

침전이 수반되는 케이크 여과 II: 새로운 분석과 케이크에 도입되는 현탁액의 고체 질량분율

임 성 삼[†]

인하대학교 사회기반시스템공학부 환경공학전공
402-751 인천시 남구 용현동 253
(2011년 10월 25일 접수, 2011년 12월 6일 채택)

Filtration with Sedimentation II: New Analysis and Solid Mass Fraction of Suspension Entering Cake

Sung Sam Yim[†]

Department of Environmental Engineering, Inha University, 253 Yong, Hyun-dong, Nam-gu, Incheon 402-751, Korea
(Received 25 October 2011; accepted 6 December 2011)

요 약

수평 여과매체를 사용한 케이크 여과에서는 침전이 수반된다. 이 침전 현상을 고려하지 않을 경우 여과기간의 케이크 평균비저항 값이 두 배 이상까지도 잘못 측정될 수 있다. 저자의 전편 논문에서는 여과기간에 침전으로 인해 케이크에 들어가는 현탁액의 고체분율이 변화한다는 것을 이론적으로 주장하였으나, 그 변화가 어느 정도인지를 알아내지 못하였다. 이 논문에서는 먼저 여과-투과 실험방법에 대한 분석에서 투과기간에 측정된 케이크 평균비저항 값이 옳다는 것을 여러 방법으로 증명하고, 여과기간에 통상적인 방법으로 측정된 평균비저항 값은 여과가 진행되는 순간의 현탁액의 고체분율 대신 초기 고체분율을 사용하므로 정확하지 못하다는 것을 입증하였다. 여과와 투과에서 측정된 실험값을 사용하여, 여과 진행 동안 침전에 의해 변화한 현탁액의 고체분율을 계산하였다. 그 후 여과 진행 동안 측정된 현탁액의 높이 변화 값과 이 논문에서 새로 만든 수식을 사용하여 여과 진행 중의 현탁액 고체분율을 결정하였다. 두 가지 방법으로 결정된 현탁액의 고체분율을 비교하여 두 가지가 거의 일치함을 입증하였다.

Abstract – Filtration on horizontal filter medium facing upward is accompanied by sedimentation. When sedimentation phenomenon is not considered, the average specific cake resistance by filtration could be in error more than two times. In the previous paper on this subject, it was insisted that the solid mass fraction of suspension changes in filtration period by sedimentation. But we could not find out the degree of change. At the first half of this paper, the average specific cake resistance measured by permeation will be proved to be exact in several means. The average specific cake resistance conventionally measured by filtration does not give correct results because it uses initial solid mass fraction of suspension. Then we calculated the changed solid mass fraction of suspension due to sedimentation during filtration by the experimental values obtained “filtration-permeation” method. We also determined the solid mass fraction at a certain moment of filtration from the suspension height and a new equation derived in this study. The two results were compared and proven that they almost matched.

Key words: Filtration with Sedimentation, Cake Filtration, Solid Mass Fraction in Suspension, Filtration-Permeation, Average Specific Cake Resistance

1. 서 론

케이크 여과에서는 여과 과정에서 거의 모두 침전이 일어나며, 침전이 여과 결과에 미치는 영향은 수평으로 놓인 여과매체에 의한 여과의 경우 더욱 현격하다. 즉, 실험실의 Büchner funnel의 경우가 이에 해당하며, 여기서 측정된 여과 평균비저항 값을 현장의 수직 여

과매체를 사용하는 filter press에 적용시키면 큰 오차가 발생할 수 있다.

1933년 Ruth에 의해 침전을 배제한 기본적인 여과 이론이 정립[1] 되었으나, 저자가 1990년 발표[2]할 때까지 ‘침전이 수반되는 여과’를 다룬 논문은 없었다. 단, 같은 해 같은 발표장에서 Tiller 등[3]도 침전이 수반된 여과-투과 실험에 대해 발표하였다. 이 논문에서는 여과에서 구한 케이크 평균비저항 값과 투과기간에 구한 케이크 평균비저항 값이 두 배 가까이 차이가 난다는 것을 밝혔으나 그 이유에 대한 설명을 하지 못하였으며, 이 차이에 대해서는 “앞으로 연구해

[†]To whom correspondence should be addressed.
E-mail: yimsungsam@inha.ac.kr

야"한다는 결론을 내렸다[3]. 저자는 두 가지의 케이크 평균비저항 값의 차이가 여과 과정에서의 침전에 의해 발생한다는 사실을 실험을 통해 밝히고, 그 차이를 줄일 수 있는 방법도 제시하였다[2].

Tiller 등[4]은 1995년 '침전이 수반되는 여과'에 대한 이론을 발표하였다. 그들의 이론에 의하면 여과 과정에서 침전된 고체는 입자 위에 쌓이며, 쌓인 고체질량은 즉시 케이크로 변화한다고 생각하였다. 저자는 전 번 논문에서 여과 과정과 침전현상을 결부시켜 이와 다른 주장을 하였다[5]. 여과 과정에서 일어나는 침전은 여과 대상 현탁액의 농도를 증가시켜 케이크 표면에 들어가는 현탁액의 고체분율 S 를 크게 만든다고 주장하였으며, 이에 대한 실험적인 입증은 하였다[5]. 즉, 정확한 S 값을 Ruth 식에 대입할 수 있다면 항상 동일한 여과 케이크 평균비저항 값이 생성된다는 것이다. 그러나 여과 과정의 정확한 S 값을 알아내는 정도까지 연구를 진전시키지 못하였다.

본 연구의 가장 큰 목적은 여과에서의 정확한 현탁액 고체분율 S 값을 구하는 것이다. 그러나 이를 위해서는 농도나 그 외의 조건에 의해 변화하지 않는 케이크 평균비저항 값을 아는 것이 기본적 전제가 된다. 이 목적으로 여과-투과 실험방법을 택하여 현탁액을 여과장치에 넣은 후 여과 시작까지의 시간, 현탁액의 농도 등의 여러 조건이 케이크 평균비저항에 주는 영향의 정도를 알고, 정확한 케이크 평균비저항을 결정하는 것을 이 논문 전반부의 주제로 삼았다.

후반부에서는 첫 번째 목표로 침전이 수반되는 여과 실험에서의 데이터와, 정확한 값이라고 정해진 케이크 투과 평균비저항 값을 비교하여 여과 기간의 실제 현탁액 고체분율 S 를 정하였다. 두 번째, 그리고 가장 중요한 목표는 여과 기간의 침전 곡선과 여과에 관여하는 입자의 물질수지(mass balance)에서 이끌어낸 새로 만든 식을 사용하여, 여과가 진행되는 각 순간의 현탁액 고체분율 S 를 결정하였다. 두 가지 S 는 서로 다른 방법으로 결정된 것이므로 이를 비교, 분석하였다.

2. 이 론

2-1. 여과와 투과의 기본식과 분석

2-1-1. 여과 기본식의 분석과 S 그리고 S_0

여과를 포함한 고액분리에서 가장 중요한 지표인 케이크 평균비저항(average specific cake resistance) 값을 구하기 위하여 흔히 Ruth의 식이라고 불리는 식 (1)이 사용된다.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta p}{\mu \left(\alpha_{av} \frac{\rho S}{1 - S/S_c} V + R_m \right)} \quad (1)$$

V 는 여과매체(filter medium) 단위 면적당 배출된 여액(filtrate)의 부피[m³/m²], t 는 여과진행 시간[s], Δp 는 여과에서 소모된 압력[Pa], μ 는 여액의 점도[kg/ms], ρ 는 여액의 밀도[kg/m³]이다. α_{av} 는 케이크 평균비저항[m/kg]이며 과거에는 케이크 여과에서 주로 사용되었으므로 여과 평균비저항(average specific resistance of filtration)이라 불리었으나, 지금은 케이크 여과뿐 아니라 압착(expression), 간섭침전(hindered sedimentation), 원심분리(centrifugation) 등에서도 이 개념이 사용되므로 우리는 이 명칭을 사용하기로 한다.

S 는 케이크에 유입되는 여과 대상 현탁액 속의 고체물질의 질량분율[-]이다. 이 논문의 가장 중요한 과제는 여과 과정에서의 정확한 S 값을 알아내는 것이다. 저자의 전 번 논문[5]을 제외한 모든 여과 관

련 문헌에서는 여과 초기 현탁액의 S 값, 즉 S_0 가 여과가 수행되는 전체 과정에 일정하게 유지된다고 생각하고 식 (1)을 사용하고 있다. 그러나 우리는 이 값이 여과 과정에서 일정하지 않을 수 있다는 가정에서 출발한다.

S_c 는 케이크에서 고체물질의 질량분율[-]이며, S 와는 달리 여과 극초기를 제외하면 여과 전체 과정에서 같은 값을 유지한다[6]. R_m 은 여과매체의 저항[m⁻¹]이며, 여과초기를 제외한 대부분의 기간에는 식 (1)의 $\alpha_{av} \frac{\rho S}{1 - S/S_c} V$ 항에 비해 매우 작은 값으로 생략될 수 있다[7].

식 (1)을 역으로 서술하여 정리하면 다음의 식 (2)가 된다.

$$\frac{dt}{dV} = \frac{\mu}{\Delta p} \left(\frac{\rho S}{1 - S/S_c} \right) \alpha_{av} V + \frac{\mu}{\Delta p} R_m \quad (2)$$

실험 결과를 사용하여 가로축을 V 세로축을 $\frac{dt}{dV}$ 로 하여 그래프를 그리면 직선이 얻어진다. 식 (2)의 가장 큰 장점은 거의 모든 여과 실험결과에서 위의 관계가 직선을 나타낸다는 것이다. 이 직선의 기울기를 b 라 이름지으면, b 는 식 (2)의 $\frac{\mu}{\Delta p} \left(\frac{\rho S}{1 - S/S_c} \right) \alpha_{av}$ 항이다.

$$b = \frac{\mu}{\Delta p} \left(\frac{\rho S}{1 - S/S_c} \right) \alpha_{av} \quad (3)$$

여과 결과를 나타낸 V 와 $\Delta t/\Delta V$ 그래프에서 직선이 형성되어, 직선 기울기 b 를 확정지을 수 있다는 것은 일단 $\frac{\mu}{\Delta p} \left(\frac{\rho S}{1 - S/S_c} \right) \alpha_{av}$ 항의 모든 요소가 여과 기간 동안 고정된 값을 가진다는 것을 의미한다. 식 (3)의 우변을 자세히 분석하면 다음과 같다. 밀도 ρ 와 점도 μ 는 여과 실험 진행 기간에 온도가 변화하지 않았으면 일정한 값이다. 대부분의 실험에서 이 조건은 만족된다. 여과에 사용된 압력차 Δp 는 정압 여과에서 여과와 투과기간 전체에 걸쳐 일정하게 유지된다. 케이크 고체함량 S_c 는 앞에서 언급한 바와 같이 여과의 극초기를 제외하면 일정한 값을 가진다[6]. 여과기간의 평균비저항 값 α_{av} 도 여과 극초기를 제외하면 일정한 값을 가진다[6]. α_{av} 가 여과기간에 일정한 값을 가진다는 사실에 대한 확증이 바로 직선이 존재하며, 직선의 기울기 b 가 일정한 값을 가진다는 사실일 수 있다.

남는 항은 현탁액의 고체 질량분율 S 뿐이다. 지금까지 저자를 제외한 모든 학자, 기술자들이 100년에 걸쳐 여과 초기의 현탁액 고체 질량분율 S_0 를 이 S 값으로 사용했다. 그들은 침전이 수반되는 실험에서도 실험에서 결정된 b 값을 식 (3)을 변형시킨 식 (4)를 대입하여 여과기간의 평균비저항 값 $\alpha_{av,f}$ 를 산출하였다. 이 논문에서는 앞으로 나오게 될, 투과기간에 측정된 케이크 평균비저항 값과 이를 구분하기 위해 첨자 f 를 붙였다.

$$\alpha_{av,f} = \frac{b}{\frac{\mu}{\Delta p} \left(\frac{\rho S_0}{1 - S_0/S_c} \right)} \quad (4)$$

만일 여과가 진행되는 모든 순간의 현탁액 고체 질량분율 S 가 변하지 않고 S_0 로 유지된다면, 식 (4)는 여과에서 케이크 평균비저항 값 $\alpha_{av,f}$ 를 구하는 정확한 방법이 될 것이다. 그러나 현탁액에서 케이크에 들어가는 고체 질량분율 S 가 침전에 의해 변화한다면, 현재 통용되는 식 (4)로 구한 $\alpha_{av,f}$ 값은 정확하지 않은 값이 된다.

2-1-2. 투과식의 분석과 케이크 평균비저항

여과에서 형성된 케이크에 조작의 중단 없이 입자가 없는 물을 투과시키면, 입자 없는 물은 이미 형성된 케이크를 통과하여 흐르게(투

과하게) 된다. 이 시기에는 넣어준 현탁액의 모든 입자가 이미 케이크로 변환된 후이므로, 투과기간 전체에 걸쳐 케이크를 구성하는 단위 면적당 고체 질량 $W[\text{kg}/\text{m}^2]$ 이 일정하게 유지된다. 이 기간에 여과장치 내에서 진행되는 현상은 흔히 Darcy의 식이라 부르는 식 (5)으로 표현된다.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta p}{\mu(\alpha_{av,p}W + R_m)} \quad (5)$$

투과기간에도 여과기간과 동일한 압력 Δp 로 입자 없는 물이 형성된 케이크를 통과하므로 Δp 는 일정하게 유지된다. 이에 대한 실험 그래프는 후에 제시할 것이다. 거의 모든 실험에서 투과기간 동안 계속 일정한 값의 $\frac{dV}{dt}$ 가 측정되므로, 이런 경우에는 식 (5)의 나머지 항인 μ , W , R_m , 그리고 가장 중요한 $\alpha_{av,p}$ 도 일정한 값을 가진다고 보아야 한다. 앞의 여과에서 측정된 케이크 평균비저항과 구분하기 위해 투과기간의 케이크 평균비저항에 첨자 p 를 붙였다.

투과기간에는 침전이 발생할 수 없으므로 투과기간에 측정된 $\alpha_{av,p}$ 에는 침전의 영향이 배제되어 있다. 이 사실을 밝히기 위해 본 연구에서는 여과-투과 실험에서 여과기간에만 영향을 미치는 사항들에 대한 실험을 수행하였다.

가장 기본적인 것은 여과 셀에 현탁액을 넣은 후, 일정 시간 침전을 시키고 여과-투과를 진행하는 방법이다. 이는 침전과 여과의 관계에 대해 기본 개념을 줄 수 있다.

두 번째로는 침전속도를 지배하는 현탁액의 여러 농도, 즉 여러가지의 초기 고체 질량분율의 현탁액에 대한 여과-투과 실험이다. 여과의 기본 이론에 의하면 침전이 없는 경우에는, 고체 질량분율만 다른 여과들에서는 각 조건에 맞는 초기 S_0 값을 대입하면 $\alpha_{av,p}$ 가 동일한 값으로 측정되어야 한다[1]. 그러나 실제 여과에서는 침전이 있으므로 이 이론의 성립 여부를 실험에 의해 확인할 것이다. 투과에서는 식 (5)를 사용하는 바, 초기 고체 질량분율을 사용하지 않으므로 여러 S_0 에 대하여 실험오차 이내의 동일한 $\alpha_{av,p}$ 가 측정되어야 한다. 이 역시 실험으로 확인할 것이다. 만일 동일한 $\alpha_{av,p}$ 가 측정된다면, 이 값은 여과기간에서도 같은 값으로 유지되었어야 할 것이라고 생각할 수 있다.

2-2. 2-2. 새 제안: 케이크에 도입되는 실제 현탁액 농도 결정

2-2-1. 침전이 수반되는 여과 과정의 분석

침전이 수반되는 여과-투과 도중에 일어나는 현상을 Fig. 1과 같이 요약할 수 있다.

여과가 시작되는 순간을 Fig. 1의 (a)에 나타내었다. 여과장치 안에는 여과매체 위에 현탁액만 존재하며 현탁액의 고체 질량분율은 S_0 이다. 이 순간, 여과와 침전이 동시에 시작되며 현탁액의 높이는 H_0 이다.

여과와 침전이 조금 진행된 후의 상태를 (b)에 보였다. 맨 위의 빈 부분 ($H_0 - H$)는 여과되어 밖으로 흘러나간 여액의 길이, 즉 단위 면적당 여액의 부피와 동일하며, 이는 식 (1)과 (2)의 V 이다. H 는 여과매체에서 액이 차 있는 부분까지의 높이를 의미한다.

다음 부분은 침전으로 생긴 상등액(supernatant)이다. 맑은 물이며, 일단 이곳에는 여과나 투과에 영향을 미칠 수 있는 입자가 없다고 생각한다. 이 사항은 여과-투과 실험 결과에서 확인할 것이다. 본 논문에서는 상등액에 있는 입자의 질량은 무시할 수 있을 정도라고 가정한다. 실제로 이 질량은 현탁액이나 케이크의 고체 질량분율에 비해

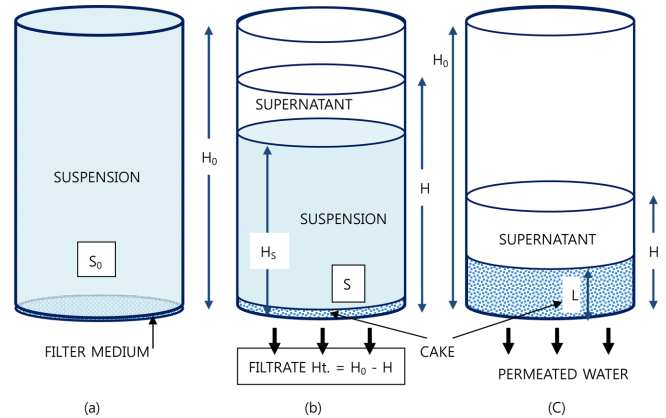


Fig. 1. Filtration-permeation process accompanying sedimentation. (a) starting moment, (b) filtration with sedimentation, (c) permeation of supernatant through preformed cake.

면 실험오차 이내로 작은 값이다. 상등액과 현탁액의 경계면(solid blanket)에서 여과매체까지의 높이를 H_s 라 명명(命名)하면 상등액의 높이는 $(H - H_s)$ 이다.

다음 부분이 현탁액이다. 케이크의 두께를 L 이라 하면 현탁액의 높이는 $(H_s - L)$ 이 된다. 현탁액의 고체 질량분율은 처음 (a)에서는 S_0 였으나 침전에 의하여 맑은 상등액과 현탁액 부분으로 나뉘어졌다. 만일 S_0 였던 초기 현탁액이 입자가 없는 상등액 ($H_0 - H$)과 농도 S 인 현탁액 ($H_s - L$)인 두 부분으로 분리되었다면, 당연히 S 의 값은 S_0 보다 커야 한다. 이 사실은 당연하게 보일 수 있으나 이 연구의 핵심 개념으로, 다른 연구자들은 이 사실을 언급한 적이 없다. 단, 현탁액과 케이크가 접촉하는 부분에서는 현탁액이 케이크로 변환되므로 이에 대한 정확한 물질수지를 후에 제안하려 한다.

마지막으로 케이크가 여과매체 위에 존재한다. 초기에는 케이크가 없으나, 여과가 시작되어 여액이 여과매체를 통과하여 이 시스템 밖으로 나가면 그에 해당하는 케이크가 형성된다.

현탁액이 모두 케이크로 변환된 후의 상태가 Fig. 1의 (c)이다. 케이크의 두께는 변화가 없으며, 현탁액에 들어 있던 모든 입자가 케이크로 변환되었다. 이 기간을 우리는 투과기간이라 부르며, 유속 dV/dt 를 측정하면 일정한 값이 나온다. 이를 바탕으로 식 (5)를 사용하여 투과기간의 케이크 평균비저항 $\alpha_{av,p}$ 를 측정한다.

이 기간에는 침전을 수반할 수 있는 현탁액이 없으므로 $\alpha_{av,p}$ 값에는 침전으로 인한 요소가 들어가지 않음을 다시 언급해 둔다.

2-2-2. 여과 기간의 케이크 평균비저항 값과 침전이 배제된 케이크 평균비저항 값의 비교에 의한 S 결정 방법

침전이 수반되는 케이크 여과 진행 동안 여과 시간 t 의 여액부피 V 를 측정한 후 이를 바탕으로 $\Delta t/\Delta V$ 를 계산하여 V 에 대한 $\Delta t/\Delta V$ 그래프를 그리면 식 (2) 형태의 직선을 얻는 경우가 대부분이다. 침전이 존재했음에도 불구하고 직선이 된다는 것은 예상하기 어려운 일이나, 실제로 직선을 얻는 경우가 대부분이다. 이렇게 구해진 직선의 기울기 b에는 침전에 의해 질어진 현탁액의 그 순간의 고체 질량분율의 기여분이 내재되어 있다.

직선의 기울기 b와 여과 대상 현탁액의 초기 고체 질량분율 S_0 를 식 (4)에 대입하면 현재까지 통상적으로 사용하는 $\alpha_{av,f}$ 값이 결정된다. 만일 이 때 매 순간 정확한 고체 질량분율 S 를 적용시킨다면 참

된 케이크 평균비저항 값이 측정되리라 생각하나 S 를 알기 어려우므로 실제적으로는 거의 불가능한 일이었다.

시간 t 와 투과액 부피 V 를 측정하여, 투과유속 $\Delta V/\Delta t$ 를 계산했을 때 일정한 값이 지속되면 이 시기는 여과가 종료되고 투과가 진행되는 기간이다. 투과기간의 식 (5)를 사용하여 침전 효과가 배제된 $\alpha_{av,p}$ 값을 계산할 수 있다. 투과가 진행될 때는 모든 입자가 이미 케이크로 변환된 다음이므로 W 가 상당히 큰 값을 가지게 되어 식 (5)의 $\alpha_{av,p}$ W 값이 R_m 값에 비해 매우 크게 되므로 R_m 값을 생략하여 간단히 $\alpha_{av,p}$ 를 계산할 수 있다.

식 (3) 우변의 분모와 분자를 S 로 나누고, 침전효과가 배제된 값인 $\alpha_{av,p}$ 를 넣은 후 정리하면 식 (6)이 된다.

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_c} = \frac{\mu\rho}{b\Delta p} \alpha_{av,p} \quad (6)$$

이 식을 정리하면 침전이 수반되는 여과에서의 S 값을 식 (7)과 같이 계산할 수 있다.

$$S = \frac{1}{\frac{1}{S_c} - \frac{\mu\rho}{b\Delta p} \alpha_{av,p}} \quad (7)$$

앞에서 설명한 바와 같이 μ , ρ , 정압여과의 Δp , $\alpha_{av,p}$ 케이크의 고체 질량분율 S_c 는 모두 여과기간에 변화하지 않는 값들이고, b 는 여과기간에 측정된 값이다. 이 식을 사용하려면 $\alpha_{av,p}$ 를 알아야 하고, 여과 그래프에서 직선이 잘 형성되어 믿을 수 있는 b 값을 가져야 한다.

2-2-3. 여과 도중 침전곡선에 의한 각 순간의 S 결정 방법

Fig. 1의 (b)에서 볼 수 있는 바와 같이, 고체입자 전체의 질량 $m_{s,total}$ 은 현탁액 내의 고체 질량 $m_{s,susp}$ 에 케이크 내의 고체 질량 $m_{s,cake}$ 을 더한 것이므로 식 (8)과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{s,cake} + m_{s,susp} = m_{s,total} \quad (8)$$

여과 도중 케이크 고체 질량은 단위면적당 케이크 고체 질량 W 에 여과면적 A 를 곱한 값이며, W 는 식 (1)과 (5)에서 V 의 함수로 표현될 수 있으므로 식 (9)를 이끌어 낼 수 있다.

$$m_{s,cake} = WA = \left(\frac{\rho S}{1 - S/S_c} \right) V \quad (9)$$

고체입자 전체의 질량 $m_{s,total}$ 은 Fig. 1의 (a)에 의거하여, 여과 시간 순간의 총 질량 m_{total} 을 사용하면 식 (10)과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{s,total} = m_{total} \times S \quad (10)$$

식 (8)에서 결정되지 않은 부분은 현탁액 내의 고체질량 $m_{s,susp}$ 이다. 이는 Fig. 1의 (b)에 있는 현탁액의 질량 m_{susp} 에 그 순간의 현탁액 고체 질량분율 S 를 곱해준 값이다. 이 후의 S 는 시간 t 의 함수이다.

$$m_{s,susp} = m_{susp} \times S \quad (11)$$

현탁액의 질량 m_{susp} 는 Fig. 1의 (b)를 참고하면 총 질량 m_{total} 에서 여액의 질량 $m_{filtrate}$, 상등액의 질량 $m_{supernatant}$, 그리고 케이크의 질량 m_{cake} 을 뺀 값이다.

$$m_{susp} = m_{total} - m_{filtrate} - m_{supernatant} - m_{cake} \quad (12)$$

여액 질량 $m_{filtrate}$ 는 단위 면적당 여액부피 V 에 여과면적 A 와 여

액의 밀도 ρ 를 곱한 값이며, 상등액 질량 $m_{supernatant}$ 는 Fig. 1의 (b)에서 보는 바와 같이 상등액의 높이 $(H-H_s)$ 에 여과면적 A 를 곱한 상등액의 부피에 액의 밀도 ρ 를 곱한 값이다. 케이크 질량 m_{cake} 는 식 (9)의 $m_{s,cake}$ 를 케이크 고체 질량분율 S_c 로 나눈 값이다. 이를 종합하여 식 (11)과 (12)에 대입하여 식 (13)을 얻는다.

$$m_{s,susp} = m_{total} S - VApS - (H-H_s)ApS - \frac{\rho S}{1 - S/S_c} \frac{VA}{S_c} S \quad (13)$$

식 (9)와 (13)을 식 (8)에 대입하고 S 에 대하여 정리하면 식 (14)가 된다.

$$\left\{ \frac{m_{total}}{S_c} - \frac{VAp}{S_c} + \frac{(H-H_s)Ap}{S_c} \right\} S^2 + \left\{ m_{total} + VAp - (H-H_s)Ap + \frac{m_{s,total}}{S_c} \right\} S - m_{s,total} = 0 \quad (14)$$

S 를 제외한 모든 값은 측정 또는 계산으로 알 수 있으므로 식 (14)에서 S 값이 계산된다. 몇 가지 특별한 사항을 언급하면 다음과 같다. 여과에 사용된 입자 전체의 질량 $m_{s,total}$ 은 실험실에서는 현탁액을 제조하는 데 들어간 입자의 질량으로 알려져 있으며, 공정 중의 것은 여과된 케이크를 건조하여 질량을 측정하면 된다. 여과 대상이 된 총 현탁액 m_{total} 은 여과 시작 전의 현탁액의 무게를 재면 알 수 있다. 여과면적 A , 여액의 밀도 ρ 는 쉽게 알 수 있다. 케이크의 고체 질량분율 S_c 는 여과가 종료된 후 케이크 질량을 재고, 이것을 건조시켜 질량을 재어 확정시키는 것이 가장 정확하다. 여과 도중에 측정해야 하는 것은 각 V 에서의 여과매체에서 상등액 끝까지의 높이 H 와 여과매체에서 현탁액 끝까지의 높이 H_s 이다. 실제 실험에서는 여과 진행 시간별로 H_s 를 측정하고, 그 때의 V 와 H 를 계산하고 실제와 일치함을 확인하였다.

식 (14)에 의해 결정된 S 값은 앞 절 2-2-2에서 결정한 값과는 달리 여과기간 전체에 걸쳐 일정한 값이 아닐 수 있다. 이에 대해서는 뒤에 언급한다.

3. 실험

3-1. 실험장치

실험장치는 통상적인 실험실 여과장치인 Büchner funnel과 동일하나, Fig. 1과 같은 원통형 용기를 제작하여 사용했다. 내부의 직경은 3.95 cm였다. 실험 도중의 압력의 진동이 있는 경우 압력과 케이크 평균비저항의 정확한 관계를 알기 어렵다. 우리 실험에서는 압력의 진동을 없애기 위해 40 L 용량의 빈 통을 아스피레이터로 감압시킨 후, 이 감압을 사용하여 여과와 투과조작을 실행하였다. 결국 여과 시작과 투과 종료시는 Δp 에 0.5%의 오차가 생긴다. 저자의 과거 논문에 실험장치의 그림이 있으며[8], 설명한 바와 같이 간단한 구조이므로 그림을 생략한다.

3-2. 여과투과 실험 방법

여과 셀(filtration cell)에 미리 제조한 현탁액 200 cm³를 넣은 후, 즉시 여과를 시작하거나 일정 시간 기다린 후 여과를 시작하였다. 여과되어 나오는 여액의 부피가 10 cm³씩 증가하는 순간의 시간 t 를 측정하였다.

약 170 cm³의 여액이 모여지는 때부터 여과장치의 위쪽 벽에 매우 조심스럽게, 입자를 미리 제거한 물(입자 제거수)을 200 cm³정도 첨가하여 여과 후에 투과가 연속적으로 일어나게 하였다. 입자 제거수를 첨가하는 조작으로 인해 형성된 케이크가 손상이 되면 투과 결과에 직접적인 오류를 야기할 수 있으므로 매우 주의해야 한다.

참고로 우리가 제시한 데이터 중에는 입자 제거수의 첨가 없이 여과-투과를 수행한 경우도 있다. 침전으로 인한 상등액이 여과로 인해 형성된 케이크를 투과하는 조작도 여과-투과 조작에 속한다.

처음부터 200 cm³의 여액이 나오는 때까지를 여과기간이라고 부를 수 있으나, 침전이 있는 경우에는 그 이전에 여과가 종료되고 이미 투과가 시작되는 경우가 있다. 이에 대해서는 후에 다시 언급한다.

맑은 액이 형성된 케이크를 통과하는 투과기간에도 역시 투과한 액이 10 cm³씩 증가할 때의 시간을 측정하여 기록하였다.

3-3. 고체입자, 현탁액의 제조, 그리고 여과매체

시약용 탄산칼슘(Jin Chemical 사)을 현탁 고체로 사용하였다. 탄산칼슘은 여과현상 연구에 과거 100여 년 동안 많이 사용되어 많은 데이터가 축적되어 있으며, 형성된 케이크는 상당한 정도의 압축성을 가지고 있는 장점이 있어 케이크 여과연구에 많이 사용된다. 입도분석기 Malvern Mastersizer를 사용하여 측정된 평균 입자径은 8.54 μm였고, 0.5~30 μm 사이에 분포하였고, 1 μm 이하의 입자가 10 vol%였다. 크기 분포곡선은 전반적으로 넓게 퍼진 형태이다.

현탁액은 다음과 같이 제조하였다. 용량 500 mL 비이커에 적량의 입자 제거수를 넣고, 평량한 탄산칼슘을 3분에 걸쳐 소량씩 첨가한다. 여기서 ‘적량의 입자 제거수’란 입자 제거수와 탄산칼슘의 질량 합이 200 g이 되는 입자 제거수를 의미한다. 그 후 자석교반자(magnetic stirrer)를 넣고 500 rpm으로 27분 간 교반하였다.

여과매체로는 케이크 여과를 위한 Adventec Toyo 5C와 공극 크기 0.45 μm인 cellulose acetate membrane을 사용했다.

3-4. 실험조건

여과 압력은 감압여과에서 가장 많이 사용하는 0.5기압으로 한정했다. 현탁액의 농도 1, 2, 3, 4, 8, 15 wt%에 대해 실험을 수행했으며, 침전의 영향과 투과의 효율을 보기 위한 목적으로 각각 농도에 대해 여과장치에 현탁액을 넣은 즉시 여과를 시작한 것, 약간의 시간 동안 침전을 시킨 후 여과를 시작한 것, 30분 혹은 그 이상의 시간을 침전시킨 후 여과를 시작한 경우 등이 있다.

4. 결과 및 고찰

4-1. 침전과 농도 효과를 배제한 케이크 평균비저항 값의 결정

앞에서 언급한 바와 같이 케이크 여과에서는 침전 속도, 현탁액을 여과 셀에 넣은 후 여과를 시작하는 순간의 차이, 농도 등에 따라 같은 물질에 대해 같은 압력에서 여과를 수행하여도 서로 다른 케이크 평균비저항 값이 측정되는 경우가 대부분이다. 여과의 기본 이론에 의하면 동일한 압력에서 형성된 케이크는 동일한 구조를 가져야 하며, 그 결과 위의 여러 조건의 변화에도 불구하고 케이크는 항상 동일한 평균비저항을 가져야 한다. 이와 같은 이론과 실제의 차이를 극복하기 위해 다음에 이어지는 실험을 수행하였다.

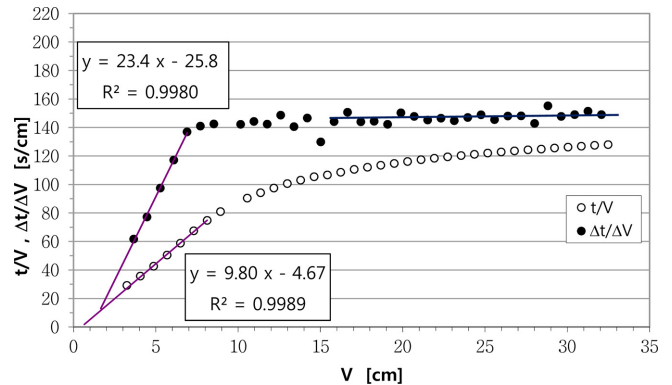


Fig. 2. Filtration-permeation results of 8 wt% CaCO₃ suspension at 0.5 atm.

4-1-1. 전형적인 여과-투과 실험 결과 분석

Fig. 2에 8 wt% 탄산칼슘 현탁액의 여과-투과 결과를 V와 Δt/ΔV, 그리고 V와 t/V로 나타내었다. Δt/ΔV 또는 t/V가 직선적으로 증가하는 부분은 여과기간이고, Δt/ΔV가 거의 일정한 값이 되는 거의 수평 직선 부분 또는 t/V가 직선에서 곡선으로 변화한 후 다시 직선을 나타내는 기간이 투과기간이다.

먼저 여과기간의 직선을 살펴보면 이 직선을 나타내는 점들의 결정계수 R²이 Δt/ΔV 초기 직선에서 0.9980, t/V 초기 직선에서 0.9989로 좋은 직선성을 나타낸다. Δt/ΔV 초기 직선 기울기와 식 (4)에 의한 α_{av,f} 값은 1.56×10¹¹ m/kg이고, 식 (2)를 적분하여 식 (4)와 같은 방법으로 이끌어낸 식을 사용하여 t/V 초기 직선에서 구한 α_{av,f} 값은 1.31×10¹¹ m/kg이다. 원래는 동일한 값이 되어야 하나 약간의 차이가 있다. 그러나 이 두 가지는 모두 여과 도중에 측정된 값이므로 α_{av,f}로 표시한다. 위의 두 가지 계산에는 현탁액 초기 농도 S₀, 즉 0.08을 사용하였음을 강조해 둔다. S₀를 사용하는 것은 현재까지 현상이나 실험실에서의 통상적인 과정이다.

Δt/ΔV 후기 점들의 평균 값과 식 (5), 또는 t/V 후기 직선의 기울기와 식 (5)의 적분식에서 투과기간의 케이크 평균비저항 값 α_{av,p}를 계산할 수 있다. 그러나 그림에서 보는 바와 같이 t/V 후기 직선의 기울기는 완만하게 연속적으로 계속 변화하므로 정확한 기울기를 구하기 어려워 이 논문에서는 다루지 않았다. 그림 후반에 수평으로 표시된 Δt/ΔV 후기 점들의 평균 값에서 계산한 α_{av,p}는 7.13×10¹⁰ m/kg으로 α_{av,f}값의 반 정도이다. 앞서 언급한 바와 같이 Tiller 등[3]은 이 두 배 정도의 차이의 이유에 대해 설명하지 못하며, 앞으로 더 연구해야 할 주제라고 언급했다. 식 (1)과 (5)를 만든 Ruth도 이와 같은 차이를 알고 있었으나, 그는 이유는 밝히지 않고 “형성된 케이크에 물을 투과시킴으로 케이크 평균비저항 값을 측정하면 틀린 값이 나온다”고 서술했다[9,10]. 즉 여과에서 얻은 값을 옳다고 생각하고, 투과에서 구한 값은 오류라고 규정한 것이다. 이상의 두 사람 이외에는 여과-투과 결과를 언급한 사람이 없으므로 α_{av,f}와 α_{av,p}중 어느 것이 옳은 값인가를 살펴보기 위한 실험을 다음과 같이 계속하였다.

4-1-2. 미리 일정 시간 침전시킨 후 여과를 시작한 실험 결과; 동일 농도에 대한 고찰

한 물질을 고정된 농도에서 같은 압력으로 여과를 시키면서 침전 속도만을 변경시키는 실험을 수행하는 것은 매우 어렵다. 이 연구에서는 먼저 일정 시간을 침전시킨 다음 케이크 여과를 시작하여 침전

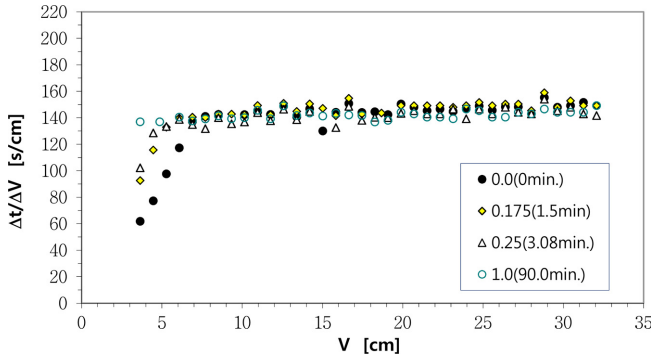


Fig. 3. Results of filtration-permeations of 8 wt% CaCO_3 suspensions for different pre-sedimentation times.

이 케이크 여과에 미치는 영향을 관찰하려 시도하였으며, 결과를 Fig. 3에 제시하였다.

Fig. 3의 가장 아래 위치한 검은 점은 사전 침전이 없이 현탁액을 여과장치에 넣은 후 곧 여과를 시작한 실험결과로 Fig. 2와 동일한 것이다. 마름모꼴 실험결과는 여과장치에 현탁액을 넣은 후 1.5분 후에 여과를 시작한 것이다. 여과를 시작할 때 간섭침전한 길이가 최종 간섭침전 길이의 17.5%가 되었다. 이 경우 여과기간을 나타내는 점은 3개뿐이고, 여기서 얻은 기울기는 앞의 결과와 약간 다르다. 삼각형은 3.08분의 사전침전 후 여과를 시작했을 경우를 나타내며, 이때는 전체 간섭침전 길이의 25%가 이미 침전되었다. 여과를 나타내는 데이터는 점이 두 개이며, 이 기울기는 Fig. 2와는 매우 다르다.

이상의 결과에서 알 수 있는 것은 여타의 실험 조건이 모두 잘 지켜져도 현탁액을 넣은 후 여과를 즉시 시작하지 않으면 여과기간에 올바른 데이터를 충분히 얻을 수 없으며, 실측 얻는다 하더라도 정확한 기울기가 측정될 가능성이 적다는 두 가지 사항이다.

이 실험과 같은 감압여과의 경우에는 현탁액을 넣은 후 곧 여과를 시작할 수 있어 위의 문제점을 해소시킬 수 있으나, 실험실에서 회분식 가압여과의 경우에는 현탁액을 넣은 후 덮개를 닫고 압력에 견디도록 장치를 고정시키기 위한 시간이 1분~3분 가량 소요될 수 있어 앞에 설명한 내용이 실제 경우가 될 수 있다.

실험 중 낮은 농도인 1 wt%의 현탁액에 대해 이 실험을 실행한 결과, 여과기간에 얻은 $\alpha_{av,f}$ 두 종류와, 투과기간에 얻은 $\alpha_{av,p}$ 를 Fig. 4에 나타내었다.

이 낮은 농도의 현탁액에 대한 실험에서는 8 wt%인 Fig. 5와 달리, 사전침전이 없는 경우 $\alpha_{av,f}$ 와 $\alpha_{av,p}$ 가 거의 동일한 값을 가진다.

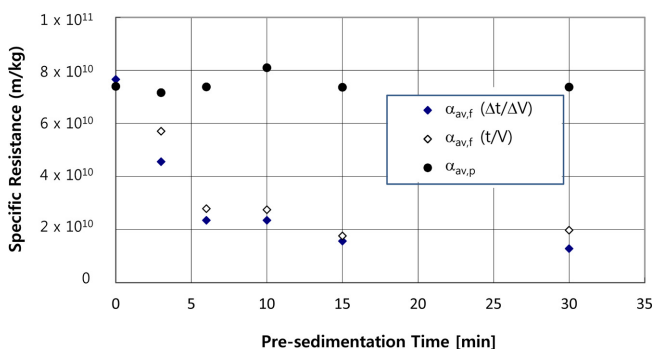


Fig. 4. Average specific cake resistances of 1 wt% CaCO_3 suspensions for different pre-sedimentation times.

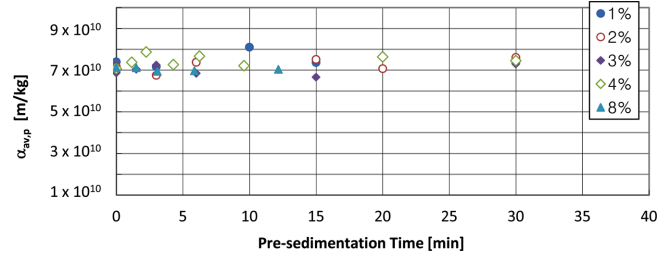


Fig. 5. Average specific cake resistances by permeations for different pre-sedimentation times and suspension concentrations.

그러나 사전침전이 있으면 둘 사이의 값이 매우 달라진다. 그러나 여러 사전침전 시간에 대해 값이 달라지는 것은 $\alpha_{av,f}$ 뿐이며, $\alpha_{av,p}$ 는 여러 사전침전 시간에서도 대체로 실험 오차 이내의 값을 보여준다.

이상의 결과에서 약간의 사전침전이 있어도 $\alpha_{av,f}$ 가 크게 달라질 수 있다는 것을 확인했으며, 이는 앞에서 설명한 바와 같이 여과기간의 침전에 의해 데이터 개수가 작아지기 때문에, 또는 침전의 영향으로 인한 것이라고 생각한다.

4-1-3. 미리 일정 시간 침전시킨 후 여과를 시작한 실험 결과; 여러 농도에 대한 고찰

다음의 실험은 현탁액 농도가 다른 경우 사전 침전에 의해 $\alpha_{av,p}$ 가 영향을 받는 정도를 알기 위해 여러 농도에 대해, 사전침전 시간을 변경시키면서 수행하여, 그 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

전체 33개의 $\alpha_{av,p}$ 데이터의 평균은 7.25×10^{10} m/kg, 표준편차 3.20×10^9 m/kg, 변동계수 0.0441이다. 원래는 모두 동일한 값이 나와야 한다. 중간 정도의 사전침전 시간을 가지는 부분에서는 어느 정도의 흩어진 데이터를 보였다. 그림에는 없으나, 같은 경우 여과에서의 케이크 평균비저항 값 $\alpha_{av,f}$ 의 평균은 9.29×10^{10} m/kg, 표준편차 6.68×10^{10} m/kg, 변동계수 0.7185로 변화가 매우 큰 데이터였다.

이상을 근거로 하여, 여과-투과 실험에서 여러 경우에 케이크 평균비저항 값을 대표할 수 있는 값은 투과기간에 측정된 $\alpha_{av,p}$ 라고 결론을 내릴 수 있다. 그리고 여과기간에 측정된 $\alpha_{av,f}$ 에는 침전의 영향이 포함된 값이라고 생각할 수 있다.

참고로 우리는 케이크 평균 비저항값을 케이크 여과뿐만 아니라, 형성된 케이크의 압착[11], 간섭침전[12], 그 외에 교차여과[13], 원심분리[13]등의 “고액분리 통합이론”에 사용한다. 이 경우 $\alpha_{av,p}$ 를 사용할 수 있을 뿐, 침전이 포함된 $\alpha_{av,f}$ 를 사용하면 위의 현상들을 분석할 수 없다.

4-2. 여과기간 케이크의 평균비저항 값과 침전현상을 배제한 케이크 평균비저항 값의 비교에 의한 현탁액의 고체분율 S 결정

앞서 이론 부분에서 제시한 여과 진행 중의 현탁액 고체분율 S를 구하기 위한 두 가지 방법 중, 침전현상이 배제된 케이크 평균비저항 값을 기준으로 하여 여과기간의 침전 현탁액 고체분율 S를 구하는 방법에 대해 먼저 고찰한다.

4-2-1. 사전침전이 없는 여과-투과 실험의 분석

앞의 Fig. 5에서 모든 농도의 $\alpha_{av,p}$ 가 잘 일치하는 것으로 보이는 두 경우가 있다. 사전침전이 없는 경우와 30분 동안 침전시킨, 즉 거의 완전히 침전시킨 경우이다. 변동계수 R^2 은 사전침전이 없는 경우

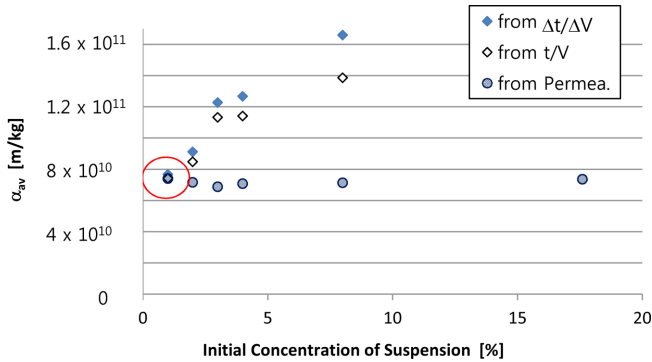


Fig. 6. Average specific cake resistances by filtration and permeation for various initial suspension concentrations.

0.0269, 30분 침전 후의 경우 0.0164로 두 가지 모두 실험 데이터가 잘 모인다. 그러나 Fig. 5에서 볼 수 있는 바와 같이, 완전침전 후 여과-투과 결과에서는 여과에 의한 데이터를 얻지 못한다. 우리는 여과 데이터를 분석할 수 있어야 하므로 앞으로는 사전침전이 없는 경우, 즉 보통의 여과-투과에 대하여 분석한다.

초기 농도 1, 2, 3, 4, 8, 17.6 wt%의 현탁액을 사전침전 없이 여과-투과한 결과와 식 (4)와 초기 현탁액 고체 질량분율 S_0 를 사용하여 얻은 $\alpha_{av,f}$, 그리고 실험 결과와 식 (5)를 사용하여 얻은 $\alpha_{av,p}$ 를 Fig. 6에 나타내었다. 이 그림은 침전의 영향을 명확하게 보여준다. 케이크 여과 이론에 의하면 모든 $\alpha_{av,f}$ 와 $\alpha_{av,p}$ 가 초기 현탁액 농도와 무관하게 모두 같은 값을 나타내야 한다. 그림에서 회색의 원으로 나타난 투과에서 계산된 $\alpha_{av,p}$ 의 평균은 7.17×10^{10} m/kg, 표준편차 1.93×10^9 m/kg, 변동계수 앞에서 언급한 바와 같이 0.0269로 실험오차 이내의 값을 가진다. 그림에서 색 있는 마름모꼴과 색 없는 마름모꼴로 표현된 것은 $\Delta t/\Delta V$ 와 t/V 에서 계산된 $\alpha_{av,f}$ 들이다. $\alpha_{av,f}$ 는 명확하게 농도의 함수이며 급격히 증가하는 경향이 있다. $\Delta t/\Delta V$ 에서 계산된 $\alpha_{av,f}$ 의 평균값은 1.17×10^{11} m/kg, 표준편차 3.47×10^{10} m/kg, 변동계수는 0.2975로 평균의 의미가 없는 값들이다. 그러나 $\alpha_{av,f}$ 를 계산하기 위해 사용한 Fig. 2와 같은 형태의 그림에서 구한 기울기 b 값에는 침전의 요소가 들어가 있다. 이 기울기 b 값을 침전이 수반된 여과 기간의 침전 S 값을 구하는 데 사용할 수 있다.

Fig. 6에서 1% 현탁액의 여과와 투과에서는 방금 언급한 경향과는 달리, 세 가지의 평균 값이 모두 거의 동일하게 측정되었다. 이 경우는 여과속도가 상당히 빨라 침전이 영향을 거의 미치지 못한 것으로 판단된다.

참고로 앞의 4.1.1 절의 Fig. 2에서 구한 여과기간의 2개의 $\alpha_{av,f}$ 와 투과기간의 한 개의 $\alpha_{av,p}$ 중 투과기간의 값 7.13×10^{10} m/kg은 Fig. 6의 투과의 평균 값과 거의 같아 기준이 되는 평균비저항 값으로 사용될 수 있으나 $\alpha_{av,f}$ 은 그렇지 않고 침전의 영향이 포함된 값이다.

4-2-2. 여과기간의 기울기 b와 케이크 평균비저항을 사용한 현탁액의 고체분율 S

앞의 2-2-1 절에서 분석한 바와 같이 여과기간의 직선 기울기 b에는 식 (3)에서 보는 바와 같이 여과가 진행되는 동안의 현탁액 고체분율 S가 포함되어 있다. 평균비저항 값 α_m 는 압력만의 함수이므로 [6] 동일압력의 여과기간과 투과기간에 일정한 값이다. 그러므로 투과에서 측정된 $\alpha_{av,p}$ 를 식 (7)에 대입하여 S를 계산하고, 결과를 초

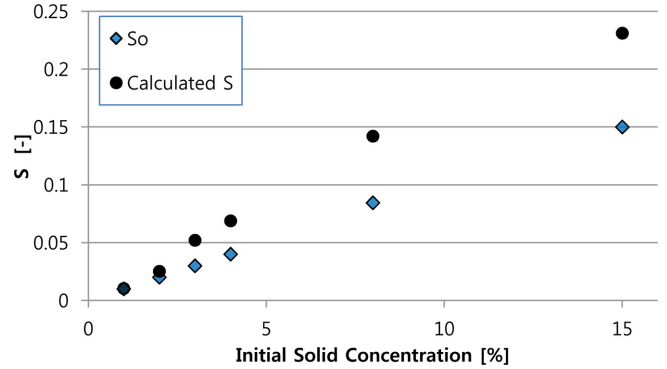


Fig. 7. Mass fractions of solid in suspension compared with initial solid concentrations.

기 현탁액 고체분율 S_0 와 비교하여 Fig. 7에 표현하였다.

낮은 현탁액 농도인 1%에서는 빠른 여과속도로 인하여 침전의 영향이 거의 없어 S는 0.01035, S_0 는 0.01로 두 가지가 거의 일치하였다. 그러나 4%의 실험에서는 S가 0.0689, S_0 는 0.04로 S가 1.72 배가 커졌다. 15%의 실험에서는 S가 0.2311이었고, S_0 는 0.15로 S가 1.54 배 큰 값이었다. 전반적으로 보아 농도가 높은 현탁액에서 S가 S_0 보다 큰 값을 나타내었다.

간접침전만을 고려한다면 농도가 높은 현탁액의 침전속도가 느려 여과에 대한 영향이 작을 것으로 단순하게 생각할 수 있다. 그러나 농도가 높은 현탁액일수록 여과속도도 대단히 느려진다. 식 (1)에서 여과 속도 dV/dt 는 R_m 이 무시할 수 있을 정도로 작은 경우 $\frac{\rho S}{1-S/S_c}$ 에 역비례한다. 또한 S가 커지면 $\frac{\rho S}{1-S/S_c}$ 의 값은 S의 증가보다 더 커지게 된다.

Fig. 7의 내용을 계산하기 위해서는 한 가지 조건이 필요하다. 여과기간에 $\Delta t/\Delta V$ vs. V 그래프의 기울기가 직선을 나타내어 그 기울기 b가 믿을 수 있는 값을 가져야한다는 것이다. 실제로 Fig. 2에서 볼 수 있는 바와 같이 8 wt%의 현탁액 여과-투과에서 여과기간을 나타내는 직선의 결정계수 R^2 은 0.9980으로 직선이라 보아도 무방하다. 이 결과로 보아 여과기간에는 침전이 포함되었음에도 불구하고 일정한 값의 현탁액 고체분율이 유지된다고 잠정적인 결론을 내릴 수 있다. 이 결론에 대하여는 다음 절에서 논의할 것이다.

Fig. 7의 결과를 실험적으로 확인하는 것은 매우 어렵다. Tiller 등 [3]은 전산단층촬영으로 농도를 측정하려 하였으나 확실한 결과를 얻지 못하였다. 우리는 다음의 실험방법으로 여과가 진행되는 각 순간에서의 S 값을 구하려 한다.

4-3. 여과 도중 침전곡선에 의한 각 순간의 현탁액 고체 질량분율 S 결정

4-3-1. 시간에 따른 ‘침전이 수반되는 여과 진행과정’의 분석 여과가 진행되는 동안 시간에 따른 여액부피와 여과장치 내부의 현탁액의 높이 H_s 를 측정하고, 케이크의 높이를 계산하여 그래프로 그리면 Fig. 8과 같다.

여과와 동시에 침전이 시작되는 $t=0$ 에서는 현탁액의 높이가 H_0 이고, 상등액과 케이크는 존재하지 않는다. 그 후 여과에 의해 빠져나간 여액(filtrate)의 부피에 해당하는 액체 높이 H가 감소하며, 실험에서 측정된 35개의 액체 높이를 Fig. 8에 흰 점으로 표현하였다. 여액을 여과장치와 동일한 형태와 면적을 가진 용기에 받았다면 그 높이

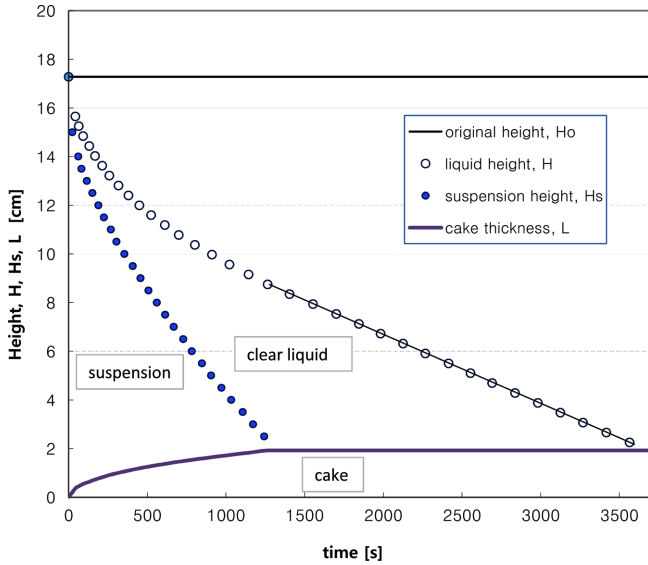


Fig. 8. Heights of liquid, suspension and cake as a function of time in constant pressure filtration at 0.5 atm for CaCO_3 suspension having initial mass fraction of 0.15.

는 $(H_0 - H)$ 이다.

현탁액의 높이 H_s 는 바닥인 여과매체에서 침전계면(solid blanket)까지 높이이며, 실험 도중 이 계면의 높이를 24번 측정하여 실험 값을 검은 점으로 표현하였다. 침전이 진행되면서 맑은 상등액(supernatant)의 높이 $(H - H_s)$ 가 점점 증가한다. 현탁액 만의 높이는 케이크 상부에서 침전계면까지의 높이이므로 $(H_s - L)$ 로 표현되고 시간이 갈수록 위와 아래쪽이 작아져서 결국은 영(零)이 된다. 여기까지가 여과이고, 그 후로는 상등액이 형성된 케이크를 통과하는 투과가 진행된다. 이 실험에서는 투과기간을 연장하기 위해 새로운 입자 제거수를 첨가하지 않았고, 상등액만으로 투과를 수행하였다. 투과 과정에서 아주 작은 양인 상등액의 입자로 인한 케이크 질량의 증가는 관측되지 않았으며, 그 결과 W 가 일정한 값이므로 식 (5)에 의하여 dV/dt 가 일정하다는 증거로 Fig. 8의 투과기간에 시간과 높이의 기울기가 직선인 것을 표현하였다. 1405초에서 1565초까지의 데이터의 직선성을 나타내는 결정계수 R^2 는 1.0000으로 거의 완전한 직선이었다.

참고로 Tiller 등[4]은 Fig. 8과 같은 그래프를 발표하였으나, 실험 데이터를 넣은 것이 아니었으므로 이 그래프는 실험적으로 침전이 수반되는 여과를 나타낸 최초의 것이다.

4-3-2. 여과-침전 진행곡선에서 각 순간의 고체분율 S 의 결정 방법
여과과정만을 자세히 분석하기 위해 초기 현탁액 고체분율 S_0 가 0.08인 경우의 시간에 대한 침전이 수반되는 여과 진행곡선을 Fig. 9에 나타내었다.

특정한 시간의 현탁액 고체분율 S 를 계산하기 위해 2-2-3절의 고체 질량수지인 식 (8)과 전체 질량수지 식 (12)를 사용하여 S 에 대한 2차 방정식인 식 (14)를 만들었다. 개략적으로 설명하면 고체질량수지는 Fig. 9의 현탁액 속에 있는 고체입자와 케이크 내의 고체입자 질량은 전체 고체입자 질량이라는 것이 식 (8)이다. 전체 질량에 대한 식 (12)는 이 그림에서 상등액, 현탁액, 케이크 그리고 여액의 질량의 합이 전체 질량이라는 것을 의미한다.

식 (14)를 사용하기 위한 가장 중요한 항목으로 $(H - H_s)$, 즉 상등액

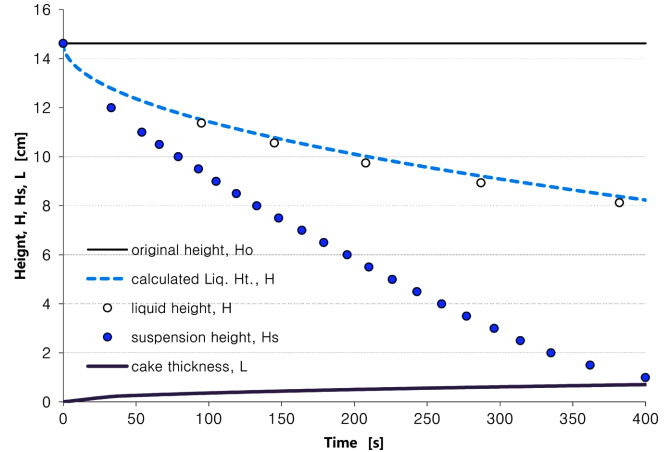


Fig. 9. Heights of liquid, suspension and cake as a function of time in constant pressure filtration at 0.5 atm for CaCO_3 suspension having initial mass fraction of 0.08.

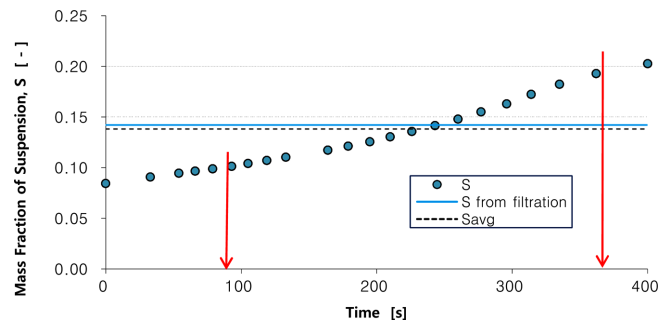


Fig. 10. Mass fraction of suspension from $(H - H_s)$ for the filtration of 8 wt% CaCO_3 suspension.

의 높이가 필요하다. 우리는 실험 요건상 액의 높이 H 와 침전계면의 높이 H_s 를 같은 시간에 측정하지 못하였다. 투과에서 구한 α_{avp} 를 사용하여 각 H_s 에 상응하는 H 를 계산하여 Fig. 9에 점선으로 표시하였다. 약간의 차이는 있으나, 이 계산값 H 를 사용하여 실험값 H_s 에 대한 $(H - H_s)$ 를 구하여 식 (14)에 대입하였다. 이와 같은 방법으로 구한 S 값들을 Fig. 10에 표현하였다.

4-3-3. 침전이 수반되는 현탁액의 고체분율 S 에 대한 검토

앞의 4-2-2 절에서 $\Delta t/\Delta V$ vs. V 그래프의 직선에서 구한 S 값은 한 여과 실험에서 한 개뿐이며, 이 값을 Fig. 10에 수평인 실선으로 나타내었다.

이와 달리 새로 개발한 방법에 의한 이번 경우에는 여과 실험 도중 측정된 H_s 마다 S 값을 구할 수 있다. Fig. 10에서 시작 순간에는 초기 고체분율 S_0 가 S 로 나타나며 이는 개념상 옳다. 그 후 여과가 진행되면서 S 의 값이 점점 상승한다.

침전이 계속되면 아래쪽으로 내려가는 입자가 많아지고 위쪽의 입자가 없는 상등액 부분이 커지므로, 현탁액의 고체분율이 점점 증가할 것이라는 개념을 Fig. 1과 Fig. 9에서 논리적으로 유추할 수 있으며, Fig. 10의 점들은 이 논리를 뒷받침하는 증거가 될 수 있다. 마지막 부분에서의 S 는 S_0 의 2.5배나 되는 높은 값으로 나타난다.

여과에서 구한 S 는 단 하나의 값이며, 지금의 S 는 시간에 따라 변화하는 여러 개의 값으로 서로 비교하기 어렵다. 여과에서 직선의 기울기를 얻기 위해 사용한 데이터는 95초에서 382초까지의 값이었다.

이와 동일한 범위의 시간을 Fig. 10에 화살표 두 개로 나타내었다. 이 범위 내의 S 값들의 평균은 0.1382였으며 이를 수평 점선으로 나타내었다. 여과에서 구한 S는 0.1421이었으므로 2.7%의 차이가 있다. 전혀 다른 두 가지 방법으로 구한 S 값으로는 믿을만하게 일치한다고 판단하였다. 이 결과를 여과에서는 S의 평균 값이 반영되었다고 해석할 수도 있다.

여과가 진행되는 동안 S 값이 변화하는데 불구하고 그 순간마다 여과 결과를 나타내는 $\Delta t/\Delta V$ vs. V 그래프에 반영되지 않는 이유를 명백히 밝힐 수는 없다. 정밀한 여과실험에서는 S의 변화가 나타나서 여과기간에 직선 대신 곡선이 나타날 가능성이 있기는 하다. 그러나 지금까지의 많은 케이크 여과 실험에서 곡선이 나타나는 드문 경우는 입자군집(floc)의 여과와 같이 매우 빠른 침전을 일으킬 경우뿐이었으며 이 때도 대부분의 경우에는 직선이 나타났다. 저자는 초기의 여과에서는 현탁액 속의 질량이나 크기가 큰 입자가 더 많이 포함될 수 있어 질량분율 S가 Fig. 10의 초기 값보다 더 커지며, 후기에는 이미 큰 입자가 앞서 침전하여 케이크에 포함되었으므로 S의 실제 값이 더 작아지는 것으로 생각하였다.

5. 결 론

수평 여과매체를 사용할 경우 침전이 수반되는 케이크 여과의 기작을 알기 위해 다음과 같은 실험과 분석 그리고 계산을 행하였다.

(1) 침전 효과를 제외한 침된 케이크 평균비저항 값을 알기 위해 다음 두 가지 사항을 변화시키며 여과-투과 실험을 수행하였다. 미리 일정 시간을 침전시킨 후 여과-투과를 수행하였으며, 현탁액 농도를 변화시키면서도 같은 실험을 수행하였다. 사전침전의 시간과 현탁액의 농도는 침전 정도에 영향을 주어 여과 기간에 통상적인 방법으로 측정된 케이크 평균비저항 값에 많은 변화를 주나, 투과기간에 측정된 케이크 평균비저항 값에는 거의 변화를 주지 않아 투과기간의 값을 침된 평균비저항 값이라고 결론지을 수 있었다.

(2) 투과기간의 평균비저항 값과, 침전이 영향을 준 여과기간 그래프의 $\Delta t/\Delta V$ vs. V 관계를 나타내는 직선의 기울기 b를 사용하여 여과기간 현탁액의 실제 고체분율 S를 여러 농도의 여과에 대해 구하였다.

(3) 여과 도중 시간에 따른 여과 곡선을 실험에서 측정하고, 시간에 대한 여과-침전 그래프를 개발하여 침전이 수반되는 여과에 대한 분석을 수행하였다.

(4) 침전이 있는 여과에 대해 고체물질 질량수지와 전체 질량수지를 사용하여 새로 개발한 수식 그리고 여과가 진행되는 도중의 침전곡선을 사용하여, 케이크 여과가 진행되는 도중 현탁액의 실제 고체분율 S를 여과 시간에 따라 계산하였다. 이 결과 여과 진행 도중의 S의 변화를 구하였다. 이 값들과 두 번째에서 구한 S를 비교 검토한 결과 동일한 값으로 생각할 수 있다는 결론을 얻었다.

감 사

본 연구는 2011년도 인하대학교 교내연구비로 연구되었으며 지원에 감사드립니다.

사용기호

A	: filtration area [m ²]
b	: slope of straight line for the relation $\frac{dt}{dV}$ vs. V [s/m ²]
H	: liquid level [m]
H _s	: suspension height or height up to solid blanket [m]
H ₀	: original suspension height [m]
L	: cake thickness [m]
m _{cake}	: mass of cake [kg]
m _{filtrate}	: mass of filtrate [kg]
m _{s,cake}	: solid mass in cake [kg]
m _{s,susp}	: solid mass in suspension [kg]
m _{s,total}	: total solid mass in system [kg]
m _{supernatant}	: mass of supernatant [kg]
m _{susp}	: mass of suspension [kg]
m _{total}	: total mass of suspension at the start of filtration [kg]
Δp	: filtration and permeation pressure [Pa]
R _m	: resistance of filter medium [m ⁻¹]
S	: mass fraction of solid in suspension [-]
S _c	: mass fraction of solid in cake [-]
S ₀	: mass fraction of solid in suspension at the start of filtration [-]
t	: filtration time [-]
V	: volume of filtrate per unit filtration area [m ³ /m ²]
W	: dry cake mass per unit filtration area [kg/m ²]

그리스 문자

α_{av}	: average specific cake resistance [m/kg]
$\alpha_{av,f}$: average specific cake resistance by filtration using S ₀ [m/kg]
$\alpha_{av,p}$: average specific cake resistance by permeation [m/kg]
μ	: filtrate viscosity [kg/m·s]
ρ	: liquid density [kg/m ³]

참고문헌

1. Ruth, B. F., Montillon, G. H. and Montona, R. E., "Studies in Filtration, II Fundamental Axiom of Constant-Pressure Filtration," *Ind. Eng. Chem.*, **25**(2), 153-161(1933).
2. Yim, S. S., "A New Method: Filtration-Permeation for Filtration Theory and Application," Proceedings, 5th World Filtration Congress, June, Nice, France, 91-97(1990).
3. Tiller, F. M., Hsyung, N. B., Shen Y. L. and Chen, W., "CATSCAN Analysis of Sedimentation and Constant Pressure Filtration," Proceedings, 5th World Filtration Congress, June, Nice, France, 80-85(1990).
4. Tiller, F. M., Hsyung, N. B. and Cong, D. Z., "Role of Porosity in Filtration: XII. Filtration with Sedimentation," *AIChE J.*, **41**(5), 1153-1164(1995).
5. Yim, S. S., "A Theoretical and Experimental Study on Cake Filtration with Sedimentation," *Korean J. Chem. Eng.*, **16**(3), 308-315(1999).
6. Tiller, F. M. and Cooper H. R., "The Role of Porosity in Filtra-

- tion IV: Constant Pressure Filtration,' *AIChE. J.*, **6**(4), 595-601 (1960).
7. Yim, S. S., Kwon, Y. D. and Kim, H. I., "Effects of Pore Size, Suspension Concentration, and Pre-Sedimentation on the Measurement of Filter Medium Resistance in Cake Filtration," *Korean J. Chem. Eng.*, **18**(5), 741-749(2001).
8. Yim, S. S. and Song, Y. M., "Study on the Total Analysis of Cake Filtration with Filtration-Permeation Method," *J. of KSEE*, **29**(1), 74-81(2007).
9. Ruth, B. F., Montona, R. E. and Montillon, G. H., "Comments Upon Recent Developments in Theory of Filtration," *Ind. Eng. Chem.*, **23**(7), 850(1931).
10. Ruth, B. F., Montillon, G. H. and Montona R. E., "Studied in Filtration I. Critical Analysis of Filtration Theory," *Ind. Eng. Chem.*, **25**(1), 76-82(1933).
11. Yim, S. S., Song, Y. M. and Lee, J. Y., "New Expression Theory Based on Darcy's Equation: Unified Theory on Solid-Liquid Separation," *Korean Chem. Eng. Res.(HWAHAK KONGHAK)*, **41**(4), 471-478(2003).
12. Yim, S. S. and Song Y. M., "Study on the Mechanism of Hindered Sedimentation by 'Unified Theory on Solid-Liquid Separation," *Korean J. Chem. Eng.*, **22**(3), 443-440(2005).
13. Yim, S. S. and Kwon, Y. D., "A Unified Theory on Solid-Liquid Separation: Filtration, Expression, Sedimentation, Filtration by Centrifugal Force, and Cross Flow Filtration," *Korean J. Chem. Eng.*, **14**(5), 354-358(1997).