

## 이분산 구형 입자로 구성된 충전층을 흐르는 점성 유체 흐름의 투과도

손현진 · 구상균<sup>†</sup>

상명대학교 공업화학과  
110-743 서울시 종로구 홍지동 7  
(2011년 6월 28일 접수, 2011년 9월 2일 채택)

## Permeability of Viscous Flow Through Packed Bed of Bidisperse Hard Spheres

Hyunjin Sohn and Sangkyun Koo<sup>†</sup>

Department of Industrial Chemistry, Sangmyung University, 7 Hongji-dong, Jongro-gu, Seoul 110-743, Korea  
(Received 28 June 2011; accepted 2 September 2011)

### 요 약

본 연구에서는 크기가 다른 두 종류의 단단한 구형 입자들로 충전된 이분산(二分散) 충전층을 지나는 비압축성 유체 흐름의 투과도를 실험적으로 측정하고 이론적으로 예측하는 문제를 다룬다. 작은 입자에 대한 큰 입자의 크기 비  $\lambda$  가 1.25와 2인 두 가지 경우에 대해 여러 가지 입자 혼합 비율로 충전층을 만들고 그 공극률과 유체 흐름의 투과도를 측정하였다. 이분산 충전은 입자 크기가 일정한 단분산 충전에 비해 공극률이 감소하고 투과율이 감소하나 입자들의 크기 비  $\lambda$ 나 혼합 비율  $\gamma$ 에 따라 다르게 나타난다. 두 가지 입자의 혼합 비율에 따른 공극률의 변화와 투과율의 변화 형태는 서로 일치하지 않는다. 개별 충전 입자에 걸리는 항력 계산에 기초한 모델을 고안하여 투과도를 예측하는 간단한 이론식을 유도하였고 이 식을 이용한 예측값을 실험 결과 및 선행 연구 결과들과 비교한 결과, 이 이론식에 의한 투과도 예측값이나 입자 혼합 비율에 따른 투과도 변화 경향이 실험값에 가장 근사하였다. 이 이론식을 이용해 이분산 충전층을 지나는 유체 흐름의 투과도를 간단하고 정확하게 예측할 수 있음을 보였다.

**Abstract** – We deal with a problem to determine experimentally as well as theoretically permeability of incompressible viscous flow through packed bed of bidisperse hard spheres in size. For the size ratios of large to small spheres  $\lambda = 1.25$  and 2, we set up bidisperse packing and measured porosity and permeability at various volumetric ratios of small to large spheres  $\gamma$ . Bidisperse packing shows lower porosity and permeability than monodisperse packing does. Variation of porosity as a function of  $\gamma$  does not match with that of permeability. A theoretical expression for predicting permeability of a viscous flow for packed bed of bidisperse packing is derived based on calculation of drag force acting on each sphere and its predictions are compared with the experimental data and those from some relations previously suggested. It is found that our theory shows better agreement with experimental results than the previous studies and is proved to be quite simple and accurate in estimating the permeability.

Key words: Bidisperse Packing, Permeability, Packed Bed, Porosity, Porous Media

### 1. 서 론

다공성 매질을 흐르는 유체의 흐름에서 투과도는 중요한 전달 특성 중 하나이다. 일정한 크기의 입자로 채워진 충전층을 흐르는 유체의 투과도는 충전 입자의 충전율 즉 입자의 부피 분율, 입자의 배열 구조, 입자의 형상, 유체의 점도 등에 의해 영향을 받는다. 이들 중에서도 특히 충전 입자의 부피 분율과 배열 형태에 따른 투과도의 변화에 대해서 Carman[1] 이후 많은 이론적 연구가 있었는데 Zick and Homsy[2], Sangani and Acrivos[3], Brady and Bossis[4], Ladd[5], Mo and Sangani[6] 등이 대표적이다.

그러나 이들 연구들은 대부분 충전 입자들의 크기가 일정한 경우

에 대해 이루어졌으며 입자의 크기가 일정하지 않은 경우에는 앞서 언급한 인자들 외에도 입자의 크기 비율과 각 입자의 부피 분율을 고려해야 하므로 해석이 더 복잡해지게 된다. 단분산의 경우와 달리 이분산 혹은 다분산 입경 분포를 가진 충전층에 대한 연구는 상대적으로 많지 않다. 이분산 혹은 다분산 충전에 대한 해석은 단분산 충전을 더 일반화시킨 것으로서, 구체적으로 단분산 충전에서 보편적으로 사용되는 아래 식 (1)의 Kozeny-Carman 식을 일반화하는 것이다. 이 식에서 충전층 유체 흐름의 투과도  $k$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$k = \frac{(1-\phi)^3 a^2}{45\phi^2} \quad (1)$$

여기서  $a$ 는 충전입자의 반지름,  $\phi$ 는 충전입자의 충전율, 즉 부피 분율이다. Thies-Weesie 등[7]은 공극의 부피와 유체가 흐르면서 접촉

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.  
E-mail: skkoo@smu.ac.kr

하게 되는 입자 표면적의 비를 고려하여 식 (1)을 이분산의 경우로 확장시켰는데(식 (11)) 그들의 실험 결과와 차이가 나는 것으로 나타났다. Mota 등[8]은 실험값에 근접한 결과를 보였으나 경험식(식 (12))에 근거하고 있다. 이론적으로는 Koo and Sangani[9]가 입자간 수력학적 상호 작용력의 계산을 근거로 한 수치 해석 결과와 근사 모델을 제시하였으나 입자의 부피 분율이 낮은 경우에 국한된다. 임의적으로 충전된 이분산 입자들의 충전 밀도가 입자들이 접촉할 정도로 매우 높은 경우에 대해서 입자간의 수력학적 상호 작용력을 수치적으로 정확히 구하는 방법을 적용한 연구 결과는 아직까지 보고된 바가 없다. 실용적인 측면에서 볼 때 이분산 충전층의 유체 흐름에 대한 해석 결과는 간단하면서도 정확한 관계식을 제시하는 데 초점을 맞출 필요가 있다. 본 연구에서는 이분산 충전층을 지나는 유체 흐름의 투과도를 예측하는 간단한 관계식을 실험 결과와 비교하여 제시하고자 한다. 이 관계식은 Thies-Weesie 등[7]이 제안한 공극의 부피와 충전입자의 표면적의 비를 특성 길이로 한 공극 중심의 모델과 달리 큰 입자와 작은 입자로 구성된 각 단분산 충전층이 균일하게 혼합된 입자 중심의 모델에 기초하는 데, 이는 충전층을 지나는 유체 흐름에 의해 발생하는 압력 차가 개별 입자에 작용하는 힘(force)의 총 합으로 구해지는 것에서 출발한다. 이러한 모델링의 차이로 인해 본 연구에서 제시하는 입자 중심 모델은 Thies-Weesie 등[7]의 모델에 비해 더 간단해진다.

본 연구에서는 먼저 실험적으로 이분산 충전의 공극률을 측정하고 그 결과를 기존의 연구 결과들 [7,8]과 비교한다. 입자 크기 비로는 작은 입자의 입경에 대한 큰 입자의 입경 비율( $\lambda$ )이 1.25와 2인 두 경우에 대해 공극률과 투과도 측정 실험을 하였으며 투과도를 예측하는 관계식을 제시하고 기존 연구 결과들과 비교 분석하였다.

## 2. 실험 방법

작은 입자에 대한 큰 입자의 크기 비  $\lambda$ 를 각각 1.25와 2로 하여 채워진 충전층을 흐르는 유체의 투과도 실험에 유체로 물을, 충전 입자로 유리 비드(glass bead, 독일 Sigmund Linder사 SI4501, SI45015, SI4502)를 사용하였고, 그 크기는 각각 0.25~0.5 mm, 0.40~0.60 mm, 0.50~0.75 mm이다. 유리 비드의 크기를 일정하게 하기 위해 체(sieve)로 걸러서 각각 0.25, 0.4, 0.5 mm의 단분산에 가까운 유리 비드를 얻은 후 현미경으로 유리 비드의 구형도와 크기 분포를 확인하여 Fig. 1에 나타내었다.

투과도 실험을 위해 Fig. 2와 같이 간단한 충전층 장치를 구성하였다. 충전층 장치는 유량계, 하우징 상부, 중부, 하부와 압력계로 구성되어 있다. 하우징의 상부와 하부에는 압력계를 설치하여 물이 충전층을 흐르면서 생기는 압력 강하를 측정하였다. 하우징을 물로 채울 때 공기가 잔류하는데 이는 실험 시 압력의 유동을 일으켜 충전층에 일정한 압력이 가해지는 것을 방해한다. 정확한 실험값을 얻기 위해 하우징 상단에 공기 배출구를 설치하여 잔류공기를 제거하였다. 하우징의 중부는 지름이 2 cm, 높이가 6.2 cm인 실린더 형이며 하우징에서 분리가 가능하도록 제작하였다. 벽면 효과를 감안하여 충전층의 지름과 입자의 지름의 비가 10 이상이 되도록 하였다. 하우징 상부, 중부, 하부의 연결 부분은 고무 링(ring)을 이용하여 밀폐하였다.

이분산 충전의 공극률과 투과도는 작은 입자의 상대 부피 분율  $\gamma$ 에 따라 나타내었다. 작은 입자의 상대 부피 분율  $\gamma$ 는 다음 식 (2)로 주어진다.

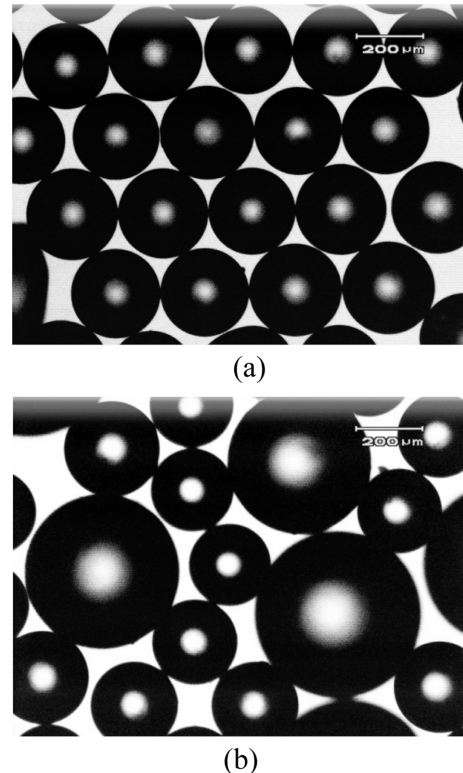


Fig. 1. Microscope pictures of glass beads. (a) 0.25 mm glass beads and (b) mixture of 0.25 mm and 0.5 mm glass beads.

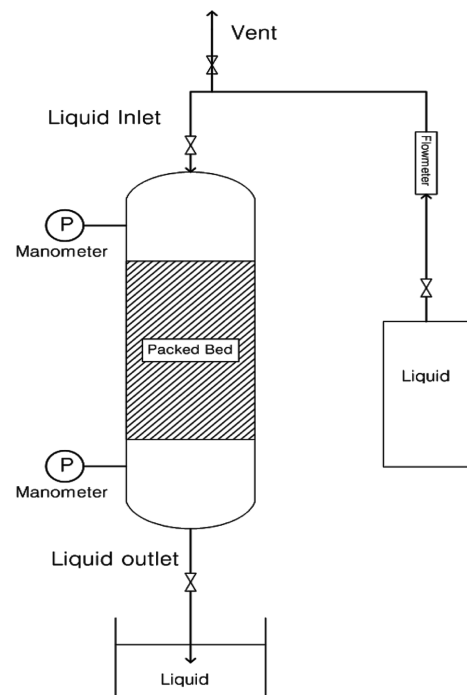


Fig. 2. Schematic diagram of experimental setup for measuring permeability.

$$\gamma = \frac{\phi_S}{\phi_L + \phi_S} \quad (2)$$

여기서  $\phi_L$ 는 큰 입자의 부피분율,  $\phi_S$ 는 작은 입자의 부피분율이다. 입자 비  $\lambda=1.25$ 와 2에 대해서  $\gamma$ 는 거의 동일하게 설정하였다. 단분

산 충전은 충전층에 소량의 입자를 천천히 넣고 흔들어 주면서 채웠고 이분산 충전은 크기가 다른 입자들을 미리 섞어 놓은 상태에서 위와 같은 방법으로 채워서 임의적 충전(random close packing)이 되도록 하였다. 충전층의 길이는 5.63~6.20 cm 사이이며 공극률은 입자들로 채워진 충전층에 피펫으로 물을 주입하여 들어가는 물의 양을 각 조건 별로 다섯 번씩 측정하여 평균값을 구하였다. 공극률이 측정된 충전층을 그대로 Fig. 2의 장치에 결합하여 투과도 측정 실험을 진행하였다. 유체의 투과도  $k$ 는 다음의 Darcy의 식을 이용하여 계산하였다.

$$k = \frac{\eta V}{|\Delta P|/L} \quad (3)$$

여기서  $\eta$ 는 물의 점도,  $V$ 는 물의 평균 유속,  $|\Delta P|$ 는 압력 강하,  $L$ 은 충전층의 길이이다.

### 3. 결과 및 고찰

#### 3-1. 공극률(Porosity)

이분산 충전의 공극률은 단분산의 경우와 달리 입자의 크기 비와 각 입자의 분율에 따라 달라진다. 전체 입자의 부피 중 작은 입자의 부피 비율  $\gamma$ 를 기준으로 하여 공극률을 변화를 보았고 차이를 보인다. 입경 비  $\lambda=1.25$ 와 2의 조건에서 측정된 공극률을 기존의 연구 결과와 함께 Fig. 3에 나타내었다. 입경 비  $\lambda=2$ 에 대해 Leitzelment 등 [10]이 제시한 공극률 계산값과 비교하였다. 이들은 크기가 다른 구형 입자들로 채워진 충전층을 면심 입방 배열의 한 꼭지점에 위치한 입자와 이 입자와 접촉한 임의적인 입자들로 구성된 것으로 보고  $\lambda=1, 2, 4$ 에 대해 충전층의 공극률을 계산하여 그 결과를 제시하였다. Fig. 3에서 공극률은 단분산 충전( $\gamma=0$ )의 경우에서 출발하여 작은 입자의 상대 부피 분율  $\gamma$ 가 증가하면서 감소하다가  $\gamma \approx 0.2$ 에서 최소 공극률을 나타냈고  $\gamma \approx 0.2$ 보다 커지면서 공극률이 증가하여 궁극적으로 단분산 충전의 공극률( $\gamma=1$ )에 도달하였다. 그리고 입경 비  $\lambda$ 가 커지면서 단분산 충전보다 공극률이 더 낮아지는 결과를 보인다. 그러나  $\gamma \approx 0.75$  이후부터는 공극률이  $\lambda$ 에 상관없이 유사한 값을 나타냈는데 이는 큰 입자 사이에 작은 입자들이 채워지면서 생기는 공극률 감소 효과가 더 이상 나타나지 않음을 의미한다. 즉 대부분의 작은

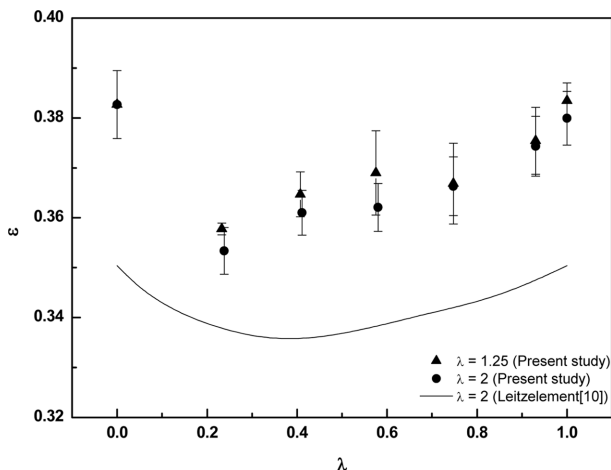


Fig. 3. Porosity as a function of relative volume fraction of small spheres  $\gamma$ . Calculation results are from Leitzelment *et al.* [10].

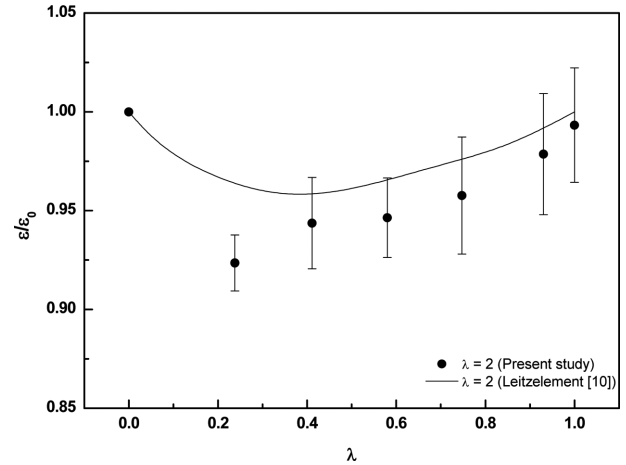


Fig. 4. Relative porosity as a function of relative volume fraction of small spheres  $\gamma$ . Calculation results are from Leitzelment *et al.* [10].

입자들 사이에 큰 입자들이 임의적으로 드물게 분포함으로써 큰 입자들 사이의 공극이 거의 없는 배열이 만들어진 것이다. 입자 크기 비율  $\lambda$ 와 각 입자의 부피 비율  $\gamma$ 별 공극률 경향은  $\lambda$ 가 작을 경우 공극률이  $\gamma$ 에 따라 완만하게 변하는 형태를 보이고  $\lambda$ 가 커질수록  $\gamma$ 의 변화에 따라 최소 공극률까지 급격하게 감소하고 이후에는 다시 가파르게 증가하는 형태를 보이는 기존의 결과들과 일치한다[10-14].

그리고 Fig. 3에서 본 실험의 공극률 측정 결과가 Leitzelment 등 [10]의 계산값보다 다소 높은데, 이는 단분산 충전의 공극률( $\gamma=0$ )의 측정치와 이론치의 차이에서 기인한다. 이러한 차이의 효과를 없애고  $\gamma$ 에 따른 공극률의 변화를 보기 위해 단분산 충전의 공극률( $\gamma=0$ )에 대한 상대적인 공극률로 표시하여 Fig. 4에 나타내었다. 대체로 이론치들이 실험치의 오차 범위 안에 있음을 확인할 수 있다.

#### 3-2. 투과도(Permeability)

일정한 압력에서 시간당 충전 층을 빠져 나오는 물의 양을 Fig. 5에 나타내었다. 각 선의 기울기들은 물의 부피 유속이고 작은 입자의 상대 부피 분율  $\gamma$ 에 따라 나타내었다. 그림에서 각 선의 기울기들이 단분산의 경우보다 작아지다가  $\gamma=0.75$ 에서 최소 부피 유속이 나타나고 이후로 기울기가 조금 상승하였다. 또한 기울기의 감소는 입자의 크기 비  $\lambda$ 에 비례하여 그 차이가 커졌고 선형의 기울기는 물이 충전층을 흐를 때 일정한 흐름을 유지함을 보여준다.

여기서 주목할 만한 점은 공극률의 경우는  $\gamma$ 가 0.2에서 최소를 보이는 반면 투과율은  $\gamma$ 가 0.75 이상에서 최소를 보인다는 점이다. 즉  $\gamma$ 에 따른 공극률과 투과율의 변화가 서로 일치하지는 않는데 이는 Fig. 6에 잘 나타나 있다. 따라서 단분산의 경우와는 달리 공극률이 증가함에 따라 투과율이 단순히 증가하는 것이 아니므로 이분산의 경우에는 투과율을 정확히 예측할 수 있는 관계식이 필요하다.

투과율은 앞서 언급한 바와 같이 Darcy의 식을 이용하여 구하는데 압력 구배는 입자들에 작용하는 힘에 기인하므로 다음의 관계식을 쉽게 얻을 수 있다.

$$\eta(\mathbf{v}) = k(-\nabla p) = kn\langle \mathbf{F} \rangle, \quad (4)$$

여기서  $n$ 은 입자들의 수밀도 (number density), 즉 충전층 단위 부피당 충전 입자의 수이고  $\langle \mathbf{F} \rangle$ 는 유체가 하나의 입자에 작용하는 평

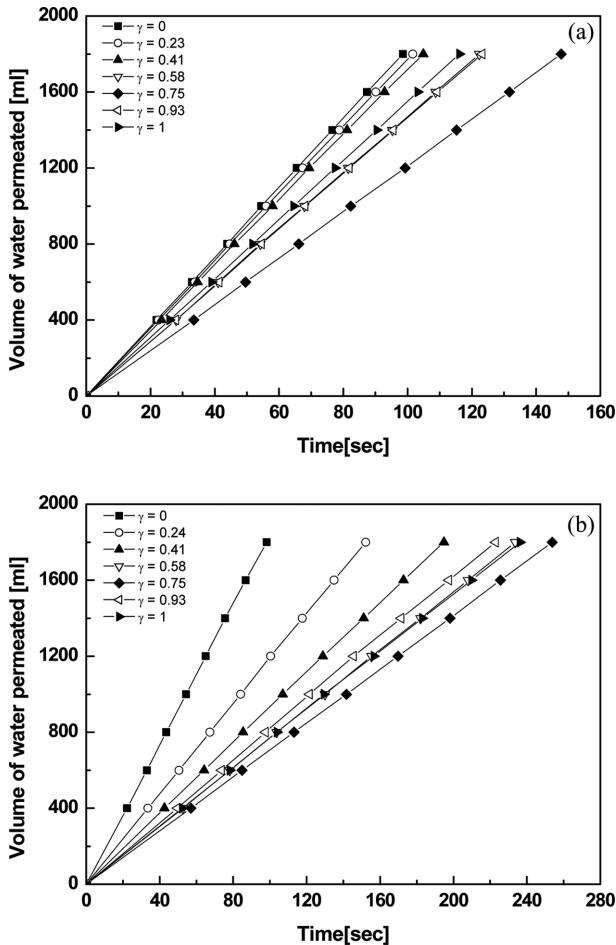


Fig. 5. Volume of permeated water versus time. (a)  $\lambda = 1.25$  and (b)  $\lambda = 2$ .

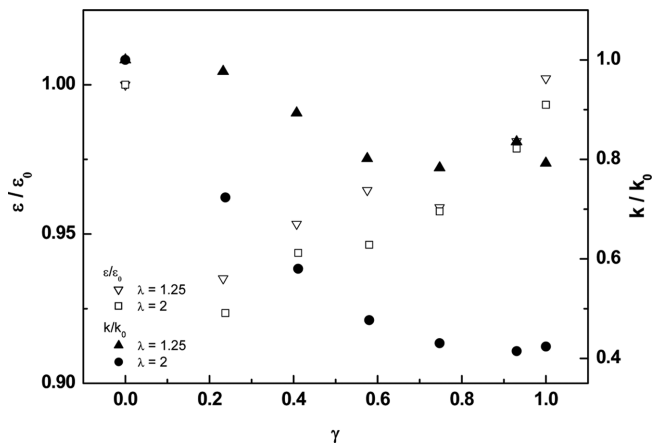


Fig. 6. Relative porosity and permeability as a function of  $\gamma$ .

균적인 힘이다. 그리고  $\langle v \rangle$ 는 유체의 평균 유속,  $(-\nabla p)$ 는 충전층에 걸리는 평균 압력 구배이다. 유체의 흐름이 정지해 있는 입자들에 미치는 힘을 구하는 문제는 유체 역학 분야에서 많아 다루어져 온 것으로 특히 다수의 입자가 존재하는 경우 입자들간 복잡한 수력학적 상호 작용을 정확히 계산하는데 많은 연구들이 수행되었다 [1-6]. 고정된 여러 입자들을 지나가는 유체의 흐름이 입자들에 미치는 평균적인 힘은 다음의 관계를 따른다.

$$\langle F \rangle = 6\pi a \eta \langle v \rangle K(\phi) \quad (5)$$

여기서  $K(\phi)$ 는 무차원 항력 계수(nondimensional drag coefficient)이며, 입자들간의 상호 작용력에 기인한 것으로서 입자의 부피 분율  $\phi$ 과 입자들의 배열 구조에 의해 결정된다. 여러 연구자들에 의해  $K(\phi)$ 가 구해졌는데 입자들이 닿을 정도의 고 충전 상태에서는 다음의 Kozeny-Carman의 식과 잘 일치하는 것으로 알려져 있다[3,15,16].

$$K(\phi) = \frac{10\phi}{(1-\phi)^3} \quad (6)$$

식 (4)의 두 번째 등식의 우변 항에 있는 수밀도와 입자에 작용하는 평균 힘의 곱은 두 가지 종류의 입자들이 존재하는 이분산 충전의 경우에 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$n\langle F \rangle = n_S\langle F_S \rangle\gamma + n_L\langle F_L \rangle(1-\gamma), \quad (7)$$

여기서 아래 첨자 S는 작은 입자, L은 큰 입자를 의미하며 각 입자 종의 수밀도  $n_S$ 과  $n_L$ 은 각 입자 종의 단분산 충전을 기준한다. 즉,  $n_S = n_L = n$ . 또 각 입자에 가해지는 평균적인 힘  $\langle F_S \rangle$ 과  $\langle F_L \rangle$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\langle F_S \rangle = 6\pi a_S \eta \langle v \rangle K(\phi_{S,m}) \quad (8)$$

$$\langle F_L \rangle = 6\pi a_L \eta \langle v \rangle K(\phi_{L,m}) \quad (9)$$

그리고  $\phi_{S,m}$ 과  $\phi_{L,m}$ 은 각각 작은 입자와 큰 입자 단일종 충전층의 입

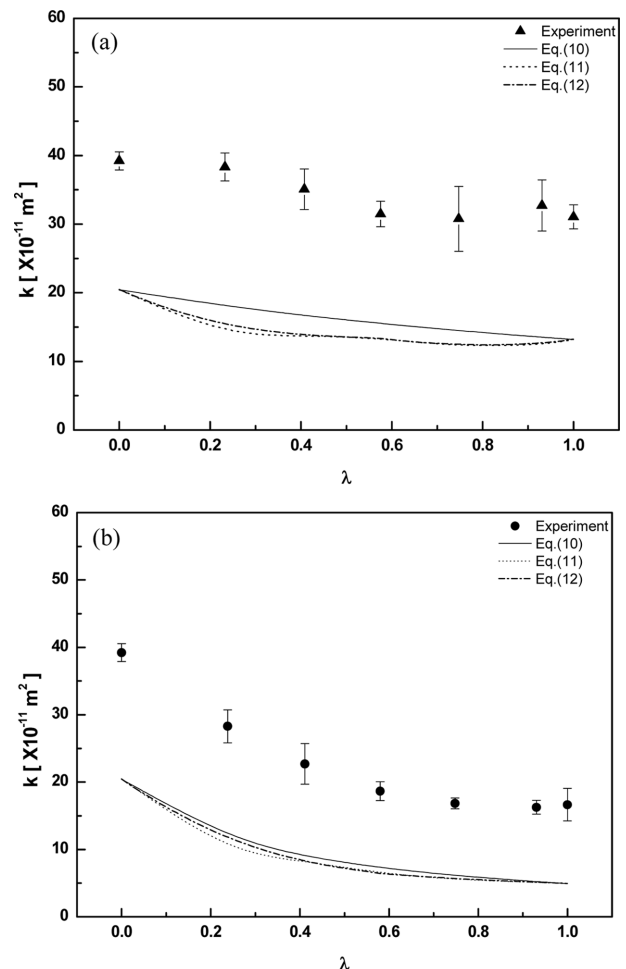


Fig. 7. Experimental data and predictions by Eqs. (10), (11), and (12) for permeability at various  $\gamma$ . (a)  $\lambda = 1.25$  and (b)  $\lambda = 2$ .

자 부피 분율인데 이론적으로  $\phi_{S,m} = \phi_{L,m} = \phi_m$ 이고  $\phi_m$ 은 단분산 충전율이다, 그리고  $a_L$ 는 큰 입자의 반지름,  $a_S$ 는 작은 입자의 반지름이다. 위 식들로부터 다음과 같이 입자 모델에 근거한 투과율에 대한 관계식을 얻을 수 있다.

$$k = \frac{2}{9\phi K(\phi_m)} \left[ \frac{(a_S a_L \phi)}{(a_S^2 \phi_L + a_L^2 \phi_S) \phi_m} \right] \quad (10)$$

여기서  $\phi_S$ 와  $\phi_L$ 는 각각 큰 입자와 작은 입자의 부피 분율,  $\phi$ 는 입자의 총 부피 분율이다. 식 (10)로 계산한 투과율을 실험 결과 및 Thies-Weesie 등[7]가 제안한 식과 Mota 등[8]의 경험식에 의한 예측 값과 비교하여 Fig. 7에 나타내었다. 서론에서 언급한 바와 같이 Thies-Weesie 등[7]은 충전층 기공의 굴곡성을 유체가 흐르는 충전층 공극의 부피와 표면적의 비를 이용한 공극 모델로 다음의 식을 제안하였다.

$$k = \frac{2}{9\phi K(\phi_m)} \left[ \frac{a_S a_L \phi}{a_L \phi_S + a_S \phi_L} \right]^2 \quad (11)$$

그 후 Mota 등[8]은 유체가 충전층을 지나는 길이  $L_T$ 와 충전층의 길이  $L$ 의 비인 굴곡 인자를,  $L_T = L / (1 - \phi)^{0.4}$ 로 하여 다음과 같이 투과도에 대한 경험식을 얻었다. 기본 개념은 Thies-Weesie 등[7]의 모델과 유사한 측면이 있으나 경험적인 인자를 사용한 점이 차이라고 볼 수 있다.

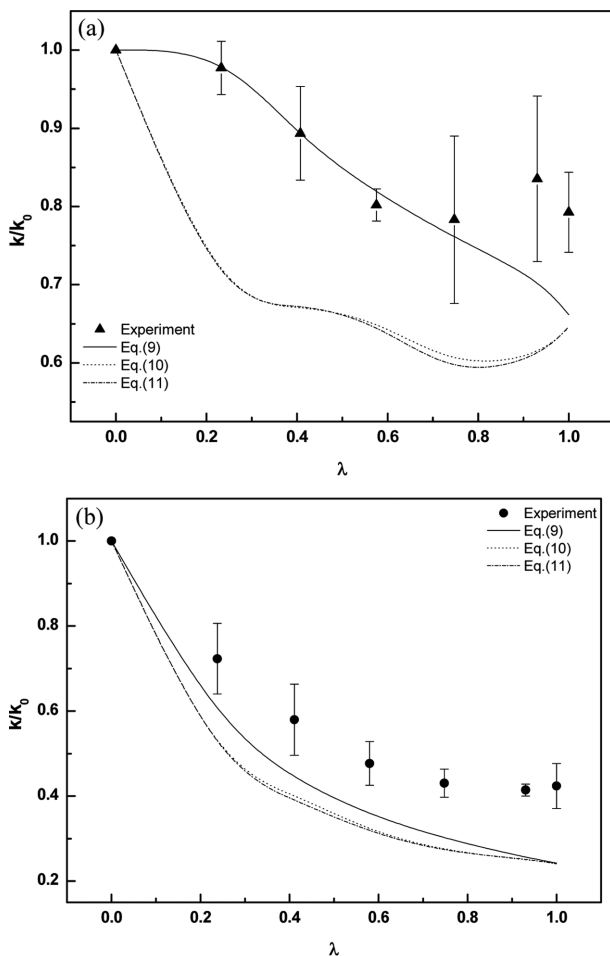


Fig. 8. Relative permeability from experiment and Eqs. (10), (11), and (12) as a function of  $\gamma$ . (a)  $\lambda = 1.25$  and (b)  $\lambda = 2$ .

$$k = \frac{2}{9\phi K(\phi)} \left( \frac{3(1-\phi)^{0.8}}{2\phi} \right) \left[ \frac{a_S a_L \phi}{a_L \phi_S + a_S \phi_L} \right]^2 \quad (12)$$

Fig. 7에서는 본 연구에서 제안하는 식 (10)의 예측치가 식 (11)과 식 (12)의 예측치들에 비해 실험치에 더 근접하는 것으로 나타나며, 식 (10)-(12)로 예측한 값들이 실험 결과에 비해 약간 낮게 나오는 것을 볼 수 있다. 특히  $K(\phi)$ 는 충전 상태의 높은  $\phi$ 에서 급격하게 변하므로 충전 상태의 미세한 변화에 의해 차이가 발생할 가능성은 있다. 대체로 투과율 값이 같은 크기(order) 범위 내에 있으면 오차가 크지 않은 것으로 간주된다. 그리고  $\gamma$ 에 따른  $k$ 의 변화 양상이 이론의 정확성을 판단하는 기준이 되는데 Fig. 8에서  $\gamma=0$ 일 때의 투과율에 대한 상대적인 투과율  $k/k(\gamma=0)$ 이  $\gamma$ 에 따라 어떻게 변하는지를 나타내었다. 먼저  $\lambda=1.25$ 일 때는 식 (10)의  $k/k(\gamma=0)$  예측치가 실험치와 거의 일치하는 결과를 보였으며 식 (11)과 (12)는 이보다 낮은 값을 보였다. 그리고  $\lambda=2.0$ 의 경우에는 식 (10)의 예측치가 실험치에 비해 약간 낮게 나타나고 식 (11)과 (12)에 더 가깝게 나타났다. 전체적으로 보면 식 (10)에 의한 예측치와  $\gamma$ 에 따른 변화 패턴이 실험 결과에 가장 가까움을 알 수 있다. 따라서 식 (10)은 간단하면서도 정확하게 실용적인 투과도 예측식이라 할 수 있다.

#### 4. 결 론

크기가 다른 두 종류의 입자들로 충전된 이분산 충전의 유체 투과도를 실험적으로 측정하고 간단한 이론식을 유도하여 비교하였다. 큰 입자의 상대적인 크기 비  $\lambda$ 가 1.25와 2인 두 경우에 대해 여러 가지 입자 혼합 비율로 충전층을 만들고 공극률과 유체 흐름의 투과도를 측정하였다. 이분산의 경우 단분산 충전에 비해 공극률과 투과율이 감소하며 이들은 입자들의 크기 비  $\lambda$ 나 작은 입자의 상대적인 혼합 비율  $\gamma$ 에 따라 다르게 나타난다. 두 가지 입자의 혼합 비율에 따른 공극률과 투과율의 변화는 서로 일치하지 않는다. 즉 공극률은  $\gamma$ 가 0.2 부근에서 투과도는  $\gamma$ 가 0.75 이상에서 최저 값을 보여 그 경향이 서로 다름을 보여준다. 충전된 개별 입자에 걸리는 항력에 근거한 입자 모델을 이용하여 투과도를 예측하는 식 (10)을 구하고 실험 결과와 기존의 관계식들에 의한 예측 값들과 비교한 결과, 투과도 예측치나 혼합 비율에 따른 투과도 변화 경향에 있어 식 (10)의 예측치가 실험치에 가장 근사하게 나타났다. 입자 모델에 근거한 식 (10)을 이용해 이분산 충전층을 지나는 유체 흐름의 투과도를 간단하고 정확하게 예측할 수 있음을 보였다.

#### 감 사

본 연구는 2010년도 상명대학교 자연과학연구소의 지원으로 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

1. Carman, P. C., "Fluid Flow Through Granular Beds," *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **15**, 150-166(1937).
2. Zick, A. A. and Homsy, G. M., "Stokes Flow Through Periodic Arrays of Spheres," *J. Fluid Mech.*, **115**, 13-26(1982).
3. Sangani, A. S. and Acrivos, A., "Slow Flow Through a Periodic Array of Spheres," *Int. J. Multiphase Flow*, **8**, 343-360(1982).

4. Brady, J. F. and Bossis, G., "Stokesian Dynamics," *G. Annu. Rev. Fluid Mech.*, **20**, 111-157(1988).
5. Ladd, A. J. C., "Hydrodynamics Transport Coefficients of Random Dispersions of Hard Spheres," *J. Chem. Phys.*, **93**, 3484-3494(1990).
6. Mo, G. and Sangani, A. S., "A Method for Computing Stokes Flow Interactions Among Spherical Objects and Its Application to Suspensions of Drops and Porous Particles," *Phys. Fluids*, **6**, 1637-1652(1994).
7. Thies-Weesie, D. M. E. and Philipse, A. P., "Liquid Permeation of Bidisperse Colloidal Hard Spheres Packings and the Kozeny-Carman Scaling Relation," *J. Colloid Interface Sci.*, **162**, 470-480 (1994).
8. Mota, M., Teixeira, J. A., Bowen, W. R. and Yelshin, A., "Binary Spherical Particle Mixed Beds: Porosity and Permeability Relationship Measurement," *Trans. Filt. Soc.*, **1**(4), 101-106(2001).
9. Koo, S. and Sangani, A. S., "Effective-Medium Theories for Prediction Hydrodynamic Transport Properties of Bidisperse Suspensions," *Phys. Fluids*, **14**, 3522-3533(2002).
10. Leitzement, M., Cho, S. L. and Dodds, J., "Porosity and Permeability of Ternary Mixtures of Particles," *Powder technol.*, **41**, 159-164(1985).
11. Yu, A. B. and Standish, N., "Porosity Calculations of Multi-component Mixtures of Spherical Particles," *Powder technol.*, **52**, 233-241(1987).
12. Rassouly, S. M. K., "The Packing Density of 'perfect' Binary Mixtures," *Powder technol.*, **103**, 145-150(1999).
13. Dias, R. P., Teixeira, J. A., Mota, M. G. and Yelshin, A., "Particulate Binary Mixtures: Dependence of Packing Porosity on Particle Size Ratio," *Ind. Eng. Chem. Res.*, **43**, 7912-7919(2004).
14. Kristiansen, K. D. L., Wouterse, A. and Philipse, A., "Simulation of Random Packing of Binary Sphere Mixtures by Mechanical Contraction," *Physica A*, **358**, 249-262(2005).
15. Koo, S., "Estimation of Drag Force Acting on Spheres by Slow Flow and Its Application to a Micro Fluidic Device," *Korean J. Chem. Eng.*, **23**(2), 176-181(2006).
16. Song, K. H. and Koo, S., "Numerical Computation of Pressure Drop by Slow Flow Through Micro Packed Bed Reactors," *J. Ind. Eng. Chem.*, **12**(3), 368-372(2006).