소 함량은 0.00 mol%이고 질소만 평균 0.2 mol% 내외로 포함되어 있으므로 비중만 정확히 알고 있다면 질소 추정오차를 감안 한다면 평균 0.1% 정도의 불확도로 발열량을 예측할 수 있다(ISO 6976식의 불확도 제외시).

Table 5는 식 (1)과 (2)의 불확도를 나타낸 것이며 불활성 가스와 비중을 정확히 알고 있을 때의 값이다. 여기에는 불확도 요인으로 ISO 6976의 불확도가 포함되어 있는데 이는 Table 3에서 보는 바와 같이 식 (1)과 ISO 6976으로 계산한 발열량의 차이가 -0.05% 대까

Table 5. Uncertainty of eq.(1)-eq.(2)

Components of uncertainty	Uncertainty
① Regression	0.005%
② Modified SGERG	0.054%
③ ISO 6976	0.1%
Combined uncertainty (confidence level 95%)	$\sqrt{①^2 + ②^2 + ③^2}$
	0.11%

지 발생하고 있어서 ISO 6976의 불확도 0.1%를 포함한 것이다. ISO 6976의 불확도를 포함해야 하는지에 대해서는 이견이 있을 수 있으나 분명한 것은 ISO 6976의 불확도(각 성분별 물성 불확도)가 0.1%라는 것과 식 (1)과 ISO 6976의 계산값 차이가 마이너스(-)로 0.05%로 편향되게 나타난다는 점이다. 따라서 본 연구에서는 충분한 불확도 범위를 정하기 위해 ISO 6976의 불확도를 포함하였다.

$$H_V = 1\,372.77 + 14\,682.2SG - 237.30X_{CO_2} - 156.063X_{N_2} \quad (1)$$

식 (1)은 비중을 알고 있을 때 발열량을 추론하는 방식으로 기술되어 있으므로, 발열량으로부터 비중을 구하는 식으로 변형하면 다음과 같다.

$$SG = \frac{H_V - 1\,372.77 + 237.30X_{CO_2} + 156.063X_{N_2}}{14\,682.2} \quad (2)$$

여기서 주의해야 할 점은 기준온도이다(기준 압력은 1.01325 bar로 거의 통일되어 있음). 식 (1)과 (2)에서 사용한 단위부피당 발열량의 부피 기준온도는 0 °C 이고 연소 기준온도(엔탈피 기준온도)는 15 °C 란 점이다. 따라서 다른 기준 온도의 발열량 값을 입수했다면 식 (2-1)을 이용하여 우리나라 발열량 기준온도로 변환해야 한다. 비중의 기준온도 역시 0 °C인데, 비중의 경우는 온도가 다소 변화더라도 값의 변화가 작으므로(온도 25 °C 차이 시 0.05%) 일반적 계산에서는 무시할 수 있고 다만 정확한 계산이 요구될 시에는 식 (2-2)의 변환 방법을 이용하면 된다. 여기서 식 (2-1)과 (2-2)는 Table 6의 감도계수를 이용하여 유도한 식이다.

$$H_V(T_b, P_b, T_h) = H_V(T_{bx}, P_b, T_{hx}) \times \frac{(T_{bx} + 273.15)}{(T_b + 273.15)} \times \frac{[1 - 0.000\,025(T_b - T_{bx})]}{[1 + 0.000\,10(T_h - T_{hx})]} \quad (2-1)$$

$$SG(T_b, P_b) = SG(T_{bx}, P_b) \times \frac{[1 + 0.000\,011(T_b - T_{bx})]}{[1 + 0.000\,025(T_b - T_{bx})]} \quad (2-2)$$

3-2. 압축인자

고압배관망을 제외하면 대부분의 도시가스 배관 압력은 10 bar 이

Table 6. The list of sensitivity coefficients to temperature (application temperature range 0~27 °C)[7]

	Value
$(\partial Z/\partial T)_P$	+0.000 025/°C
$(\partial Z_{(air)}/\partial T)_P$	+0.000 011/°C
$1/H_V(\partial H_V/\partial T)$	-0.000 10/°C
$1/H_{V(infer)}(\partial H_{V(infer)}/\partial T)$	-0.000 01/°C

Table 7. Uncertainties of equation (3) with application conditions

Application conditions	uncertainty(%)		
Pressure (bar) (absolute)	1 ~ 10	10 ~ 20	20 ~ 60
Specific gravity	0.55 ~ 0.65	0.55 ~ 0.65	0.55 ~ 0.65
Temperature (°C)	0 ~ 30	0 ~ 30	0 ~ 30
Nitrogen+carbon dioxide (mol %)	0.0 ~ 0.5	0.0 ~ 0.5	0.0 ~ 0.5
Components of uncertainty	uncertainty(%)		
① Regression	0.04	0.14	1.23
② SGERG	0.1	0.1	0.1
③ Regression error owing to neglect inert gas(up to 0.5 mol%)	0.05	0.1	0.41
Combined uncertainty (confidence level 95%) = $\sqrt{①^2 + ②^2 + ③^2}$	0.12	0.2	1.3

하이코 가스온도도 거의 상온이다. 또한 거의 LNG만 공급하는 우리나라의 경우 불활성 가스는 질소뿐이며 농도도 평균 0.2 mol% 내외여서 공급가스의 조성과 조건이 매우 좁은 폭으로 제한되어 있다. 이러한 조건에서는 가스의 밀도 또는 압축인자를 계산하는데 SGERG(=AGA 8-gc), AGA 8-dc[2]와 같은 복잡한 음함수 꼴의 상태방정식을 사용하지 않고도 비교적 정확하게 압축인자를 예측하는 것이 가능한데 이는 온도, 압력 범위가 상당히 좁아 압축인자와 온도, 압력, 비중의 관계가 선형에 가깝게 되기 때문이다.

식 (3)은 이러한 조건에서 SGERG와 거의 유사한 불확도를 낼 수 있도록 비중 0.55~0.65, 압력 1~10.5 bar, 온도 0~30 범위의 96개의 기초 데이터를 가지고 회귀 분석한 것으로 회귀분석 오차는 최대 0.04%이다(부록 Table B 참조). 여기서 비중 SG는 알려진 정보를 사용하거나 식 (2)를 이용하여 발열량으로부터 구한다. 본 압축인자 식은 불활성 가스가 없는 조건에서 압력 10.5 bar까지의 데이터로 회귀분석한 결과이지만 SGERG로 계산한 압축인자와 비교한 결과, Table 7에 나타난 적용범위에서 압력 10 bar 까지는 불확도 0.12%, 20 bar는 0.2%, 60 bar는 1.3%의 불확도를 갖는 것으로 분석되었다.

$$Z = 0.998\,908 + 1.961\,33 \times 10^{-3}SG + 3.755\,75 \times 10^{-3}P + 2.227\,43 \times 10^{-5}T - 0.0109632SG \cdot P - 4.455\,79 \times 10^{-5}SG \cdot T - 3.244\,02 \times 10^{-5}P \cdot T + 1.031\,54 \times 10^{-4}SG \cdot P \cdot T \quad (3)$$

3-3. 밀도

밀도식을 정의하면 식 (4-1)과 같다.

$$\rho = \frac{PM_r}{ZR \cdot (T + 273.15)} \quad (4-1)$$

식 (4-1)에서 가스의 몰질량 M_r 은 비중과 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$SG = \frac{M_r}{M_{r(air)}} \frac{Z_{b(air)}}{Z_b} \quad (4-2)$$

여기서 공기의 기준압축인자 $Z_{b(air)}$ 와 가스의 기준압축인자 Z_b 의 비는 1에 가깝기(=1.0024) 때문에, 정확한 계산이 요구되지 않을 때는 이를 1로 간주할 수 있다. 그리고 공기의 몰질량 $M_{r(air)}$ 는 28.9626 kg/kmol[3]로서 알려진 값이므로 이를 식 (4-1)에 대입하고 정리하면 식 (4)와 같이 된다.

$$\rho = 28.9626 \frac{P \cdot SG}{ZR \cdot (T + 273.15)} \quad (4)$$

천연가스 상거래와 같이 정확한 계산이 요구될 때는 공기와 가스의 기준압축인자를 고려해 주어야 하는데 우리나라 상거래 기준조건

(부피 기준조건 0 °C, 1.01325 bar)에서 공기의 기준압축계수는 0.99941[3]로 알려져 있고 또 가스의 기준압축인자는 식 (3)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Z_b = 0.998\ 908 + 1.961\ 33 \times 10^{-3} SG + 3.755\ 75 \times 10^{-3} \times 1.013\ 25 \\ - 0.010\ 9632 SG \times 1.01325\ SG$$

따라서 식 (4-1)을 다시 정리하면 식 (5)와 같이 된다.

$$\rho = 28.9797 \frac{P\ SG\ Z_b}{ZR \cdot (T + 273.15)} \quad (5)$$

식 (5)의 밀도값 불확도는 Table 7의 압축인자 불확도를 따른다.

3-4. 저위발열량

천연가스 상거래에서는 일반적으로 고위발열량(수분 잠열포함)을 사용하지만 발전이나 연소 분야 등에서는 저위발열량(수분 잠열 불포함)을 사용하는 경우가 많다. 또한 입수한 발열량 값이 저위발열량인 경우도 있어서 고위발열량과 저위발열량 상관식이 필요하다. 천연가스 내 탄화수소는 전량 포화탄화수소이므로 연소로 발생하는 수분 양은 정확히 발열량에 비례한다. 따라서 회귀분석에 필요한 기초 데이터는 발열량 범위만 충분하면 되므로 Table 4의 조성을 이용하여 7개의 고-저위발열량 기초 데이터를 만들고 회귀분석을 하였다(Table 8 참조).

식 (6)은 회귀분석으로 얻은 고위발열량과 저위 발열량의 상관식을 나타낸다. 간단한 1차 선형식임에도 불구하고 회귀오차는 불과 0.0005%에 불과한데 이는 앞서 언급한 바와 같이 연소로 발생하는 수분 양이 정확히 포화탄화수소의 발열량에 비례하는데서 비롯된 것이다. 이 결과는 질소가 미량인 LNG에 대해서 구한 식이나 테스트 결과 질소와 이산화탄소 함량 10 mol%까지는 0.001%의 회귀오차만 보였다. 이 때문에 식 (6)의 불확도는 ISO 6976의 불확도 0.1%와 같게 된다.

$$H_{V(infer)} = 0.93308H_V - 311.959 + 3.11365(X_{N_2} + X_{CO_2}) \quad (6)$$

저위발열량과 비중의 관계는 식 (6)을 식 (2)에 대입하여 구할 수 있으며 식 (7)과 같다.

$$SG = \frac{H_{V(infer)} - 968.945 + 218.306X_{CO_2} + 142.056X_{N_2}}{13699.68} \quad (7)$$

불활성가스가 0.5% 내외의 LNG에 대하여 불활성가스를 무시하고 회귀분석을 하면 식 (6)은 식 (8)과 같이 간단히 나타낼 수 있으며 회귀오차는 0.01% 내외이다.

$$H_{V(infer)} = 0.933242H_V - 313.300 \quad (8)$$

식 (8)을 비중으로 나타내면 식 (9)와 같이 된다.

$$SG = \frac{H_{V(infer)} - 967.827 + 221.46X_{CO_2} + 145.645X_{N_2}}{13\ 702.05} \quad (9)$$

3-5. 웨버지수

연소와 관련된 분야에서는 발열량보다는 웨버지수를 아는 것이 더 중요한데 이는 가스기기가 정상적으로 작동하는 가스조성의 범위(= 가스호환성 범위)를 웨버지수만으로 거의 나타낼 수 있기 때문이다.

웨버지수는 연소기기로 들어가는 연료의 열 입력량을 나타내며 식 (10-1)과 같이 정의된다.

$$WI = \frac{H_V}{\sqrt{SG}} \quad (10-1)$$

따라서 (고위)발열량을 알고 있을 경우 식 (2)를 식 (10-1)에 대입하면 식 (10)과 같이 웨버지수를 구할 수 있다.

$$WI = \frac{121.17H_V}{\sqrt{H_V - 1372.77 + 237.3X_{CO_2} + 156.063X_{N_2}}} \quad (10)$$

비중을 알고 있을 경우는 식 (1)을 식 (10-1)에 대입하여 식 (11)과 같이 웨버지수를 구하며

$$WI = \frac{1372.77 - 273.3X_{CO_2} + 14\ 682.2SG - 156.063X_{N_2}}{\sqrt{SG}} \quad (11)$$

Table 8. Regression data and results for correlation between superior and inferior heating values of natural gas

Test gas	A	B	C	D	E	F	G
H_V (kcal/m ³)	9517.4436	9767.8969	10096.367	10520.7003	10549.7190	10759.2570	10835.2540
$H_{V(infer)}$	ISO 6976	8568.9464	8802.3319	9109.0186	9504.7479	9532.3384	9727.9817
	eq.(6)	8568.9820	8802.3200	9108.9463	9504.7645	9532.3644	9728.0327
Dev.(%) of eq.(6)	0.0004	-0.0001	-0.0008	0.0002	0.0003	0.0005	-0.0004

Table 9. Uncertainties of eq.(11)~(13)

Components of uncertainty	Uncertainty	Relative sensitivity	Comment
① Correlation of SG- H_V	0.11%	-1/2	Assuming that H_V was calculated by ISO 6976
② H_V	0.10%	\approx 1/2	
eq.(10) Combined uncertainty(confidence level 95%) $\sqrt{(-1/2)^2 \times \textcircled{1}^2 + (1/2)^2 \times \textcircled{2}^2}$	0.07%		
① Correlation of SG- H_V	0.11%	1	Assuming that SG was calculated by ISO 6976
② SG	0.10%	-1/2	
eq.(11) Combined uncertainty(confidence level 95%) $\sqrt{(1/2)^2 \times \textcircled{1}^2 + (1)^2 \times \textcircled{2}^2}$	0.12%		
① Correlation of SG- H_V	0.11%	-1/2	Assuming that $H_{V(infer)}$ was calculated by ISO 6976
② $H_{V(infer)}$	0.10%	\approx 1/2	
eq.(12) Combined uncertainty(confidence level 95%) $\sqrt{(-1/2)^2 \times \textcircled{1}^2 + (1/2)^2 \times \textcircled{2}^2}$	0.07%		

저위 발열량을 알고 있는 경우에는 식 (6)과 식 (7)을 식 (10-1)에 대입하여 식 (12)를 얻는다.

$$WI = \frac{125.44 \times (H_{V(infer)} + 311.959 - 3.11365(X_{CO_2} + X_{N_2}))}{\sqrt{H_{V(infer)} - 968.945 + 218.306X_{CO_2} + 142.056X_{N_2}}} \quad (12)$$

식 (10)~식 (12)의 불확도는 Table 9와 같다.

4. 결 론

본 연구에서는 천연가스과 관련된 정보 중 비교적 쉽게 구할 수 있는 발열량이나 비중만을 가지고 비중(또는 발열량), 압축인자, 밀도 등을 계산할 수 있는 5가지 상관식을 도출하고자 하였다. 상관식 도출에 필요한 충분한 수의 기초 데이터를 생성하기 위해 SGERG식을 발열량식으로 변형하여 사용하였고, 이렇게 생성된 데이터를 기초로 5가지 상관식을 도출하였으며 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 도출한 상관식은 발열량-비중, 비중-압축인자, 비중-밀도, 고위 발열량-저위발열량, 발열량(또는 비중)-웨버지수이며 이들의 불확도는, 불활성가스가 없는 경우 0.1% 근방으로 평가되었다.

(2) 압축인자 경우 10.5 bar까지의 데이터를 이용하여 상관식을 도출하였지만, 60 bar까지도 사용될 수 있는 것으로 평가되었다. 다만 불확도가 압력 구간별로 다른데 10 bar까지는 0.12%, 20 bar까지는 0.2%, 60 bar까지는 1.3%로 평가되었다.

(3) 본 상관식들은 불활성 가스가 거의 없는 LNG(질소만 평균 0.2 mol% 존재)에서는 불활성 가스 농도를 모르더라도 매우 정확한 정보를 제공할 수 있고, PNG의 경우도 불활성 가스함량이 낮다면 상당히 유용하게 사용될 수 있다. 실제로 우리나라로 도입될 러시아 PNG의 경우 불활성 가스함량이 매우 낮아서 본 상관식은 LNG 뿐만 향후 도입될 PNG에도 확대 적용될 것으로 판단한다.

사용기호

B_{i-j}	: second virial coefficient for binary interaction between component i and component j ($i=N_2, CO_2$; $j=N_2, CO_2$)[m ³ /kmol]
B_{mix}	: second virial coefficient for gas mixture[m ³ /kmol] (see ISO 12213-3)
C_{mix}	: third virial coefficient for gas mixture[m ⁶ /kmol ²] (see ISO 12213-3)
G_1	: -2.709328
G_2	: 0.021062199
SG	: specific gravity of gas mixture at reference condition.
H_{CH}	: molar superior heating value of the equivalent hydrocarbon at 25 °C[MJ/kmol]
H_N	: molar superior heating value at 25 °C[MJ/kmol]
H_V	: volumetric real gas superior heating value[kcal/m ³] (conversion factor of kcal to kJ is 4.1868) reference condition for volume is 0 °C, 1.01325 bar and reference temperature for combustion is 15 °C
$H_{V(infer)}$: volumetric real gas inferior heating value[kcal/m ³], reference condition for volume is 0 °C, 1.01325 bar and reference temperature for combustion is 15 °C

M_r	: molar mass of gas mixture[kg/kmol]
M_{ri}	: molar mass of ith component($i=N_2, CO_2, CH$)[kg/kmol]
$M_{r(air)}$: molar mass of air(=28.96256 kg/kmol, see ISO 6976)
P_b	: reference absolute pressure for volume[1.01325 bar]
P	: pressure[bar]
R	: gas constant[8.31451×10 ⁻² J/mol-K]
T	: temperature[°C]
T_b	: reference temperature for volume[0 °C]
T_{bx}	: reference temperature for volume between 0 °C and 27 °C
T_h	: reference temperature for combustion or enthalpy[15 °C]
T_{hx}	: reference temperature for combustion between 0 °C and 27 °C
U_{HV}	: uncertainty of heating value[%]
U_Z	: uncertainty of compression factor[%]
WI	: wobbe index[kcal/m ³]
X_i	: mole fraction of ith component($i=N_2, CO_2, CH$). The unit is mole fraction in eq. (1')~(12') but mole percent in the other eq.s.
Z_b	: compression factor of gas mixture at reference condition (=0 °C, 1.01325 bar)
$Z_{b(air)}$: compression factor of air at reference condition(=0.99941 at 0 °C, 1.01325 bar, see ISO 6976)

그리스 문자

$\rho_{b(air)}$: mass density of air at reference condition
θ	: relative sensitivity

하첨자

air	: for air
b	: for reference condition of gas volume(here 0 °C, 1.01325 bar)
CH	: for equivalent hydrocarbon
CO ₂	: for carbon dioxide
h	: for reference condition of combustion or enthalpy
mix	: for gas mixture
N ₂	: for nitrogen

참고문헌

1. ISO 12213, *Natural Gas – Calculation of Compression Factor*, International Organization for Standardization, Geneva(1997).
2. AGA 8, *Compression Factors of Natural Gas and Other Related Hydrocarbon Gases*, American Gas Association(1994).
3. ISO 6976, *Natural Gas – Calculation of Calorific Values, Density, Relative Density and Wobbe Index from Composition*, International Organization for Standardization, Geneva(1995).
4. ISO GUM, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, International Organization for Standardization, Geneva(1995).
5. ISO 5168, *Measurement of Fluid Flow – Evaluation of Uncertainties*, International Organization for Standardization, Geneva(1998).
6. Ha, Y. C. and Lee, C. G., "Calculations of Sonic Velocity, Specific Heat, Enthalpy for Natural Gas," *Korean Chem. Eng. Res.* **39**(6), 678-684(2001).
7. ISO 13443, *Natural Gas – Standard Reference Conditions*, International Organization for Standardization, Geneva(1996).

Appendix

Table A. Regression data and results for SG-H_v

Specific Gravity (SG)	N ₂ (mol%)	CO ₂ (mol%)	Modified SGERG H _v (kcal/m ³)	Regression	
				H _v	Error(%)
0.550	0.00	0.00	9,447.62	9,447.98	0.004
	0.00	1.00	9,210.37	9,210.68	0.003
	0.00	3.00	8,735.98	8,736.08	0.001
	1.00	0.00	9,291.57	9,291.92	0.004
	1.00	1.00	9,054.35	9,054.62	0.003
	1.00	3.00	8,580.02	8,580.02	0.000
	3.00	0.00	8,979.56	8,979.79	0.003
	3.00	1.00	8,742.39	8,742.49	0.001
3.00	3.00	8,268.16	8,267.89	-0.003	
0.600	0.00	0.00	10,182.16	10,182.09	-0.001
	0.00	1.00	9,944.79	9,944.79	0.000
	0.00	3.00	9,470.15	9,470.19	0.000
	0.00	5.00	8,995.66	8,995.59	-0.001
	1.00	0.00	10,026.04	10,026.03	0.000
	1.00	1.00	9,788.69	9,788.73	0.000
	1.00	3.00	9,314.11	9,314.13	0.000
	1.00	5.00	8,839.68	8,839.53	-0.002
	3.00	0.00	9,713.85	9,713.90	0.001
	3.00	1.00	9,476.56	9,476.60	0.000
	3.00	3.00	9,002.10	9,002.00	-0.001
	3.00	5.00	8,527.77	8,527.40	-0.004
	5.00	0.00	9,401.75	9,401.78	0.000
	5.00	1.00	9,164.52	9,164.48	0.000
	5.00	3.00	8,690.17	8,689.88	-0.003
	5.00	5.00	8,215.95	8,215.28	-0.008
0.625	0.00	0.00	10,549.46	10,549.15	-0.003
	0.00	1.00	10,312.02	10,311.85	-0.002
	0.00	3.00	9,837.25	9,837.25	0.000
	0.00	5.00	9,362.63	9,362.65	0.000
	1.00	0.00	10,393.29	10,393.08	-0.002
	1.00	1.00	10,155.87	10,155.78	-0.001
	1.00	3.00	9,681.16	9,681.18	0.000
	1.00	5.00	9,206.61	9,206.58	0.000
	3.00	0.00	10,081.01	10,080.96	-0.001
	3.00	1.00	9,843.66	9,843.66	0.000
	3.00	3.00	9,369.07	9,369.06	0.000
	3.00	5.00	8,894.62	8,894.46	-0.002
	5.00	0.00	9,768.83	9,768.83	0.000
	5.00	1.00	9,531.54	9,531.53	0.000
	5.00	3.00	9,057.06	9,056.93	-0.001
	5.00	5.00	8,582.73	8,582.33	-0.005

Table A. (Continued)

Specific Gravity (SG)	N ₂ (mol%)	CO ₂ (mol%)	Modified SGERG H _v (kcal/m ³)	Regression	
				H _v	Error(%)
0.650	0.00	0.00	10,916.77	10,916.20	-0.005
	0.00	1.00	10,679.26	10,678.90	-0.003
	0.00	3.00	10,204.35	10,204.30	0.000
	0.00	5.00	9,729.60	9,729.70	0.001
	1.00	0.00	10,760.55	10,760.14	-0.004
	1.00	1.00	10,523.07	10,522.84	-0.002
	1.00	3.00	10,048.22	10,048.24	0.000
	1.00	5.00	9,573.54	9,573.64	0.001
	3.00	0.00	10,448.19	10,448.01	-0.002
	3.00	1.00	10,210.76	10,210.71	0.000
0.700	3.00	3.00	9,736.04	9,736.11	0.001
	3.00	5.00	9,261.47	9,261.51	0.000
	5.00	0.00	10,135.91	10,135.89	0.000
	5.00	1.00	9,898.55	9,898.59	0.000
	5.00	3.00	9,423.95	9,423.99	0.000
	5.00	5.00	8,949.50	8,949.39	-0.001
	3.00	3.00	10,469.99	10,470.22	0.002
	3.00	5.00	9,995.16	9,995.62	0.005
	5.00	3.00	10,157.73	10,158.10	0.004
	5.00	5.00	9,683.01	9,683.50	0.005

Table B. Regression data and results for compression factor and density

SG Dimless	Temp (deg.C)	Pressure (bar abs)	SGERG EOS		Regression			
			Z Dimless	Density (kg/m ³)	Z Dimless	Error (%)	Density (kg/m ³)	Error (%)
0.550	0	5.5	0.98733	3.9004	0.98748	0.02	3.8998	-0.01
	0	8.5	0.98042	6.0703	0.98066	0.02	6.0689	-0.02
	0	9.5	0.97811	6.8005	0.97838	0.03	6.7987	-0.03
	0	10.5	0.97581	7.5340	0.97611	0.03	7.5319	-0.03
	5	5.5	0.98810	3.8273	0.98814	0.00	3.8272	0.00
	5	8.5	0.98161	5.9539	0.98168	0.01	5.9536	0.00
	5	9.5	0.97945	6.6691	0.97953	0.01	6.6687	-0.01
	5	10.5	0.97730	7.3874	0.97737	0.01	7.3869	-0.01
	10	5.5	0.98882	3.7569	0.98879	0.00	3.7571	0.01
	10	8.5	0.98274	5.8421	0.98270	0.00	5.8424	0.01
	10	9.5	0.98071	6.5429	0.98067	0.00	6.5433	0.01
	10	10.5	0.97869	7.2466	0.97864	-0.01	7.2471	0.01
	15	5.5	0.98950	3.6892	0.98945	-0.01	3.6895	0.01
	15	8.5	0.98379	5.7346	0.98372	-0.01	5.7351	0.01
	15	9.5	0.98189	6.4216	0.98181	-0.01	6.4223	0.01
	15	10.5	0.98000	7.1113	0.97990	-0.01	7.1121	0.01
	20	5.5	0.99014	3.6240	0.99011	0.00	3.6241	0.00
	20	8.5	0.98478	5.6311	0.98474	0.00	5.6314	0.01
	20	9.5	0.98300	6.3050	0.98295	0.00	6.3054	0.01
	20	10.5	0.98122	6.9813	0.98117	-0.01	6.9818	0.01
30	5.5	0.99129	3.5003	0.99142	0.01	3.4999	-0.01	
30	8.5	0.98657	5.4355	0.98679	0.02	5.4344	-0.02	
30	9.5	0.98500	6.0846	0.98524	0.02	6.0833	-0.02	
30	10.5	0.98344	6.7358	0.98370	0.03	6.7342	-0.02	
0.600	0	5.5	0.98450	4.2649	0.98456	0.01	4.2650	0.00
	0	8.5	0.97602	6.6486	0.97610	0.01	6.6485	0.00
	0	9.5	0.97318	7.4525	0.97327	0.01	7.4523	0.00
	0	10.5	0.97034	8.2610	0.97045	0.01	8.2607	0.00
	5	5.5	0.98542	4.1844	0.98535	-0.01	4.1850	0.01
	5	8.5	0.97744	6.5196	0.97733	-0.01	6.5208	0.02
	5	9.5	0.97478	7.3065	0.97465	-0.01	7.3080	0.02
	5	10.5	0.97211	8.0978	0.97198	-0.01	8.0995	0.02
	10	5.5	0.98627	4.1069	0.98614	-0.01	4.1078	0.02
	10	8.5	0.97877	6.3957	0.97856	-0.02	6.3976	0.03
	10	9.5	0.97627	7.1665	0.97603	-0.02	7.1688	0.03
	10	10.5	0.97377	7.9412	0.97350	-0.03	7.9440	0.04
	15	5.5	0.98708	4.0324	0.98693	-0.02	4.0333	0.02
	15	8.5	0.98003	6.2767	0.97978	-0.03	6.2787	0.03
	15	9.5	0.97768	7.0320	0.97740	-0.03	7.0345	0.04
	15	10.5	0.97533	7.7909	0.97502	-0.03	7.7939	0.04
	20	5.5	0.98784	3.9606	0.98771	-0.01	3.9614	0.02
	20	8.5	0.98121	6.1622	0.98101	-0.02	6.1639	0.03
	20	9.5	0.97900	6.9027	0.97878	-0.02	6.9048	0.03
	20	10.5	0.97679	7.6466	0.97655	-0.02	7.6491	0.03
30	5.5	0.98921	3.8246	0.98929	0.01	3.8246	0.00	
30	8.5	0.98335	5.9460	0.98347	0.01	5.9457	-0.01	
30	9.5	0.98140	6.6587	0.98153	0.01	6.6583	-0.01	
30	10.5	0.97945	7.3743	0.97960	0.01	7.3737	-0.01	

Table B. (Continued)

SG Dimless	Temp (deg.C)	Pressure (bar abs)	SGERG EOS		Regression			
			Z Dimless	Density (kg/m ³)	Z Dimless	Error (%)	Density (kg/m ³)	Error (%)
0.624	0	5.5	0.98306	4.4409	0.98316	0.01	4.4409	0.00
	0	8.5	0.97376	6.9288	0.97391	0.02	6.9285	0.00
	0	9.5	0.97065	7.7687	0.97082	0.02	7.7682	-0.01
	0	10.5	0.96754	8.6141	0.96774	0.02	8.6133	-0.01
	5	5.5	0.98405	4.3567	0.98401	0.00	4.3573	0.01
	5	8.5	0.97530	6.7935	0.97524	-0.01	6.7947	0.02
	5	9.5	0.97238	7.6155	0.97231	-0.01	7.6169	0.02
	5	10.5	0.96946	8.4422	0.96938	-0.01	8.4441	0.02
	10	5.5	0.98496	4.2757	0.98486	-0.01	4.2767	0.02
	10	8.5	0.97675	6.6636	0.97657	-0.02	6.6656	0.03
	10	9.5	0.97400	7.4686	0.97380	-0.02	7.4710	0.03
	10	10.5	0.97126	8.2781	0.97103	-0.02	8.2809	0.03
	15	5.5	0.98585	4.1978	0.98571	-0.01	4.1989	0.03
	15	8.5	0.97811	6.5389	0.97789	-0.02	6.5411	0.03
	15	9.5	0.97553	7.3275	0.97529	-0.02	7.3301	0.04
	15	10.5	0.97295	8.1203	0.97268	-0.03	8.1234	0.04
	20	5.5	0.98667	4.1228	0.98656	-0.01	4.1237	0.02
	20	8.5	0.97939	6.4190	0.97922	-0.02	6.4208	0.03
	20	9.5	0.97696	7.1919	0.97678	-0.02	7.1941	0.03
	20	10.5	0.97453	7.9688	0.97433	-0.02	7.9714	0.03
30	5.5	0.98816	3.9808	0.98827	0.01	3.9808	0.00	
30	8.5	0.98171	6.1925	0.98188	0.02	6.1921	-0.01	
30	9.5	0.97957	6.9362	0.97976	0.02	6.9357	-0.01	
30	10.5	0.97742	7.6832	0.97763	0.02	7.6824	-0.01	
0.650	0	5.5	0.98144	4.6322	0.98165	0.02	4.6320	0.00
	0	8.5	0.97122	7.2342	0.97154	0.03	7.2331	-0.02
	0	9.5	0.96779	8.1139	0.96816	0.04	8.1122	-0.02
	0	10.5	0.96437	8.9999	0.96479	0.04	8.9974	-0.03
	5	5.5	0.98251	4.5440	0.98256	0.01	4.5445	0.01
	5	8.5	0.97289	7.0920	0.97297	0.01	7.0926	0.01
	5	9.5	0.96968	7.9526	0.96978	0.01	7.9531	0.01
	5	10.5	0.96646	8.8190	0.96658	0.01	8.8194	0.00
	10	5.5	0.98351	4.4592	0.98348	0.00	4.4601	0.02
	10	8.5	0.97447	6.9555	0.97441	-0.01	6.9571	0.02
	10	9.5	0.97145	7.7979	0.97139	-0.01	7.7997	0.02
	10	10.5	0.96842	8.6457	0.96836	-0.01	8.6477	0.02
	15	5.5	0.98446	4.3776	0.98440	-0.01	4.3786	0.02
	15	8.5	0.97595	6.8244	0.97585	-0.01	6.8263	0.03
	15	9.5	0.97311	7.6496	0.97300	-0.01	7.6517	0.03
	15	10.5	0.97026	8.4796	0.97015	-0.01	8.4820	0.03
	20	5.5	0.98535	4.2991	0.98532	0.00	4.2999	0.02
	20	8.5	0.97734	6.6985	0.97728	-0.01	6.7000	0.02
	20	9.5	0.97467	7.5070	0.97461	-0.01	7.5088	0.02
	20	10.5	0.97199	8.3201	0.97193	-0.01	8.3220	0.02
30	5.5	0.98698	4.1504	0.98716	0.02	4.1503	0.00	
30	8.5	0.97987	6.4608	0.98016	0.03	6.4599	-0.01	
30	9.5	0.97750	7.2383	0.97783	0.03	7.2372	-0.02	
30	10.5	0.97514	8.0197	0.97550	0.04	8.0181	-0.02	