

고액분리 통합이론에서 p_d 의 역할: 간섭침전, 케이크 여과, 압착에서 케이크 두께를 중심으로

임성삼[†] · 송연민

인하대학교 사회기반시스템공학부 환경공학전공
402-751 인천시 남구 용현동 253
(2011년 8월 6일 접수, 2011년 10월 6일 채택)

The Role of p_d in the Unified Theory on Solid-Liquid Separation: Especially on the Cake Thickness at Hindered Sedimentation, Cake Filtration and Expression

Sung-Sam Yim[†] and Yun-Min Song

Department of Environmental Engineering, Inha University, 253 Yonghyun-dong, Nam-gu, Incheon 402-751, Korea
(Received 6 August 2011; accepted 6 October 2011)

요 약

새로 개발된 ‘고액분리 통합이론’의 핵심 개념인 ‘케이크 첫 입자층이 받는 압력 p_d ’의 역할을 인식하기 위해, 고압 축성 케이크에 대해 다음과 같은 세 가지 고액분리 분야를 새로운 개념으로 분석하였다. 첫째, 침전된 플록의 케이크 여과에서 여과 대상이 되는 침전 플록의 두께 계산에서 p_d 의 역할과, 케이크의 형성 두께 계산에서의 p_d 의 역할. 둘째, 압착 과정에서의 p_d 의 역할, 그리고 마지막으로 간섭침전 결과 쌓이는 높이에 미치는 p_d 의 역할과 간섭침전 과정에서의 p_d 의 중요성을 보였다. 이로써 고액분리 통합이론의 적용 가능성과, 그에 있어 p_d 의 중요성을 밝힐 수 있었다. 이 과정을 통하여 케이크 여과, 압착, 간섭침전의 이론적인 새로운 정의가 가능해졌다.

Abstract – To know the role of ‘the solid compressive pressure to the first solid layer of a cake, p_d ’ in the ‘unified theory on solid-liquid separation’, we analyzed extremely compressible cake formed with floc for the following three operations with our new concepts. First, the role of p_d was studied in calculating the sediment thickness of floc, and in calculating the cake thickness in cake filtration performed with floc sediment. Second, we calculated the expression procedure using p_d . Finally, the influence of p_d on cake thickness in hindered sedimentation, and on the calculation of the procedure of hindered sedimentation p_d was verified. Thus the possibility of application of ‘unified theory on solid-liquid separation’ and the importance of p_d was verified. Through these processes, new theoretical definitions of the cake filtration, expression and hindered sedimentation was established.

Key words: Solid-liquid Separation, Unified Theory on Solid-liquid Separation, Hindered Sedimentation, Sediment Height, Cake Filtration, Cake Thickness, Average Specific Cake Resistance, Expression, Sedimentation

1. 서 론

현재까지 거의 모든 연구자들은 간섭침전, 케이크 여과, 압착, 원심분리를 각각의 독립된 분야로 인식하여 각기 다른 이론으로 이 조작들의 기작(mechanism)을 설명하고 있다. 이중 특히 간섭침전은 시작에서 종료까지를 계산할 수 있는 단일 이론조차 존재하지 않았다. 본 연구자 등은 케이크 여과에 사용되는 Ruth의 수식을 확장하여 적용한 결과, 간섭침전의 시작에서 종료까지의 계산에 사용할 수 있음을 이론적, 실험적으로 입증하였다[1]. 또한 저자 등은 케이크 여과, 압착, 간섭침전, 원심분리, 원심여과, 교차여과가 위의 개념으로 통합될 수 있음을 주장하였다[2,3]. 또한 압착(expression)과 간섭침전에

대해서도 실험과 새로운 이론을 통해 자세한 분석을 하였다[4,5]. 본 연구에서는 이들 중 특히 케이크의 새로운 경계조건에서 받는 고체 압축압력(solid compressive pressure, p_d)의 역할에 대한 자세한 분석을 할 것이다.

Ruth 등이 케이크 여과에서 케이크의 경계조건을 제안[6]한 이후 현재까지, 본 연구자를 제외한 모든 연구자들이 이 경계조건을 사용하고 있다. 즉, 케이크 양쪽 경계, 현탁액과 접하는 부분과 여과 매체와 접하는 부분의 ‘고체가 여과방향으로 받는 압력, 즉 고체압축압력’이 영(零, 0)에서 케이크 전체가 받는 압력(Δp_c)까지 변화한다는 것이다.

비압축성 케이크(incompressible cake)나, 보통 정도의 압축성 케이크(normally compressible cake)에서는 이 가정으로 계산한 결과가 실험 결과와 실험오차 이내의 범위에서 일치하기 때문에 지금까지

[†]To whom correspondence should be addressed.
E-mail: yimsungsam@inha.ac.kr

거의 80년간 사용되었다.

그러나 압축성(compressibility) 계수 n 이 1보다 큰, 매우 압축성이 큰 케이크(very compressible cake)에서는 이 경계조건을 사용하여 여과 수식을 적분한 결과가 음의 값을 가지게 되어 이론적으로 문제가 있게 된다. 이를 보정하기 위해 Tiller는 p_s 라는 압력을 가정하여, 그 이하의 고체압축압력에서는 공간율(ϵ)과 비저항(α)이 변화하지 않는다는 새로운 근본식(constitutive equation)을 제안하였다[7]. Shirato 등은 이 근본식을 조금 더 개선한 식을 제안[8]하였으나, 이들은 모두 적분의 결과가 음의 값을 나타내는 것을 보정하기 위한 것일 뿐, 경계조건은 항상 p_s 가 0에서 Δp_c 까지로 동일하게 사용하였다.

위의 두 제안으로 여과 수식을 적분한 결과가 양의 값으로 나타나기는 하나, 이 제안들을 간섭침전(hindered sedimentation)이나 압착(expression)에 적용하는 것은 원천적으로 불가능하다는 것을 저자가 밝혔다[3-5].

본 논문에서는 저자의 ‘고액분리 통합이론’의 개념[2,3]을 사용하며, 이는 요약하면 다음과 같다.

첫째로 압축성이 매우 큰 입자층에서도 케이크 근본식은 아주 작은 고체압축압력까지 적용될 수 있다. 이는 앞에서 언급한 Tiller[7]나 Shirato 등[8]의 개념과 완전히 다른 것이다.

둘째, 현탁액과 케이크가 만나는 부분의 경계조건은 p_s 가 영이 아니고 간섭침전, 케이크 여과, 압착에서 각기 그 조건에 맞는 값인 p_d 를 가진다.

이 두 가지 개념을 사용하면 과거의 개념으로는 계산이 불가능하였던 케이크 두께, 침전 높이, 압착 두께 등을 계산할 수 있다. 본 논문에서는 이것을 입증함으로써, 필자의 통합이론을 공고히하는 한편, 고액분리에서 p_d 의 중요성을 밝히고자 한다.

2. 이 론

2-1. 과거의 경계조건과 새로운 경계조건, 그리고 케이크 평균 비저항(α_{av})

케이크 여과에서 현재 의심의 여지 없이 광범위하게 사용되는 Ruth 등[6]이 제안한 경계조건을 다음과 같이 설명할 수 있다.

여과 케이크에는 여과매체와 접하는 부분과, 현탁액과 접하는 두 가지 경계 부분이 있다. 케이크와 여과매체가 접하는 부분의 고체압축압력은 여과 케이크에 가해진 전체 압력(Δp)에서 여과매체를 통과하기 위해 소모되는 작은 압력(Δp_m)을 뺀 압력(Δp_c)으로 식 (1)과 같이 표현될 수 있다. Fig. 1에 여과가 진행되는 도중의 여러 명칭과, 각 부분의 압력이 표현되어 있다.

$$\Delta p = \Delta p_c + \Delta p_m \quad (1)$$

케이크와 여과 대상 현탁액이 만나는 곳의, 여과방향 고체압축압력 p_s 는 모든 학자들이 인정한 바와 같이 영(零, 0)이다. Fig. 1의 제일 오른쪽 확대 그림에서 보는 바와 같이, 케이크를 구성하는 입자의 현탁액 쪽 표면은 고체로 인해 받는 압력이 없으므로 이곳의 p_s 가 0이라고 생각하는 것은 타당한 것으로 보인다. 통상적으로 사용하는 여과평균비저항(α_m)의 계산식에 이 경계조건을 넣어 표현하면 식 (2)가 된다.

$$\alpha_{av} = \frac{\Delta p_c}{\int_0^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}} \quad (2)$$

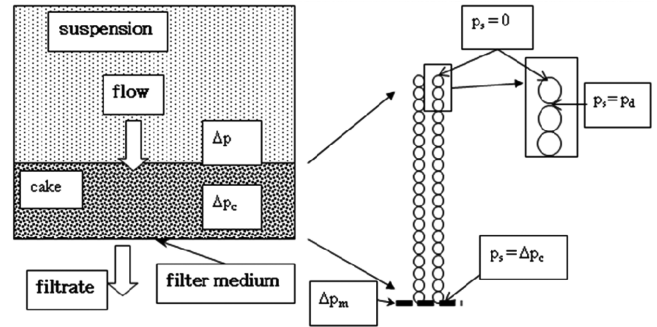


Fig. 1. Boundary conditions of a cake during filtration.

여기서 α 는 케이크의 국지적 비저항이다. 이 적분은 고체압축압력 p_s 가 0에서 Δp_c 까지 이루어진다. Fig. 1 오른쪽 확대 부분의 첫 번째 입자가 받는 p_s 는 0에서 매우 작은 값인 고체압축압력 p_d (solid compressive pressure of the first solid layer)까지이다. 이 하나의 입자에 대한 적분이 성립하려면 첫 입자층의 비저항이 입자의 각 부분을 따라 변화해야 한다. 그러나 이 곳의 고체압축압력이 매우 작으므로, 이런 현상이 일어나리라고 생각하는 것은 매우 어렵다. 모든 적분은 연속의 조건에서 타당성을 가지는데, 여기서는 연속이 아닌 한 입자층을 대상으로 하므로 한 입자나 한 층에 대해 적분을 시도하는 것이 된다.

충분히 많은 입자의 층으로 이루어진 전체에 대해서는 식 (2)의 적분이 타당성을 가진다. 그러나 첫 입자층에서의 압력 증가를 식 (2)에 적용시킬 수 없다는 것이 이 논문의 핵심 개념이다.

이 논리를 기반으로, 우리는 다음의 식 (3)을 제안한다.

$$\alpha_{av} = \frac{\Delta p_c - p_d}{\int_{p_d}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}} \quad (3)$$

이는 새로운 개념만은 아니다. Ruth[9]는 오래 전 다음과 같은 수정의견을 제안하였다.

“(여과 케이크의 경계조건을) 0에서 Δp_c 까지 잡는 대신, p_d 에서 Δp_c 까지로 잡아야 한다. 여기서 p_d 는 유체 흐름의 속도에 비례하는 유한한 작은 압력이다(instead of having taken the limits of integration in Equation 39 from 0 to Δp_c , they should have been taken from p_d to Δp_c , where p_d is a finite low pressure proportional to the rate of fluid flow).”

그러나 그는 이 개념을 제안하는 데 그치고, 이것을 수식화하거나 다른 현상의 분석에 사용하지는 못하였다. 물론 그 후의 모든 연구자 중 이 개념을 받아들여 분석한 사람도 없었다.

우리는 p_d 의 개념으로 고압축성 케이크 여과를 분석함은 물론, 이를 더 확장시켜 분야가 사뭇 다른 간섭침전, 그리고 형성된 케이크의 압착(expression)에 적용시키어 p_d 가 케이크의 높이, 침전물의 두께, 압착 두께에 미치는 영향 등을 계산하려 한다.

명확한 언급은 없으나 Ruth는 p_d 를 첫 입자층이 받는 drag force라고 생각하여 이런 기호로 표현한 것 같다. 우리는 각각의 공정에서 더 정확한 개념을 설정하려 하나, Ruth의 이 분야에 대한 첫 언급을 기리는 의미로 p_d 라는 기호를 계속 사용하려 한다.

2-2. 입자층 두께 계산을 위한 기본 수식들

위의 p_d 개념을 사용하여 케이크의 두께, 간섭침전의 높이, 압착 두

계 등을 계산하기 위해서는 다음에 제시하는 여러 수식이 필요하다.

2-2-1. 케이크 근본식(constitutive equations of cake)

현재 Tiller의 근본식[7], 또는 Shirato 등이 제안한 근본식[8]이 널리 사용되고 있다. 이 두 식의 공통점은 일정한 낮은 고체압축압력 이하에서는 비저항(α)과 공간율(ϵ)의 변화가 없다는 것이다. 이는 실험적인 결과에서 도출된 것이 아니며, 그들의 경계조건을 사용한 식 (2)의 결과가 음의 값이 나타나는 것을 방지하기 위한 것이라고 생각한다. 더 자세한 내용은 저자 등의 논문[10]에 있다.

본 논문에서는 다음 조건의 근본식 (4)와 (5)를 사용하려 한다. 이 식이 매우 낮은 압력에서도 성립하는 것은 저자가 침전실험을 통하여 입증하였다[11]. Tiller는 이 식이 $p_s \geq p_i$ 인 조건에서만 성립한다[7]고 생각하였다.

For $0 < p_s$

$$\alpha = ap_s^n \quad (4)$$

$$(1 - \epsilon) = Bp_s^\beta \quad (5)$$

여기서 a , n , B , β 는 케이크의 특성을 나타내는 상수로 compression-permeability cell(C.P.C.)에서의 실험에 의해 결정된다. 이 상수들 중 n 만은 압축성(compressibility)이라는 이름을 가지고 있고, 다른 세 개의 상수들은 이름이 없다. n 의 값이 1을 넘으면 대단히 압축성이 큰 케이크(extremely compressible cake)라 불린다. 거의 모든 화학적, 생물학적 입자 군집(floc)의 여과에 의해 형성된 케이크는 이 범위에 속하며, 본 논문에서는 이런 성질을 가진 물질을 주로 다루려 한다.

2-2-2. 평균공간율 수식과 여과, 그리고 압착(expression)

Tiller와 Crump[12]는 케이크 근본식을 사용하여 케이크의 평균 공간율을 다음과 같이 유도하였다.

$$\epsilon_{av} = 1 - \frac{\int_0^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}}{\int_0^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha(1 - \epsilon)}} \quad (6)$$

식 (6)은 여과 실험에서 측정할 수 있는 평균 공간율과 CPC에서 생성된 케이크 근본식을 연결할 수 있다는 큰 의미를 가지고 있다. 정압에서의 케이크 여과에서는 여과 기간 전체에 걸쳐 케이크의 평균 공간율 ϵ_{av} 가 동일하므로 이 식을 사용할 수 있다.

그러나 케이크 여과에서 형성된 케이크를 피스톤으로 눌러 물을 빼내는 압착(expression) 조작(operation)에서는 식 (6)이 다음과 같은 문제점에 봉착한다.

피스톤 바로 아래의 고체가 받는 압력이 전 과정을 통해 영(零, 0)이 아닌 것은 분명하다. 우리는 피스톤 바로 아래 고체가 받는 압력의 값은 압착의 진행에 따라 증가한다고 가정하였다.

압착 과정에서는 피스톤의 반대쪽으로 물이 계속 빠져나가므로, 평균 공간율이 일정하지 않고 점차 감소하게 된다. 식 (6)에 의하면 하나의 압착 압력 Δp_c 에서는 하나의 평균 공간율 ϵ_{av} 밖에 가질 수 없다. 그러므로 이 개념으로는 압착에 식 (6)을 적용시킬 수 없었다.

이 난점들은 우리가 제안한 새로운 경계조건을 식 (6)에 적용시킨, 아래의 식 (7)에 의해 모두 해소된다.

$$\epsilon_{av} = 1 - \frac{\int_{p_d}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}}{\int_{p_d}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha(1 - \epsilon)}} \quad (7)$$

형성된 케이크의 압착과정에서는 케이크 가장 위 층, 다시 말하면 피스톤 바로 아래의 입자들이 받는 압력 p_d 가 점차 증가하며, 그에 따라 전체 케이크의 평균 공간율 ϵ_{av} 는 계속 감소한다. 결과적으로 피스톤 바로 아래의 입자들이 피스톤의 압력과 같은 압력이 되면 힘의 평형을 이루어 피스톤은 더 이상 움직이지 않고, 압착조작이 종료된다. 이 개념은 압착이 언제, 왜 종료되는가라는 기본적인 의문점에 답을 준다. 아직은 이 기본적인 의문점을 해소할 수 있는 개념이 없었다.

고체와 액체만 존재하는 계(system)에서의 평균 공간율 ϵ_{av} 는 식 (8)과 같이 정의된다.

$$\epsilon_{av} = \frac{\text{liquid volume}}{\text{total volume of cake}} \quad (8)$$

이것은 식 (9)와 같이도 표현할 수 있다.

$$\epsilon_{av} = 1 - \frac{\text{solid volume}}{\text{total volume of cake}} \quad (9)$$

케이크 내의 고체 부피는 케이크 내의 고체 질량 m_c 를 그 고체의 밀도 ρ_p 로 나눈 것이고, 케이크 전체 부피는 케이크 면적 A 에 케이크 두께 L 을 곱한 값이다. 이것을 식 (9)에 대입하고 정리하면 식 (10)이 된다.

$$\epsilon_{av} = 1 - \frac{m_c}{\rho_p AL} = 1 - \frac{m_c}{A \rho_p L} = 1 - W \frac{1}{\rho_p L} \quad (10)$$

여기서 W 는 단위면적당의 케이크 질량(m_c/A)으로 정의하며, 이 정의는 케이크 여과에서 많이 사용되고 있다.

식 (8), (9), (10)의 과정은 고액분리 통합이론의 핵심적인 부분으로 완전한 우리의 독창적인 개념임을 밝혀둔다.

2-2-3. Ruth의 식과 고액분리 통합이론

흔히 Ruth의 식, 또는 간혹 Darcy의 식이라 불리는 식 (11)은 케이크 여과에서만 적용되고, 압착이나 간접침전에는 적용시킬 수 없는 것으로 인식되어 왔다.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta p_c}{\mu \alpha_{av} W} \quad (11)$$

그러나 저자는 이 식을 거의 모든 고액분리 공정에 적용시킬 수 있다는 것을 주장하고 실험으로 입증했다[1-5]. 여기서 V 는 여액(filtrate) 또는 그에 해당하는 고액분리 진행의 부피를 단위면적으로 나눈 것으로 $[m^3/m^2]$ 으로 표현되며, $[m]$ 의 단위를 가진다. μ 는 액체의 점도이다.

t 는 시간[sec]을 뜻하므로 dV/dt 는 고액분리 진행 중 특정 시간에서의 그 조작의 속도[m/s]를 의미한다. 그러므로 이 식을 사용하면 케이크 여과와 압착에서는 여액의 배출 속도 dV/dt 를 계산할 수 있고, 간접침전에서는 이 계산이 침전계면(solid blanket)의 이동이 된다.

위 식의 α_{av} 는 우리를 제외한 모든 연구자들은 식 (2)와 같이 정의한다. 그 결과 압력이 결정되면 일정한 값을 가진다. 이 결과가 정압 여과에서는 적용되나, 간접침전이나 압착에서는 시간에 따른 dV/dt 의 큰 폭의 감소를 설명해 주지 못하여 식 (11)이 적용되지 못한다. 그러나 우리가 제안한 새로운 식 (3)을 적용시키면 p_d 의 증가에 따라 α_{av} 가 증가하여 dV/dt 의 큰 폭의 감소를 설명할 수 있다. 식 (3)에 식 (4)를 대입하여 적분하면 식 (12)를 얻는다.

$$\alpha_{av} = \frac{\Delta p_c - p_d}{\int_{p_d}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}} = \frac{a(1-n)(\Delta p_c - p_d)}{\Delta p_c^{1-n} - p_d^{1-n}} \quad (12)$$

식 (11)의 우변 상부에 p_d 개념을 적용시키면 Δp_c 는 $(\Delta p_c - p_d)$ 가 된다. 여기에 식 (12)를 대입하여 정리하면 다음의 식 (13)이 이루어진다.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta p_c^{1-n} - p_c^{1-n}}{\mu a(1-n)W} \quad (13)$$

식 (13)에서 다음과 같은 분석을 할 수 있다.

첫째, 케이크의 특성인 근본식의 a, n 을 사용한다.

둘째, 우리가 외부에서 운전해주는 운전조건인 Δp_c 가 사용된다.

셋째, dV/dt 가 압착의 경우에는 피스톤의 진행 속도를 나타내므로 dx/dt 로 표현할 수 있다.

그러므로 한 순간의 p_d 를 알게 되면 압착에서는 피스톤의 진행 속도, 여과에서는 여과 속도, 간섭침전에서는 침전계면의 속도를 계산할 수 있다.

참고로, 압착 시작에서는 p_d 가 여과에서의 일정한 값을 가진다. 이것으로 식 (13)을 사용하여 처음 속도 dV/dt 를 계산한다. 이 p_d 는 압착 끝에서는 Δp_c 까지 증가하므로 한 예로 두 압력의 차이의 1/100의 압력을 p_d 에 더하여 그 압력에서의 속도를 구한다. 처음 압력과 이 새로운 압력에서의 두 가지 케이크 두께는 앞으로 나올 식 (15)에서 구할 수 있다. 그리고 이 두께를 진행하는 동안의 속도는 처음 속도와 두 번째 속도의 평균이다. 이와 같이 순차적으로 압력 Δp_c 적전까지 계산을 하면 시간과 두께의 관계를 얻을 수 있다. 실제로 1/1000씩 압력을 증가시킨 경우와 1/100씩 증가시킨 경우의 결과는 동일했다.

2-3. 고액분리(침전물, 여과케이크, 압착)에서의 두께 계산

식 (7)과 (10)은 모두 평균 공간울 ϵ_{av} 를 가지고 있으므로, 두 식을 연결하고 식 (4)와 (5)를 대입하면 식 (14)가 된다.

$$1 - \epsilon_{av} = \frac{\int_{p_d}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha}}{\int_{p_d}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{\alpha(1-\epsilon)}} = \frac{\int_{p_d}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{a p_s^n}}{\int_{p_d}^{\Delta p_c} \frac{dp_s}{a p_s^n B p_s^\beta}} = W \frac{1}{\rho_p L} \quad (14)$$

이 식의 적분을 수행하고, 정리하면 식 (15)를 얻는다.

$$L = \frac{W}{\rho_p} \frac{1-n}{1-n-\beta B} \frac{1}{\Delta p_c^{1-n} - p_d^{1-n}} \quad (15)$$

이 식을 유도하는 과정에서 간섭침전, 케이크 여과, 압착 등에 관한 특정한 조건을 걸지 않았으므로 이 식은 위의 세 공정은 물론 원심분리, 원심여과, 케이크가 형성되는 교차여과 등의 모든 고액분리 공정에서 사용될 수 있다. 이 식 (15)를 분석하면 다음 사항을 정리할 수 있다.

첫째, 케이크의 특성인 근본식의 n, B, β 를 사용하며, 또한 분리 대상이 되는 입자의 진밀도 ρ_p 를 알아야 한다. 이 값들은 사용하는 입자의 특성이므로 당연히 알 수 있는 값이다.

둘째, 케이크 여과, 압착 등에 사용되는 압력 Δp_c , 단위 면적당 케이크 질량 W 를 알아야 한다. 이는 운전조건이므로 알 수 있다. W 와 p_d 에 대하여는 곧 다시 설명할 것이다.

조금 더 부연하여 설명할 것은 우리가 두께, 혹은 케이크 두께라

고 표현한 개념이다.

케이크 여과에서는 케이크 두께(cake thickness)라고 부른다. 투명한 여과 셀(cell)에서 입자 현탁액을 여과하는 경우 케이크가 여과매체 위에 형성되는 과정을 눈으로 확인할 수 있어 케이크의 두께를 측정할 수 있다. 그러나 입자의 응집물인 플록(floc)의 여과에서는 침전물과 여과 케이크가 육안으로 구분되지 않아 케이크 두께의 측정이 매우 어렵다.

압착은 여과에서 이미 형성된 케이크 위에 피스톤을 놓고 물을 짜내는 과정이므로 간단한장치를 설치하여 압착 과정의 케이크 두께(cake thickness)를 측정하거나, 압착에서 나온 물의 양으로 케이크 두께를 계산할 수 있다.

간섭침전에서는 두께(thickness)라는 표현보다는 높이(height)라는 용어를 주로 사용한다. 간섭침전이 진행되는 도중의 높이와 간섭침전이 완전히 종료된 후의 높이로 구분할 수 있다. 그리고 대부분 간섭침전 도중의 물질, 혹은 침전이 완료된 침전물(sediment)을 케이크라고 생각하지 않는다. 이 논문에서는 입자간의 접촉이 있어 서로 고체압축압력을 전달한다면, 간섭침전 도중의 물질이나 침전물을 모두 케이크라고 규정한다. 그리고 간섭침전에서 케이크 높이(cake height)라는 용어보다는 케이크 두께(cake thickness)라는 표현을 사용할 것이다.

이 식 (15)와 앞의 식 (13)이 고액분리 통합이론의 핵심 수식이다.

2-4. 간섭침전, 케이크 여과, 압착의 계산과 각 조작의 이론적인 차이점

간섭침전, 케이크 여과, 압착 등의 고액분리 계산은 식 (13)과 (15)를 사용한다. 시작시의 조작 속도는 식 (13)에서 계산하고, 그 때의 침전 두께는 식 (15)를 사용한다. 각 조작의 특이점을 알기 쉽게 설명하기 위해 설명 순서를 아래와 같이 하였다.

2-4-1. 케이크 여과(cake filtration)

정압 조건 아래서 케이크 여과가 시작될 때 단위면적당 케이크 고체 질량 W 는 영이고, 여과가 진행됨에 따라 W 가 증가한다. W 의 변화가 압착이나 간섭침전과 비교하여 케이크 여과의 가장 큰 특성이다.

케이크 여과에서 사용하기 위해 Ruth가 제안한[9] 식 (16)이 사용된다.

$$W = CV = \frac{\rho S}{1 - S/S_c} V \quad (16)$$

여기서 C 는 단위면적당 여액부피 V 당 형성되는 케이크의 고체 질량이다. ρ 는 여액의 밀도, S 는 현탁액의 고체 질량분율, S_c 는 케이크의 고체 질량분율이며 이 세 가지는 모두 측정하여 확정될 수 있는 값들이다. 그러므로 당연히 C 값이 계산된다.

식 (16)을 식 (11)에 대입하고 정리하면 케이크 여과기간의 통상적으로 사용하는 식 (17)이 된다.

$$\frac{dt}{dV} = \frac{\Delta t}{\Delta V} = \frac{\mu \alpha_{av} CV}{\Delta p_c} \quad (17)$$

실험에서 $\Delta t/\Delta V$ vs. V 의 그래프에서 기울기를 알 수 있으며, 그 기울기가 $\frac{\mu \alpha_{av}}{\Delta p_c}$ 이다. α_{av} 를 제외한 모든 값이 알려져 있으므로, 여기서 실험에 의한 α_{av} 가 결정된다.

이 식 (17)에서 구한 α_{av} 와 식 (12)의 α_{av} 가 동일해야 하므로, 식 (12)에서 p_d 값을 결정할 수 있다.

케이크 여과의 극히 초기를 제외하면 $\Delta t/\Delta V$ vs. V 그래프는 직선을 나타낸다. 이는 케이크 여과 기간 동안 p_d 값이 일정하다는 것을 의미한다.

케이크 여과 기간의 p_d 값을 알고 있으므로, 식 (15)를 사용하여 W 에 따른 케이크의 두께를 계산할 수 있다.

이상의 정압 케이크 여과 진행과정의 중요한 점을 다음과 같이 정리한다.

(1) 여과 시작 순간에는 케이크가 없으므로 W 가 영이고, 여과가 종료되는 것은 현탁액의 입자들이 모두 케이크로 변화한 때이다.

(2) 여과기간에는 α_{av} 가 일정한 값을 가지며, p_d 역시 일정한 값을 가진다. 정압여과에서는 Δp_c 도 전 과정 동안 일정한 값이다.

2-4-2. 압착(expression)

압착은 케이크 여과에서 형성된 케이크의 윗면을 피스톤으로 눌러 반대방향으로 물을 빼는 것이 기본 조작이다. Fig. 1에 현탁액이 없고, 그곳에 피스톤이 장착된 것이라고 설명할 수 있다. 케이크 여과와 이론적으로 차이가 있는 부분은 다음의 두 가지이다.

(1) 압착은 여과에서 형성된 케이크 전체의 물을 짜 내는 과정이므로, 여과와 달리 W 의 값은 압착 시작에서 압착 종료까지 동일하다.

(2) 압착에서 p_d 는 정의가 약간 변화한다. 피스톤 아래에 있는 케이크의 첫 층이 받는 p_d 는 Fig. 1의 오른쪽 확대 그림과는 달리 첫 입자층 꼭대기가 피스톤에 의해 눌리는 고체압축압력이 된다. 압착이 시작되는 순간의 p_d 는 케이크 여과에서의 값을 가지고 있다. 이 때의 압착 속도는 식 (13)을 사용하여 계산할 수 있다. 그러나 압착이 진행되면 p_d 가 점차 증가하여 압착 종료시에는 피스톤 바로 아래의 입자층이 Δp_c 의 고체압축압력을 받는다. 피스톤이 가하는 압력과 입자층이 저항하는 압력이 동일하게 되면 피스톤이 더 이상 움직이지 않게 되고, 압착은 종료된다. 이상의 “압착 종료에 대한 정의”는 우리의 통합이론에서 처음 정립한 것이다. 이에 의거하여 우리는 압착이 “피스톤 바로 아래의 고체압축압력이 매우 작은 압력에서 Δp_c 까지 증가하는 과정”이라고 정의한다.

압착 시작 순간에는 식 (13)으로 속도를, 식 (15)로 그 순간의 압착 두께를 계산할 수 있다. 앞으로 실험을 통해 확인할 것이다. 아주 작은 두께의 압착이 진행되었다면, 새로 도달한 두께에 대해 식 (15)를 다시 적용하여 새로운 p_d 를 계산할 수 있고, 그 과정에 걸린 시간을 식 (13)을 사용하여 계산 가능하다. 이렇게 하여 압착이 종료될 때까지의 시간과 높이를 계산할 수 있으며, 압착 종료시의 두께도 계산 가능하다.

단, 식 (15)에서 두께를 알고 p_d 를 계산하는 것이 어려우므로, 실제로는 p_d 값을 아주 작게 증가시키어 식 두께를 계산하고, 그 두께의 압착을 수행하기 위한 시간을 식 (13)으로 계산하는 과정을 반복하였다.

2-4-3. 간섭침전(hindered sedimentation)

간섭침전이 일어난다는 것은 침전계면(solid blanket)이 형성된다는 의미라고 잠정적으로 해석한다. 침전계면이 형성되지 않는 정도의 낮은 농도는 현재의 분석에서 제외한다.

우리의 고액분리 통합이론 전에는 간섭침전 전체 과정에 대한 이론이나, 간섭침전 중에 일어나는 현상에 대한 물리적인 해석, 간섭침전은 어떻게 그리고 왜 종료되는가에 대한 이론적인 일관된 분석이 없었다. 우리는 다음과 같이 침전 과정을 정리했다.

(1) 침전 시작 직전 순간: 모든 입자, 또는 군집(floc)이 고체압축압력 p_s 를 받지 않고 물 속에 떠 있는 상태라고 가정한다.

(2) 침전 시작 순간: 침전 셀(sedimentation cell) 내부에 들어 있는 모든 입자가 아주 작은 값의 p_s 를 받는다. 즉, 상층에서 바닥까지 동일한 p_s 를 받는다. 이를 p_d 라고 표현한다. 단, 여기의 p_d 는 매우 작은 값으로 여과나 압착의 p_d 값과는 다르다. 전체가 동일한 공간율이므로 식 (4)의 p_s 를 p_d 로 바꾸어 균일한 공간율에 대한 p_d 를 계산할 수 있다.

(3) 침전 종료 순간 이후: 입자나 군집 모두가 침전했으므로 침전물 가장 윗 층에 대하여는 Fig. 1의 개념을 사용할 수 있다. 첫 입자나 군집이 누르는 고체압축압력이 p_d 이다. 그리고 바닥의 입자나 군집 층은 전체 고체 질량이 부력을 받는 상태에서 아래를 누르는 고체압축압력을 받으므로 침전에 관여한 고체 전체의 질량에서 계산할 수 있으며 이 압력을 Δp_c 로 놓을 수 있다. 그러므로 식 (15)에 의해 침전 종료시의 두께를 계산할 수 있다.

(4) 침전 도중: 바닥의 고체압축압력이 p_d 에서 Δp_c 로 증가하는 과정이다. 압착과는 달리 p_d 가 고정된 값이고, Δp_c 가 증가하는 과정이 침전의 기작(mechanism)이다. 이 과정은 압착과 유사하게 고체압축압력을 조금씩 증가시키며, 식 (15)를 사용하여 그 순간의 두께를 계산하고, 두께 증가시의 속도를 식 (13)을 사용하여 계산한다. 식 (15)의 W 는 침전하는 면적당 침전 고체 전체의 질량하므로 간섭침전 전체를 통하여 일정한 값이다.

이상을 정리하면, 간섭침전은 바닥의 고체압축압력이 p_d 에서 Δp_c 까지 증가하는 과정이며, 종료시에는 부력을 제외한 고체 전체가 바닥을 누르는 상태라고 잠정적으로 정의할 수 있다.

3. 실험

3-1. 재료

입자는 공업용 벤토나이트를 110 °C에서 건조시킨 후, 체질을 하여 63 μm 체를 통과한 부분을 사용하였다. 다시 건조시켜 데시케이터에서 실온으로 식힌 후, 원하는 양을 평량하여 현탁액을 만들었다. 진밀도는 실험 결과 28,555 kg/m³였다. 응집제로는 Cyanamid 사 상품명 Superfloc C 581을 사용하였다. 이는 분자량 $2 \times 10^5 \sim 10^6$ 이고, 50% 하전(charge)된 양이온 고분자 응집제이다.

3-2. 실험장치

응집장치로는 직경 8.5 cm 원통 용기를 사용하였다. 용기 바닥은 완전히 평평한 것을 선택하였으며, 용기를 놓는 곳이 수평이 되도록 수평계를 사용하여 선택하였다.

여과는 직경 4 cm 원통형 가압여과 장치를 사용하였다. 여과매체로는 Sartorius 사의 8 μm 고분자 여과막을 사용하였다.

압착 장치로는 위의 원통형 가압여과 장치에 피스톤을 설치한 것을 사용하였다. 단, 플러 여과의 특성상 피스톤이 필요 없이 압착이 상당히 진행되는 경우에는 피스톤을 사용하지 않고 케이크 윗부분이 마찰 없는 피스톤 역할을 할 때까지 진행시켰다. 이 경우 마찰이 없으므로 이론과 잘 일치할 가능성이 있었다.

4. 결과 및 고찰

4-1. 케이크 특성 결정(근본식의 계수 결정)

케이크의 특성을 결정하기 위하여 C.P.C.를 사용하여 실험 대상인 벤토나이트 플러으로 형성된 케이크 근본식 (4)와 (5)를 다음과 같이 결정하였다.

$$\alpha = 2.87 \times 10^7 p_s^{1.125} \quad (18)$$

$$1 - \varepsilon = 4.09 \times 10^{-3} p_s^{0.317} \quad (19)$$

즉, α 값은 2.87×10^7 , n 은 1.125, B 는 0.00409, β 는 0.317이다.

압축성 m 이 1을 넘으므로 매우 압축성이 큰(extremely compressible) 케이크이다. 입자 현탁액의 여과에서 형성된 케이크에서는 이 정도 큰 압축성은 측정되지 않는다. 이 경우는 입자 군집(floc)을 여과하여 형성시킨 케이크이므로 1이 넘는 압축성을 가진 것이다.

β 의 값도 입자로 형성된 케이크가 0.1 정도인 것에 비하면 매우 큰 값이다. 이 수식들을 사용하기 위해서는 고체압축압력 p_s 의 단위는 Pa이다. 비저항 α 의 단위는 m/kg 이고, 공극률 ε 은 무차원이므로 위의 두 식은 실험식이다.

4.2. 입자 군집(floc)의 여과에서 p_d 에 의한 여과 케이크 두께와 전체 플럭스 두께의 계산

앞의 4-1절에서 설명한 바와 같이 입자 군집의 여과에서만 압축성이 매우 큰 케이크가 형성된다. 또한 2-3절에서 설명한 바와 같이 입자의 여과에서는 Fig. 1과 같이 투명 여과 셀에서 케이크의 형성 과정을 보고, 측정할 수 있다. 그러나 입자 군집의 여과에서는 통상적으로 미리 침전시킨 입자 군집을 여과시키므로, 케이크 여과의 대상이 침전된 입자 군집이다. 침전된 입자 군집이나 침전된 입자는 그 자체가 불투명하여, 이를 여과할 경우 형성되는 케이크와 육안으로 구분되지 않는다.

참고로 입자현탁액의 여과에서 Tiller 등[13]은 여과 도중 침전물을 케이크라고 가정했다. 그러나 우리의 경우 입자현탁액의 침전물을 여과하여 케이크가 형성되는 데이터를 얻고, 그에 대한 계산을 하여 침전물과 여과 케이크를 이론적으로 구분하였다[14].

이 절에서는 침전된 입자 군집의 여과에 대해 분석한다. 이 과정에서는 케이크의 형성 과정을 관측할 수 없으므로, 여과 과정에서 형성되는 케이크의 두께와 케이크로 변하고 남은 침전 입자 군집의 두께의 합이 여과에서 측정될 수 있을 뿐이다.

여과 후 압착과정으로 진행되는 경우 케이크의 두께의 측정만으로는 여과의 종료시점을 알 수 없으므로 본 연구실에서 개발한 여과-투과(filtration-permeation) 실험 방법[15]을 사용하여 여과가 종료된 상태로 계속 유지하며 입자 제거수를 투과시켜 최종 케이크의 두께를 측정하였다.

측정값과 비교하기 위해 다음과 같은 계산 과정을 통해 이론적인 계산을 수행하였다.

(1) 침전물의 두께를 측정하고, 식 (15)를 사용하여 침전물의 p_d 를 결정한다.

식 (15)에서 W 는 침전물 전체에 대한 값 3.35 kg/m^2 이고, n , B , β 는 4-1절에서 결정된 값이며, Δp_c 는 침전물 중의 고체 전체가 중력에 의해 침전 장치 바닥을 미는 고체압축압력이다. 이 실험의 경우에는 21.3 Pa 로, 여과 압력 P_a 에 비하면 작은 압력이었다. 이 값들을 사용하여 식 (15)에서 계산된 p_d 는 4 Pa 이었다. 매우 작은 값으로 실험에 의해서는 측정되기 어려운 값이다.

(2) 여과계산이 시작된다. 엑셀에서 계산할 경우에는 처음 옆에 여과 단위 면적당 여액 부피 V 를 0에서 0.01 cm 씩 증가하도록 배치한다. 여과에서 흔히 $W = CV$ 를 사용한다. 여기서 C 는 여액 부피당 형성되는 케이크의 고체질량을 의미한다. 이 식을 사용하여 여액 부피 V 당 형성되는 W 를 계산한다.

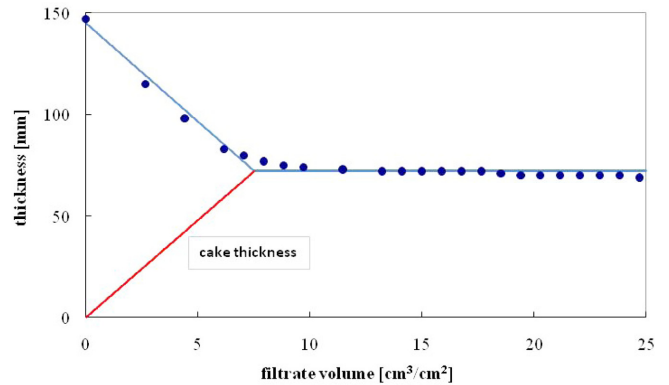


Fig. 2. Floc thickness variation in cake filtration.

(3) 이 W 를 가지고 있는 케이크의 두께를 식 (15)를 사용하여 계산한다.

이 경우 p_d 는 (1)의 값인 4 Pa 이고, Δp_c 는 여과 압력인 $1 \times 10^5 \text{ Pa}$ 이다.

(4) 처음 (1)번의 침전물의 W 에서 (2)의 케이크의 W 를 빼면 침전물의 W 이다. 역시 식 (15)를 사용하고, 침전물에서의 작은 Δp_c 를 사용하여 침전물의 두께를 계산한다.

(5) 케이크의 두께와 침전물의 두께를 더하면 그 순간 우리 눈으로 관측할 수 있는 전체 높이가 된다.

이상의 실험과 이론적 계산 결과를 Fig. 2에 나타내었다. 점으로 나타낸 것은 실험값이고, 선으로 나타낸 것은 이론값이며, 아래쪽의 0에서 출발하여 증가하는 선은 케이크의 두께이다. 케이크와 침전물의 높이가 처음에는 14.7 cm 였다가 점차 감소하여 7.2 cm 정도에서 거의 일정한 값이 계속된다. 이 이후는 입자 없는 물이 형성된 케이크를 통과하므로, 케이크의 두께는 변화하지 않으며, 투과된 물의 양이 여액 부피 V 로 측정되어 그래프에서 V 가 계속 증가하는 것으로 나타났다. 이 결과를 정리하면 아래와 같다.

(1) 침전물의 케이크 여과에서 측정할 수 없는 케이크의 두께와 침전물의 두께를 각각 ‘고액분리 통합이론’을 사용하여 이론적으로 계산할 수 있었다. 그리고 측정할 수 있는 케이크와 침전물의 두께의 합을 이론적으로 계산한 값과 비교한 결과 거의 일치하였다.

(2) 침전물과 케이크를 구분하게 되었다.

즉, 침전물은 아래쪽의 경계에서는 자기의 모든 무게를 받으며, 위쪽의 경계에서는 첫 입자의 무게에 의한 p_d 에 맞게 힘의 균형을 이루면서 배치된 입자나 입자 군집의 모임이다. 케이크는 아래쪽 경계에서는 자기의 모든 무게는 물론 여과압력 모두를 받고, 위쪽 경계에서는 첫 입자의 무게와 아주 작은 drag force를 합한 압력을 받아 그에 맞게 배열된 입자나 군집의 모임이다. 이 두 가지 설명은 아직 명확한 정의가 없었던 침전물과 여과 케이크에 대한 논리적이고 이론적인 정의이다.

(3) 위의 두 가지 사항에 의해 식 (15)가 옳다는 것이 입증되었다.

(4) 실제적으로 중요한 사항은 입자 군집물의 여과에 의해서 줄어드는 높이는 그다지 크지 않다는 사실이다. 전체 높이가 14.7 cm 였던 침전물이 여과 후 7.2 cm 로 줄어든 것은 수분 함량이 약 반으로 줄어들었다는 것을 의미한다. 고액분리가 목적인 경우 여과조작으로는 충분한 정도가 이루어지지 않는다. 이 경우에는 형성된 케이크에서 물을 다시 짜내는 압착이 필요하다.

4.3. 압착에서의 두께 변화의 측정과 계산

앞 절의 여과에서 형성된 케이크를 압착하며 두께를 측정하였다.

앞 2-4-2 절의 통합이론에 의해 식 (13)과 (15)를 사용하여 압착 과정을 계산하기 위해 적용시킨 내용은 다음과 같다.

W 는 여과가 끝난 시점의 값인 3.35 kg/m^2 이고, 압착압력은 $1 \times 10^5 \text{ Pa}$, 그리고 p_d 는 침전, 케이크 여과와 동일한 값 4 Pa 를 사용하였다. 그 외의 근본식의 여러 계수도 앞에서 사용한 식 (16)과 (17)의 것이었다. 이 계산 결과를 Fig. 3에 나타내었다.

Fig. 3의 검고 가는 줄로 이루어진 첫 부분은 여과에 의한 계산을 나타내고, 그 위에 있는 흰 점들은 여과를 수행하며 측정한 Fig. 2의 앞 5개의 점을 옮겨 놓은 것이다. 이 가는 선에 이어지는 굵은 선이 압착에서 계산한 값들이고, 그 위의 검은 점들이 압착 실험에서 측정한 케이크의 두께이다. 경향성에 약간의 문제는 있으나, 두 분야를 하나의 이론으로 계산한 식인 점을 감안하면 그런대로 이론을 입증하고 있다고 생각하였다. 두께 14.7 cm 인 응집 집단의 침전물에서 여과를 통하여 7.2 cm 로 감소하고, 이 두께에서 압착이 시작되어 0.75 cm 까지 줄어드는 현상을 볼 수 있다.

이 과정에서 가장 중요한 점은 압착 조작(operation of expression)을 계산하는 데 있어서 압착에서 구한 상수를 한 가지도 사용하지 않았다는 사실이다. 통합이론에 여과에서 구한 p_d 를 적용시키고, 압착 조건인 압력과 여과의 결과 생성된 케이크의 양을 넣어주어 압착 조작의 진행을 계산할 수 있었다. 현재 통용되는 독립된 압착이론들에서 생각하는 것과는 달리, 케이크 여과와 압착이 서로 다른 메커니즘을 가지는 독립된 분야가 아니라는 것을 입증해 준다.

입자 군집이 아니라 입자 현탁액을 여과하여 입자로만 구성된 케이크를 형성시키고, 이 케이크를 압착시킨 경우에 대해 Grace의 실험결과[16]에서 구한 탄산칼슘 케이크의 근본식을 사용하여 계산한 여과와 압착 결과를 Fig. 3에 각각 흐린 가는 선과 흐린 굵은 선으로 나타내었다. 입자 군집의 경우와 동일한 조건에서 여과 시작 높이, W , Δp_c 를 계산하였다.

근본식에 사용한 a , n , B , β 값을 Table 1에 제시하였다.

탄산칼슘 현탁액으로 형성시킨 케이크는 압축성 n 이 0.149로 벤토나이트 군집(floc)으로 형성시킨 케이크의 압축성 1.125보다 상당히 작다. 또한 β 값도 상당히 작다.

그 결과 고액분리의 대부분이 케이크 여과에서 이루어지고, 압착에서는 거의 구분할 수 없는 정도의 고액분리가 이루어질 뿐이다. 이 현상을 더 명확하게 알기 위해 앞의 계산 결과를 사용하여 계산한 시간에 따른 질량으로 본 수분함량의 변화를 Fig. 4에 나타내었다.

먼저 위쪽의 벤토나이트 군집의 여과와 압착 계산 결과를 보면, 여

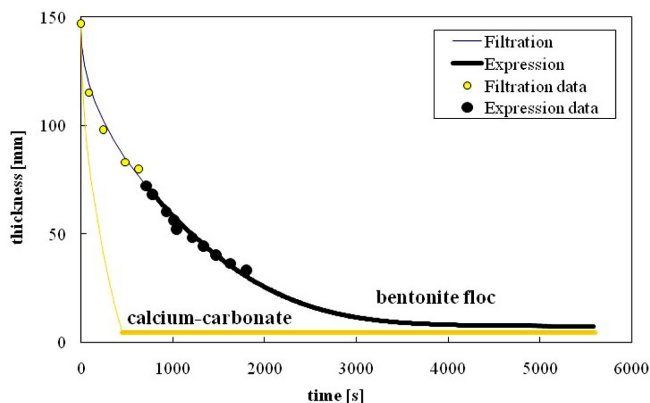


Fig. 3. The change of thickness in the course of filtration and expression.

Table 1. Constants of constitutive equations

Cake from	a	n	B	β
Bentonite floc	2.87×10^7	1.125	4.09×10^{-3}	0.317
CaCO_3 suspension	3.95×10^{10}	0.149	0.1389	0.0595

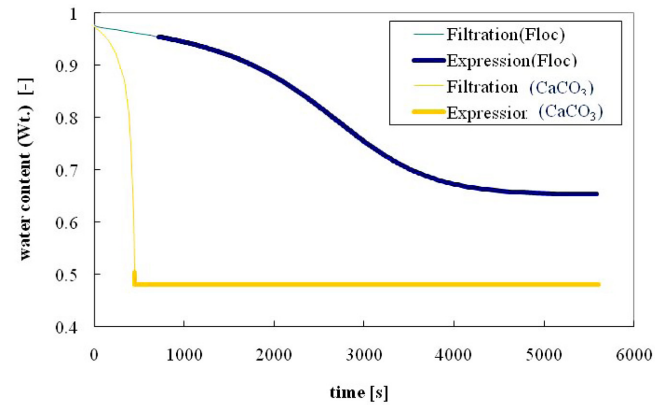


Fig. 4. Water content during filtration and expression.

과에 의해 감소하는 수분함량은 상당히 작고, 압착에 의해 많은 양의 수분함량 감소가 일어난다. 현재 많이 사용하는 폐활성슬러지의 벨트 프레스(belt press) 조작에서 거의 모든 수분 감소가 압착에서 일어나며 대부분의 시간이 압착에 사용된다는 것을 유추할 수 있다.

Fig. 4 아래쪽의 탄산칼슘 현탁액 여과와 압착 계산결과에서는 여과 과정에 거의 모든 수분이 제거되는 것을 볼 수 있다. 압착에 의해서도 수분함량의 일부분이 짧은 시간에 제거되는 것이 굵은 직선의 첫 부분에 나타난다. 그 후 수평으로 계속되는 선에서는 더 이상의 압착이 일어나지 않는다.

이상의 결과로 압착 과정의 계산에 ‘고액분리 통합이론’에 의한 식 (13)과 (15)를 사용할 수 있다는 것이 증명되었다고 생각한다. 그리고 압착은 ‘피스톤 바로 아래의 고체압축압력 p_d 가 여과 끝의 작은 압력에서 압착압력 Δp_c 까지 증가하는 과정’이라는 정의를 사용할 수 있다. 그리고 여과와 압착은 완전히 다른 기작을 가지는 것이 아니라 ‘고액분리 통합’ 이론을 사용하여 조작의 조건을 바꾸면 모두 계산 가능하다는 것을 알 수 있다.

한 가지 더 첨가할 것은 압착 종료시의 케이크 상태이다. 압착 종료시에는 케이크의 모든 입자가 동일한 압력 Δp_c 를 받게 되며, 그 결과 케이크 전체의 공간율이 모두 동일하게 된다. 그러므로 압착 피스톤이 더 이상 내려가지 못하고, 물을 짜내지 못하게 된다고 이론적으로 압착 종료상태를 설명할 수 있다.

현재의 이 상태에서는 케이크의 모든 입자가 받는 압력이 모두 압착압력인 10^5 Pa 이 된다. 이와 비교하면 다음에 언급할 간섭침전에서는 모든 부분이 20 Pa 이내이다. 두 가지 모두를 식 (13)과 (15)를 사용하여 계산할 수 있다면, 이 식들은 수(數) Pa 에서 10^5 Pa 까지의 광범위한 압력에서 적용되는 것이다.

4-4. 고액분리 통합이론에 의한 침전 두께와 간섭침전 과정 계산

4-4-1. 침전 두께

Fig. 5에 벤토나이트 군집을 실제 침전시킨 두께와, 식 (15)에 의해 계산된 두께를 나타내었다.

침전된 군집의 바닥이 받는 고체압축압력 Δp_d 는 4.49 Pa 에서 25.94 Pa 까지를 측정하였다. 전체적으로 보면 작은 압력이나, 25.94

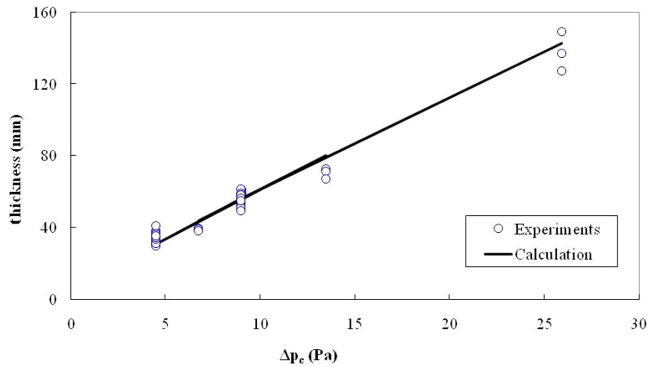


Fig. 5. Final thickness of sediment formed with bentonite floc at various bottom pressures (calculated based on $p_d=1$ Pa).

Pa의 압력을 내기 위한 군집의 두께는 14 cm 정도나 되어 벽면과의 마찰에 의해 충분히 침전되지 않을 가능성이 있었다. 그러므로 이 침전 실험에 사용한 침전 용기는 앞서의 여과나 압착 실험 용기의 직경 4 cm와는 달리 직경 8 cm인 것을 사용하였다.

식 (15)를 사용하여 계산하기 위해서는 각 실험에 사용된 W , 그에 의한 Δp_c , 근본식의 n , B , β 값이 필요하다. Δp_c 는 W 에 의해 결정되며, n , β 값은 앞의 CPC 실험에서 결정된 값 1.125와 0.317을 사용하였다. 다음과 같은 과정을 통해 식 (15)에 필요한 B 와 p_d 를 결정하였다. 이 결과를 정리하면 아래와 같다.

(1) CPC 실험의 B 값을 넣고 계산하였으나, 이 경우 가장 낮은 Δp_c 인 4.49 Pa를 식 (15)의 첫 입자층의 압력 p_d 에 넣고 계산하여도 실험의 값보다 모두 높은 두께를 보여 타당하지 않다고 결론지었다. 이는 앞의 여과, 압착 실험에서 제조한 것과 동일한 군집을 제작하지 못했을 가능성, 또는 실험 용기 직경의 확대에 의한 가능성 등을 생각할 수 있으며 우리는 첫 번째에 무게를 두고 있다.

(2) Fig. 5와 유사한 침전 결과에서 B 와 β 값을 찾아낼 수도 있다 [1]. 이 방법으로 B 는 6.47×10^{-3} , β 는 0.309를 얻었다. 우리는 여기서 B 의 값만 취하고, β 는 지금까지 사용하던 0.317을 계속 사용하였다.

(3) 식 (15)에서 침전 높이가 구해지는 p_d 를 1 Pa로 결정하고 전체 Δp_c 에 대한 침전 높이를 모두 계산하여 Fig. 5에 나타내었다.

Fig. 5에서는 B 와 p_d 를 실험값과 거의 일치하게 새로 결정했으므로 두 가지가 관련성을 가지는 것은 당연하다. 그러나 단위 면적당 침전물의 고체 질량 W 와 그 특성인 근본식의 계수를 사용하여 식 (15)로 계산할 수 있다는 것은 이론적으로 큰 진보라고 생각한다. 이를 바탕으로 우리의 침전물에 대한 정의를 다시 한 번 적는다. “침전물은 자기의 무게에 의한 Δp_c 와 첫 입자층이 누르는 고체압축압력 p_d 에 의해 두께가 결정되어 평형을 이루고 있는 상태의 물질이다.”

고액분리 통합이론을 구성하는 식 (15)가 압착의 $\Delta p_c=10^5$ Pa의 압력에서 사용될 수 있으며, 또한 Δp_c 가 수 Pa의 작은 압력에서도 사용될 수 있다는 것을 강조하려 한다.

4-4-2. 간섭침전 계산

앞의 4-4-1에서는 식 (15)만을 사용하여 침전 높이만을 계산하였으나, 식 (13)도 함께 사용하여 간섭침전의 시작에서 종료까지의 전 과정을 계산할 수 있다. Fig. 6은 앞의 실험 중 한 가지에 대해 계산과 실험 결과를 나타낸 것이다.

동일한 실험을 세 번 수행한 결과를 표시하였다. 앞의 4-4-1절의 n , B , β 의 값을 그대로 사용하였고, 이 실험의 W 는 1.41 kg/m^2 이며, 이에 의한 최종 Δp_c 는 8.97 Pa 이었다. p_d 를 앞 절에서와 같이 1 Pa로

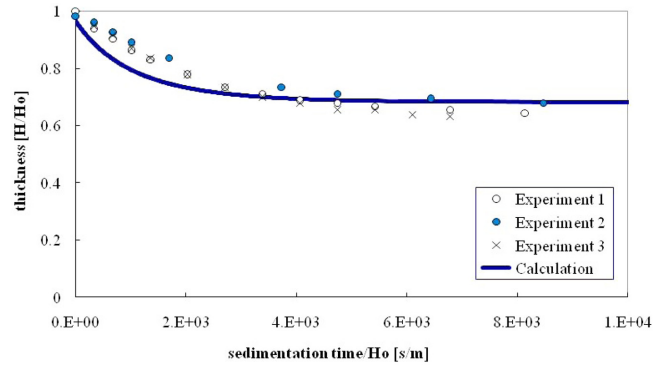


Fig. 6. Hindered sedimentation of bentonite floc ($W=1.41 \text{ kg/m}^2$).

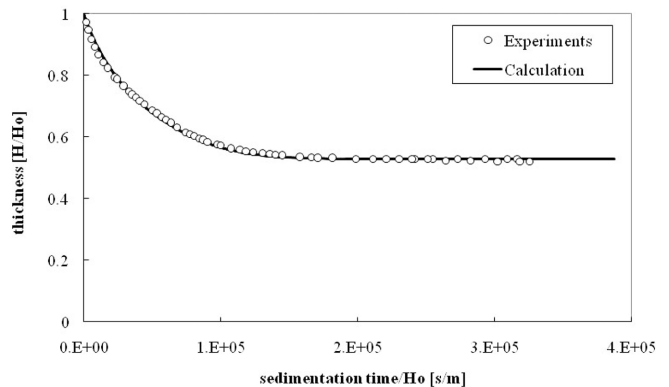


Fig. 7. Hindered sedimentation of calcium-carbonate suspension ($W=62.9 \text{ kg/m}^2$).

계산한 결과는 초기 높이가 맞지 않아, 0.7 Pa로 계산한 결과가 Fig. 6의 선으로 나타낸 부분이다.

Fig. 2에서 5가지의 결과와는 달리 실험과 이론이 완전히 일치하지는 않았다. 그러나 아직까지 간섭침전에서 초반부터 종료시까지 하나의 식이나 개념으로 계산할 수 있는 방법이 없는 현재로는 이 방법의 사용 가능성을 제안하는 것도 의미가 있다고 생각한다.

이 방법이 옳다는 가정하에서 간섭침전을 다음과 같이 정의한다. “간섭침전은 전체 입자가 p_d 를 받으며 시작하여, 바닥의 입자가 무게에 의한 고체압축압력 Δp_c 를 받을 때까지 진행되는 과정이다.”

참고로 입자 현탁액인 W 가 62.9 kg/m^2 탄산칼슘 현탁액의 간섭 침전 과정의 실험값과 고액분리 통합이론으로 계산한 이론값을 Fig. 7에 나타내었다. 이 입자로 구성된 케이크에 대한 결과는 이론과 실험이 매우 잘 일치한다.

5. 결 론

‘고액분리 통합이론’을 사용하여 케이크 여과, 압착, 간섭침전에서 케이크 높이 변화를 계산하여 실험값과 비교한 결과 다음의 결론을 얻었다. 입자 군집(floc)의 케이크 여과에서는 군집 침전물의 높이에서 구한 케이크 첫 입자층의 압력 p_d 를 사용하여 케이크의 두께, 침전물의 두께, 그리고 이 두 가지의 두께의 변화를 계산할 수 있었다. 이 계산과 실험은 일치하였다. 이로써 침전물과 여과 케이크의 이론적인 구분을 할 수 있었다.

여과에서 형성된 케이크를 압착하는 공정에서 ‘고액분리 통합이론’과 여과에서의 p_d 를 사용하여 압착과정 전체의 케이크 두께 변화

를 계산하였고, 실험에서 측정한 두께 변화와 거의 일치함을 보았다. 이로써 압착은 피스톤 바로 아래의 첫 입자층의 고체압축압력이 p_d 에서 압착압력까지 증가하는 과정이라고 이론적으로 정의할 수 있었다. 중요한 것은 압착과정의 계산을 케이크의 근본식에 의해 압착 케이크 질량, 압착 압력, p_d 만으로 수행했으며, 압착에서 새로운 상수를 결정하지 않았다는 점이다.

간섭침전은 매우 약한 압력이 적용되지만 역시 ‘고액분리 통합이론’과 p_d 를 사용하여 간섭침전 과정의 두께 변화를 계산할 수 있었다. 고체 군집의 제조와 간섭침전시의 벽면효과로 이론과 약간의 차이가 발생했으나, 전체 간섭침전 과정을 하나의 계산 방법으로 계산할 수 있었다는 것은 큰 성과이다. 간섭침전으로 결정되는 최종 두께도 계산하였다. 이 결과 간섭침전도 새로운 개념으로 이론적인 정의가 가능했다.

감 사

본 연구는 2011년도 인하대학교 교내연구비로 연구되었으며 지원에 감사드립니다.

사용기호

- a : empirical constant defined by the Eq. (4) and measured by CPC [-]
- A : solid-liquid separation(hindered sedimentation, cake filtration or expression) area [m²]
- B : empirical constant defined by the Eq. (5) and measured by CPC [-]
- C : mass of solid in cake formed by the filtrate volume V [kg/m³]
- L : thickness of cake during filtration, expression or height of the compression zone in hindered sedimentation [m]
- m_c : mass of cake solid [kg]
- n : compressibility of a cake defined by Eq. (4) and measured by CPC [-]
- Δp : filtration pressure [Pa]
- Δp_c : pressure drop across cake [Pa]
- Δp_m : pressure drop across filter medium [Pa]
- p_d : solid compressive pressure of the first solid layer [Pa]
- p_s : solid compressive pressure [Pa]
- R_m : resistance of filter medium [m⁻¹]
- S : mass fraction of solid in suspension [-]
- S_c : mass fraction of solid in cake [-]
- t : operation time [s]
- V : filtrate or expressed liquid volume per unit operational area [m³/m²]
- W : mass of dry cake per unit filter or expression area [kg/m²]

그리스 문자

- α : local specific cake resistance of a cake [m/kg]
- α_{av} : average specific resistance of a cake [m/kg]
- β : empirical constant defined by the Eq. (5) and measured by CPC [-]
- ε : porosity [-]

- ε_{av} : average porosity [-]
- μ : viscosity of filtrate [kg/m·s]
- ρ : density of filtrate [kg/m³]
- ρ_p : true solid density [kg/m³]

참고문헌

1. Yim, S. S., Oh, H. Y. and Kwon, Y. D., “Complete Process of Hindered Sedimentation,” *J. Korea Soc. Waste Manag. Res.*, **12**(5), 475-484(1995).
2. Yim, S. S., “The Role of the First Solid Layer Compression in Solid-Liquid Separation: Application to the Filtration, Expression, Sedimentation, Filtration by Centrifugal Force and Tangential Filtration,” *7th World Filtration Congress*, Budapest, Hungary, 127-135(1996).
3. Yim, S. S. and Kwon, Y. D., “A Unified Theory on Solid-Liquid Separation: Filtration, Expression, Sedimentation, Filtration by Centrifugal Force and Cross Flow Filtration,” *Korean J. Chem. Eng.*, **14**(5), 354-358(1997).
4. Yim, S. S., Song, Y. M. and Lee, J. Y., “New Expression Theory Based on Darcy’s Equation: Unified Theory on Solid-Liquid Separation,” *Korean Chem. Eng. Res.(HWAHAK KONGHAK)*, **41**(4), 471-478(2003).
5. Yim, S. S. and Song, Y. M., “Study on the Mechanism of Hindered Sedimentation by ‘Unified Theory on Solid-Liquid Separation,’” *Korean J. Chem. Eng.*, **22**(3), 443-440(2005).
6. Ruth, B. F., Montillon G. H. and Montona R. E., “Studies in Filtration II. Fundamental Axiom of Constant Pressure Filtration,” *Ind. Eng. Chem.*, **25**(2), 153-161(1933).
7. Tiller, F. M., “The Role of Porosity in Filtration Part 2 : Analytical Equations for Constant Rate Filtration,” *Chem. Eng. Prog.*, **51**(6), 282-290(1955).
8. Shirato, M., Kato H., Kobayashi K. and Sakazaki H., “Analysis of Settling of Thick Slurries due to Consolidation,” *J. Chem. Eng. Japan*, **3**(1), 98-104(1970).
9. Ruth, B. F., “Studies in Filtration III. Derivation of General Filtration Equations,” *Ind. Eng. Chem.*, **27**(6), 708-723(1935).
10. Yim, S. S., Song, Y. M. and Kwon, Y. D., “The Role of P_p, P_o, and P_f in Constitutive Equations and New Boundary Conditions in Cake Filtration,” *Korean J. Chem. Eng.*, **20**(2), 334-342(2003).
11. Yim, S. S., “Filtration sur Gateau Compressible,” Ph. D. Dissertation, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, France (1984).
12. Tiller, F. M. and Crump, J. R., “Solid-Liquid Separation: An Overview,” *Chem. Eng. Progr.*, October, 65-75(1977).
13. Tiller, F. M., Hsyung, N. B. and Cong, D. Z., “Role of Porosity in Filtration XII. Filtration with Sedimentation,” *AIChE J.*, **41**(5), 1153-1164(1995).
14. Yim, S. S., Song, Y. M. and Jun, S. J., “Study on the Measurement of Average Specific Cake Resistance in Cake Filtration of Particulate Suspension and Sedimented Floc,” *Korean Chem. Eng. Res.(HWAHAK KONGHAK)*, **40**(3), 330-339(2002).
15. Yim, S. S., Song, Y. M., “Study on the Total Analysis of Cake Filtration with Filtration-Permeation Method,” *J. KSEE*, **29**(1), 74-81(2007).
16. Grace, H. P., “Resistance and Compressibility of Filter Cakes Part II: Under Conditions of Pressure Filtration,” *Chem. Eng. Prog.*, **49**(7), 367-377(1953).