

## 일정 전위 모드에서의 전기와류 불안정성에 대한 시간-분해 해석

이효민<sup>†</sup>

제주대학교 생명화학공학과  
63243 제주도 제주시 제주대학로 102  
(2019년 12월 23일 접수, 2020년 1월 20일 수정본 접수, 2020년 1월 20일 채택)

## Time-resolved Analysis for Electroconvective Instability under Potentiostatic Mode

Hyomin Lee<sup>†</sup>

Department of Chemical and Biological Engineering, Jeju National University  
102 Jejudaehak-ro, Jeju-si, Jeju-do, 63243, Korea  
(Received 23 December 2019; Received in revised form 20 January 2020; accepted 20 January 2020)

### 요 약

전기와류 불안정성은 전기투석 장치, 갈바니 전지, 전해 전지 등의 이온-선택성 이동 현상계에서 발견되는 비선형 이동 현상이다. 이 불안정성은 이온-선택성 표면 근처 공간 전하층의 요동에 의해 발생하며, 불안정성의 발현은 물질 전달 속도를 증가시켜 준다. 따라서 전기와류 불안정성은 물질 전달 측면에서 중요한 의미를 가진다. 최근의 실험적 방법들이 불안정성의 직접적 가시화를 가능하게 해주었으나, 실험적 한계점에 의해 불안정성의 원론적 연구는 제한된 영역에서만 이루어지고 있다. 본 연구에서는 일정 전위 모드에서의 전기와류 불안정성에 대한 수치 해석을 진행하여 전류-시간 곡선과 불안정성의 거동 간의 상관관계를 밝히고자 하였다. 시간-분해 해석을 통하여, 불안정성의 발달 거동을 SCL 형성 - 전기와류 불안정성의 성장 - 정상 상태 도달로 구분 지었다. 더불어, 인가 전위에 따른 전이 시간들의 크기 법칙 또한 수치적으로 유도하였다.

**Abstract** – Electroconvective instability is a non-linear transport phenomenon which can be found in ion-selective transport system such as electrodialysis, Galvanic cell and electrolytic cell. The instability is triggered by the fluctuation of space charge layer in adjacent of ion-selective surface, leading to increase of mass transport rate. Thus, in the aspect of mass transport, the instability has an important meaning. Although recent experimental techniques have opened up an avenue to direct visualize the instability, fundamental investigations have been conducted in limited area due to several experimental limitations. In this work, the electroconvective instability under potentiostatic mode was solved by numerical method in order to demonstrate correlation between current-time curve and the instability behavior. By rigorous time-resolved analysis, the transition behaviors can be divided into three stages; formation of space charge layer - growth of electroconvective instability - steady state. Furthermore, scaling laws of transition time were numerically obtained according to applied voltage as well.

**Key words:** Electroconvective instability, Ion-selective transport, Potentiostatic mode, Time-resolved analysis, Transition time

### 1. 서 론

전기와류 불안정성(electroconvective instability)은 전기투석 장치, 갈바니 전지, 전해 전지 등에서 발생하는 비선형 이동 현상 중 하나이다. 이 불안정성은, Fig. 1과 같이, 이온-선택성 표면(e.g. 양/

음이온 교환 막, Faraday 반응을 수반하는 전극, 전기화학 촉매 등) 근처에 형성된 공간 전하 층(space charge layer)의 요동에 의해 실효 유체 흐름이 발생하는 것을 뜻하며, 정형화되지 않은 혼돈 유동인 점이 특징이다. Rubinstein과 Zaltzman의 이론 연구[1,2]에 의해 2000년에 제시된 전기와류 불안정성은 2007년에 실험적으로 규명[3,4]되면서 미세유체역학 및 이동현상 분야의 주된 연구 주제가 되어오고 있다.

이러한 불안정성은 이온-선택성 표면 근처에서 발생하여 물질 전달 속도를 향상시켜 주기 때문에, 불안정성의 거동 파악은 장치 설계에 있어 매우 중요하다. 그러나 대부분의 이온-선택성 표면을 활

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.

E-mail: fluid@jeju.ac.kr

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

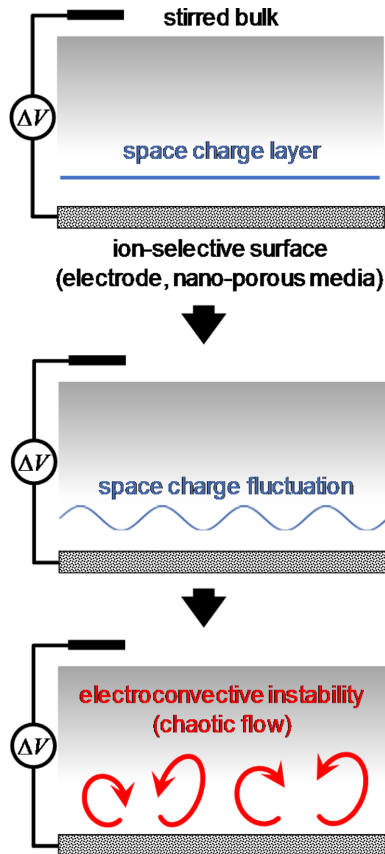


Fig. 1. Mechanism of electroconvective instability. The fluctuation of a space charge layer nearby ion-selective surface leads electroconvective instability as a chaotic flow.

용하는 계(e.g. 전기투석 장치, 화학 전지)는 근본적으로 폐쇄되어 있기 때문에, 그 안쪽의 이동 현상을 가시화하는 것은 불가능하다. 최근, MEMS 기술을 이용하여 가시화를 위한 미세유체역학 장치를 제작하고, 이를 통해 전기와류 불안정성에 대한 직접적인 실험 연구가 진행이 되고 있으나[5-8], 가시화된 유동장 및 농도 경계층을 통한 불안정성의 거동 해석은 제한된 영역에서 이루어지고 있다. 왜냐하면, 전기와류는  $O(100) \mu\text{m/s}$  이상의 미세유체역학적으로 매우 빠른 혼돈 유동[3]이며, 이온-선택성 표면 근처의 전기장에 의해 유동 표지 물질들이 전기와류가 생성되는 지점에서 전기적으로 배척[9]되어 유동 가시화가 어렵기 때문이다.

본 연구에서는 전기와류 불안정성에 대하여 수치 해석 연구를 진행하여, 전류-시간 곡선과 불안정성의 발달 거동 간의 직접적 상관 관계를 밝히고자 한다. 전류-시간 곡선은 실험적으로 쉽게 측정이 가능하기 때문에, 복잡한 가시화 절차없이 불안정성의 거동을 파악할 수 있으며 실제 전기투석 장치나 화학 전지에도 동일한 방법론이 적용 가능할 것이다. 더불어, 전기와류 불안정성의 발달 거동에 대한 전이 시간의 크기 법칙과 전이 도표를 구성하였다.

## 2. 수치 해석 방법

### 2-1. 지배 방정식 및 경계 조건

본 연구의 해석 영역은 Fig. 2(a)에 나타난 주기적 경계를 가지는 2차원 공간이다.  $y=0$ 에 양이온-선택성 표면(cation-selective surface)

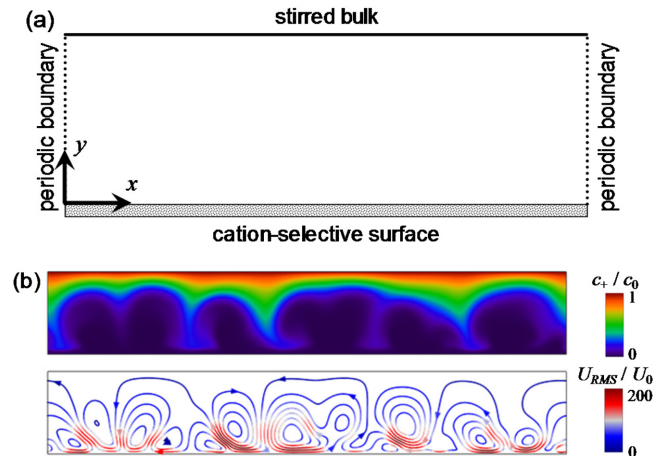


Fig. 2. (a) Numerical domain. (b) Numerical results of cation concentration and flow stream lines when applied voltage of potentiostatic mode was  $60V_T$ .

을 두었으며,  $y$  방향의 다른 경계에 혼합된 벌크(stirred bulk)를 설정하여 전기와류 불안정성이 생성되는 경계층 내부의 전기동역학적 이동 현상을 수치 해석하였다.

전기와류 불안정성의 해석을 위하여, (1) Poisson 방정식, (2) Nernst-Planck 방정식, (3) 연속 방정식, (4) Stokes 방정식을 완전-결합 방식[10-12]으로 수치해를 구하였다. 각각의 무차원화 방정식은 다음과 같다.

$$-\nabla^2 \tilde{\phi} = \frac{1}{2\lambda_D^2} (\tilde{c}_+ - \tilde{c}_-) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}_\pm}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\nabla} \cdot (-\tilde{\nabla} \tilde{c}_\pm \mp \tilde{c}_\pm \tilde{\nabla} \tilde{\phi} + \tilde{c}_\pm \tilde{\mathbf{u}}) \quad (2)$$

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{Sc} \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\nabla} \tilde{p} + \tilde{\nabla}^2 \tilde{\mathbf{u}} - \frac{\kappa}{2\lambda_D^2} (\tilde{c}_+ - \tilde{c}_-) \tilde{\nabla} \tilde{\phi} \quad (4)$$

여기에서 틸데(tilde,  $\sim$ ) 기호를 사용하여 기재한 변수는 무차원 변수에 해당한다. 무차원화를 위한 특성 크기들은 Table 1에 정리하였다. Stokes 방정식인 식 (4)에서 쓰이는 무차원 수들의 정의는 다음과 같다.

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D} \quad (5)$$

$$\kappa = \frac{\varepsilon V_T^2}{\mu D} \quad (6)$$

$$\tilde{\lambda}_D = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\varepsilon R T}{2 F^2 c_0}} \quad (7)$$

각각 Schmidt 수, 전기수력학적 결합 상수(electrohydrodynamic coupling constant), 무차원 Debye 길이에 해당한다.

식(1) ~ (4)와 함께, 다음의 적합한 경계 조건을 설정하여 전기와류 불안정성을 해석하였다. 해석 영역의 윗면( $\tilde{y} = 1$ )인 혼합된 벌크 경계에서는 일정 전위, 벌크 농도, 비-미끄럼 조건을 주었다. 윗면의 경계에서 비-미끄럼 조건과 미끄럼 조건은 수치해에 큰 영향

**Table 1. Characteristic scales**

Physical quantity	Characteristic scale	Description
Time	$\tau_D = \frac{L^2}{D}$	Diffusion time scale
Length	$L$	y-directional length of numerical domain
Electric potential	$V_T = \frac{RT}{F}$	Thermal voltage
Concentration	$c_0$	Bulk concentration
Pressure	$\frac{\mu D}{L^2}$	Diffusion-scaled pressure
Flow velocity	$U_0 = \frac{D}{L}$	Diffusion-scaled velocity
Current density	$i_0 = \frac{FDc_0}{L}$	Diffusion-limited current density

을 주지 않는다. 그러므로 해석의 편의를 위해 계산 비용이 크지 않은 비-미끄럼 조건을 적용한다.

$$\tilde{\phi} = \tilde{V}, \quad \tilde{c}_{\pm} = 1, \quad \mathbf{u} = 0 \quad (8)$$

해석 영역의 아랫면( $\tilde{y} = 0$ )에서는 Donnan 전위, 양이온에 대한 Donnan 농도, 이상적 양이온 선택성, 비-미끄럼 조건을 주었다.

$$\tilde{\phi} = -\ln \tilde{N}, \quad \tilde{c}_{+} = \tilde{N}, \quad -\frac{\partial \tilde{c}}{\partial \tilde{y}} + c \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \tilde{y}} = 0, \quad \mathbf{u} = 0 \quad (9)$$

해석 영역의 양 옆면( $\tilde{x} = 0, \tilde{x} = 2\pi$ )은 지배 방정식의 각 종속 변수에 대하여 주기적 경계 조건을 설정하였다. 식 (1)~(4), (8)~(9)를 유한 요소법을 통해 완전-결합 해석하였으며, Fig. 2(b)와 같이 전기와류 불안정성에 의한 농도장과 유동장의 요동을 수치적으로 구할 수 있다. Table 2에는 본 연구에서 사용한 수치 해석 변수들을 기재하였다.

본 연구에서 유한요소법 상용 프로그램인 COMSOL Multiphysics 4.4를 사용하였다. 해당 프로그램을 통한 전기와류 불안정성의 해석에 대하여, 메쉬 크기에 따른 정확도 분석 정보는 Karatay에 의해 수행된 연구[13]를 통해 확인할 수 있다. 해당 연구에서 종횡비가 1:2인 해석 영역에 대하여 (x 방향 메쉬 갯수) × (y 방향 메쉬 갯수) = 8075일 때, 면-평균 오차는  $6.8 \times 10^{-6}$ 이다. 본 연구에서는 동일 면적에 대하여 (x 방향 메쉬 갯수) × (y 방향 메쉬 갯수) =  $200 \times 100 = 20,000$ 개의 메쉬 갯수를 설정하여,  $O(10^{-6})$ 이하의 면-평균 오차를 가지는 수치해를 얻을 수 있었다.

## 2-2. 전기동역학적 변수의 정량화

전기와류 불안정성의 시간-분해 해석을 위해서, 전기동역학적인 변수를 수치적으로 정량화 해야 한다. 본 연구에서는 전하 운반체인 이온들의 물질 전달에 의한 전류 밀도(current density)와 전기와류의

**Table 2. Numerical parameters and used values**

Parameter	Value	Description
$Sc$	1000	Schmidt number
$\kappa$	0.5	Electrohydrodynamic coupling constant
$\tilde{\lambda}_D$	0.001	Debye length
$\tilde{V}$	25 – 100	Applied voltage of potentiostatic mode
$\tilde{N}$	2	Donnan concentration

제곱-평균-제곱근 속도(root-mean-square velocity, RMS velocity)를 수치 적분을 통하여 정량화 하였다. 전류 밀도는 혼합된 벌크 경계( $\tilde{y} = 1$ )에서 양이온과 음이온 플럭스의 차를 평균 내어 구할 수 있다. 수학적으로, 다음의 적분을 통해 구할 수 있다.

$$\tilde{i} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial \tilde{c}}{\partial \tilde{y}} + \tilde{c}_{+} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \tilde{y}} \right) - \left( \frac{\partial \tilde{c}}{\partial \tilde{y}} - \tilde{c}_{-} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \tilde{y}} \right) d\tilde{x} \quad (10)$$

전기와류의 제곱-평균-제곱근 속도는 해석 영역 전체에 대하여 다음의 적분을 통해 정량화 할 수 있다.

$$\tilde{U}_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \tilde{u}_x^2 + \tilde{u}_y^2 d\tilde{x} d\tilde{y}} \quad (11)$$

두 변수의 정량화를 통해, 전기와류 불안정성의 전이 시간, 초기 성장 속도, 완화 시간을 수치적으로 구하였다.

## 2-3. 전기와류 불안정성의 전이 시간 결정

불안정성의 발달 양상에 따른 전이 시간은 수치해에 대한 회귀 분석을 통하여 얻었다. 전기와류 불안정성이 출현하는 시간은 RMS속도에 대하여 다음의 곡선 적합 함수(curve fitting function)를 사용하여 구하였다.

$$\tilde{U}_{RMS} = \exp[\tilde{G}_0(\tilde{t} - \tilde{t}_{EC})] \quad (12)$$

상기의 식에서  $\tilde{t}_{EC}$ 가 전기와류 불안정성의 시작 시간에 해당한다.  $\tilde{G}_0$ 는 불안정성의 초기 성장 속도를 의미한다. 식 (12)의 적합 함수는 오직 RMS 속도가 급격히 증가하는 초기 단계까지 유효하다. 불안정성의 시작 이후부터 정상 상태까지는 다음의 함수를 사용하였다.

$$\tilde{i} = \tilde{i}_{ss} + A \exp\left(-\frac{\tilde{t}}{\tilde{\tau}_{relax}}\right) \quad (13)$$

전류 밀도에 대한 회귀 분석을 통하여 정상 상태 전류( $\tilde{i}_{ss}$ )와 완화 시간( $\tilde{\tau}_{relax}$ )을 결정할 수 있다. 지수 함수의 특성상, 정상 상태는  $\tilde{t} \rightarrow \infty$  일 때 도달한다. 그러나 유한한 시간 대역을 결정하기 위하여, 회귀 분석한 전류 밀도가  $0.9 \leq \frac{\tilde{i}}{\tilde{i}_{ss}} \leq 1.1$  일 때를 정상 상태에 도달했다고 가정하였다.

## 3. 결과 및 고찰

### 3-1. 전기와류 불안정성의 시간에 따른 변화

전기와류 불안정성의 시간-분해 해석은 확산 시간 크기(diffusion time scale)까지의 시간 영역에 대하여 수행하였다. 다시 말해, 무차원 시간  $\tilde{t} = 1$  까지의 수치해를 의미한다. 전기와류 불안정성이 발생하는 과한계 영역에서 정상 상태 돌입은  $\tilde{t} \ll 1$  일 때 이루어진다고 보고되어 있기 때문에[13], 본 연구에서 상정한 시간 영역은 불안정성의 발현부터 정상 상태 돌입의 이동 현상을 해석하기 충분하다.

Fig. 3(a)와 3(b)에는  $\tilde{V} = 60$ 의 일정 전위 모드에서 해석 영역의 시간에 따른 양이온 농도와 공간 전하 분포가 나타나 있다.  $\tilde{t} = \frac{t}{\tau_D} = 0.001$  일 때, 농도 경계층과 공간 전하 층(space charge layer, SCL)이 양이온-선택성 표면 근처에 형성된다. 그러나 이 시간대역에서는 전기와류 불안정성이 나타나지 않는다. 이를 통해, SCL의 형성은 전기와류 불안정성에 대한 필요 조건임을 알 수 있

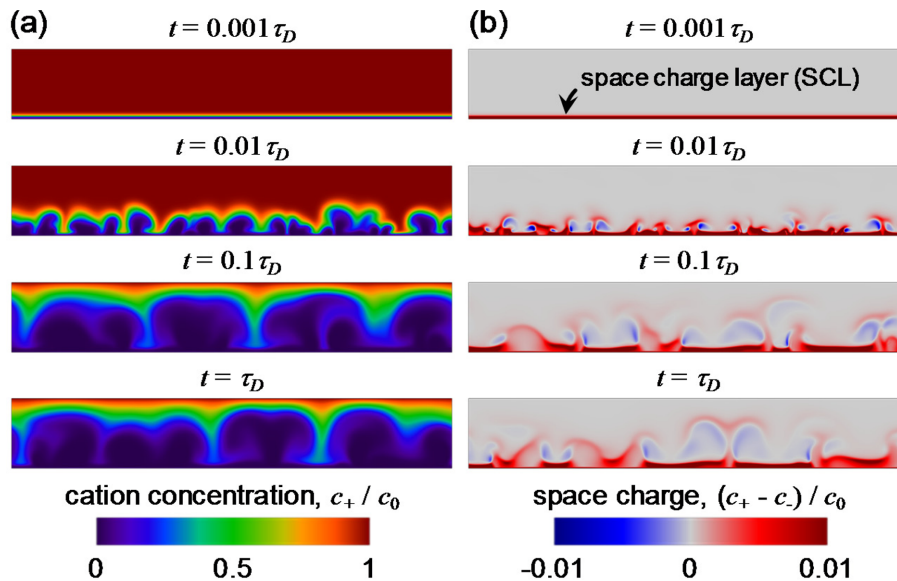


Fig. 3. Sequential images of (a) cation concentration and (b) space charge when applied voltage of potentiostatic mode was  $60V_T$ .

다. 다시 말해, SCL의 형성은 항상 전기와류 불안정성을 보장하지 않는다. 이러한 거동은 전기와류 불안정성에 대한 임계 전압 (threshold voltage)과 이력 거동(hysteretic behavior)[14]이 왜 존재 하는지에 대한 전기동역학적인 이유가 된다.  $0.001 < \tilde{t} < 0.01$  에서 발생한 SCL의 요동이 유효한 유체 흐름으로 발달할 수 있다면, Fig. 3의 두번째 줄과 같이 농도장의 요동을 관찰할 수 있다. 농도장, SCL, 유동장의 시간-공간에 따른 요동은 양의 피드백(positive feedback)방식으로 맞물려 있으며[1], 불안정성의 발현 이후 소멸하지 않고 끊임없이 변화하는 혼돈의 형태를 보여준다. 이러한 불안정성의 정상 상태 도달은  $\tilde{t} \sim O(0.1)$  에서 이루어지는 것을 수치 해석 결과를 통해 정성적으로 알 수 있다.

### 3-2. 시간-분해 해석

식 (10)~(13)을 통하여, 해석 영역에서 발생한 전기와류 불안정성의 전이 시간을 결정할 수 있다. 본 연구에서는 전류 밀도와 RMS 속도를 선택하여 불안정성에 대한 시간-분해 해석을 진행하였다. Fig. 4와 같이 시간에 따라 전류 밀도와 RMS 속도는 변화하며, 이를 통해 전기와류 불안정성의 발달 양상을 파악할 수 있다. 3-1절의 결과와 비교를 통해, 전기와류 불안정성의 발달에 대하여 (1) SCL 형성, (2) 전기와류 불안정성의 성장, (3) 정상 상태순으로 나타낼 수 있다.

SCL 형성과 전기 SCL 형성 단계에서는 전기와류가 형성되지 않으며, 따라서  $\tilde{U}_{RMS} = 0$  이다. SCL이 점점 두꺼워지면서, 양이온-선택성 표면 근처의 전기 저항을 높이기 때문에 일정 전위 모드에서의 전류 밀도는 감소하게 된다. SCL 요동에 의해 유효한 전기와류가 발생하게 되면, RMS 속도가 급격히 증가하게 되며 대류 전달에 의해 전류 밀도가 상승한다(전류-시간 도표에서 점선 원으로 강조된 부분 참조). 비록 전기와류는 대류 전달에 의해 물질 전달 효율을 증가시키지만, 경계층 또한 혼합된 벌크 계면까지 확장시키게 되므로 정상 상태에 도달할 때까지 전류 밀도는 계속하여 감소하게 된다. 그럼에도 불구하고, RMS 속도의 변화는 크지 않다.

수치 해석을 통하여 알아낸 전기와류 불안정성의 시간-분해 해석

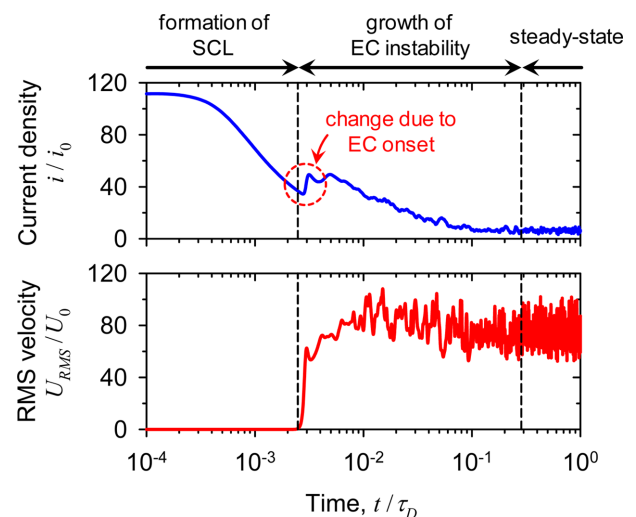


Fig. 4. Numerically quantified current density and RMS velocity as a function of time when applied voltage of potentiostatic mode was  $60V_T$ .

은 실험적으로 중요한 의미를 가진다. 일반적으로, 이온-선택성 표면이 쓰이는 전기투석 장치나 갈바니 전지, 전해 전지에서 일어나는 이동 현상의 가시화는 매우 어렵다. 따라서 이동 현상의 특성 파악을 위해 사용하는 실험적 방법은 시간-전류 곡선, 시간-전압 곡선, 전류-전압 곡선, 순환 전류-전압 곡선 등의 전기적인 물리량 파악에 국한된다. 이러한 실험적 제약점에도 불구하고, 본 연구의 결과에 따르면, 일정 전위 모드에서 얻을 수 있는 시간-전압 곡선을 통하여 전기와류 불안정성의 출현 및 정상 상태 돌입을 실험적으로 결정할 수 있다.

### 3-3. 전이 시간

이전 절의 전이 시간 결정을 다양한 인가 전위에 대하여 수행하면, Fig. 5의 전이 시간 도표를 얻을 수 있다. 전기와류 불안정성은 임계 전압( $V_{onset}$ ) 이상에서만 발생하므로, Fig. 5의 x축은 임계 전압

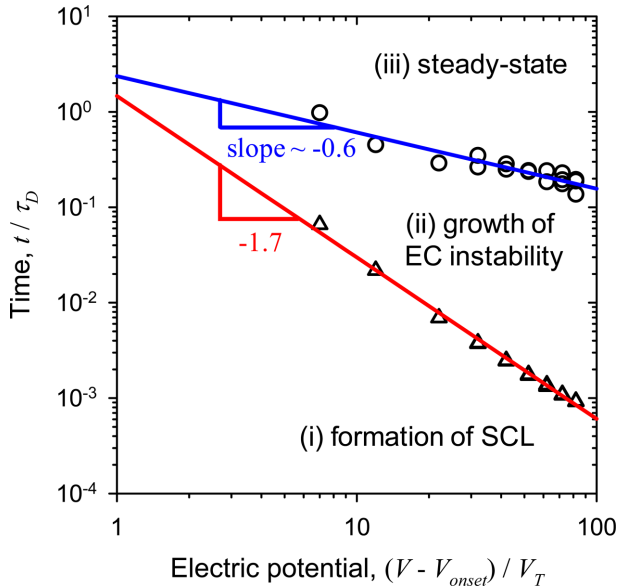


Fig. 5. Transition diagram of electroconvective instability.

을 포함해야함이 바람직하다. 불안정성의 시작 및 정상 상태 도달은 일정 전위 모드의 인가 전위가 커질수록 감소하는 추세를 보이지만, 각각의 크기 법칙(scaling law)은 서로 다르다. 불안정성의 시작 시간은

$$\tilde{t}_{EC} \sim (\tilde{V} - \tilde{V}_{onset})^{-1.7} \quad (14)$$

이며, 정상 상태 도달 시간은

$$\tilde{t}_{ss} \sim (\tilde{V} - \tilde{V}_{onset})^{-0.6} \quad (15)$$

이다. 불안정성의 시작은 인가 전위에 더 민감하게 반응하지만, 전위가 높을수록 SCL형성에서 정상 상태까지 도달하는 소요 시간(즉, Fig. 5의 (ii)전기과류 불안정성의 성장 단계)은 더욱 길어지게 된다.

이러한 거동의 이유는 Fig. 6을 통하여 알 수 있다. Fig. 6(a)는 전기과류 불안정성의 초기 성장 속도(initial growth rate)를 나타낸다. 인가 전위가 높을수록 초기 성장 속도는 대략 제곱 법칙으로 가파르게 증가한다. 따라서 불안정성의 시작 시간은 인가 전위가 높을수록 작아지며, 이는 식 (14) 혹은 전이 시간 도표를 통해 알 수 있다. Fig. 6(b)는 완화 시간(relaxation time)을 나타낸 도표이다. 완화 시간은 계로 유입된 초기 자극이 소멸까지 걸리는 시간에 대한 척도이다. 인가 전위가 높아질수록 완화 시간이 작아지는 것은 전해질 유체의 점성 소실에 기인한다. 따라서, 비록 높은 인가 전위에서는 불안정성이 빠르게 출현하여 성장하지만, 작은 완화 시간에 의해 초기의 운동량을 오래동안 지속하지 못한다. 이로 인해, 인가 전위가 높아질수록, 정상 상태로의 도달 소요 시간이 길어지게 된다.

본 연구의 정상 상태 정의는  $0.9 \leq \frac{\tilde{t}}{\tilde{t}_{ss}} \leq 1.1$ 이지만, 시간-전류 곡선상에서  $\tilde{t} \gg \tilde{t}_{relax}$ 인 경우의 전류 밀도 값은 정상 상태 값과 큰 차이를 보이지 않는다. 따라서 실험적으로는 완화 시간 이후에 대하여 유사 정상 상태 근사(quasi steady state approximation)를 도입하여 불안정성을 분석하여도 무방하다.

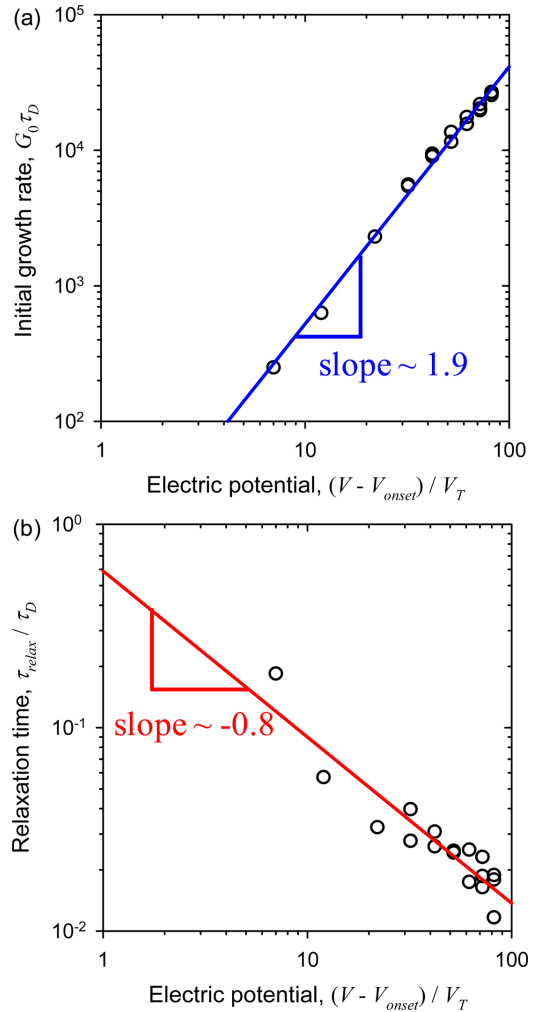


Fig. 6. (a) Initial growth rate and (b) relaxation time of electroconvective instability as a function of modified applied voltage.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 이온-선택성 표면을 통과하는 전기적인 이동 현상에 의해 발생하는 전기과류 불안정성에 대한 시간-분해 해석을 수행하여, 불안정성의 발달 거동의 전이 시간을 연구하였다. 일정 전위 모드로 운전되는 이온-선택성 계를 해석 영역으로 하여, 이온 농도 및 공간 전하 분포, 유동장의 수치해를 얻었다. 그리고 전류 밀도와 RMS 속도로 불안정성의 전기동역학적 특징을 정량화 하여, 불안정성의 발달 거동을 SCL 형성 - 전기과류 불안정성의 성장 - 정상 상태 도달로 구분 지었다. 또한, 다양한 인가 전위에 대하여 전이 시간을 계산하여, 인가 전위에 따른 전이 시간의 크기 법칙을 수치적으로 유도하였다. 본 연구 결과는, 일반적으로 가시화하기 어려운 전기과류 불안정성에 대해, 전류-시간 곡선과 불안정성의 발달 거동 간의 직접적 상관관계를 밝힘으로써 실험적인 연구 방법론으로 활용 가능할 것이다.

#### 감 사

이 논문은 2019년도 제주대학교 교원성과지원사업에 의하여 연구되었습니다.

## 사용기호

$A$	: Fitting parameter
$c_0$	: Bulk concentration [mol/m <sup>3</sup> ]
$\tilde{c}_+$	: Dimensionless cation concentration
$\tilde{c}_-$	: Dimensionless anion concentration
$D$	: Diffusivity [m <sup>2</sup> /s]
$F$	: Faraday constant [C/mol]
$G_0$	: Initial growth rate [1/s]
$\tilde{G}_0$	: Dimensionless growth rate
$i_0$	: Diffusion-limited current density
$\tilde{i}$	: Dimensionless current density
$\tilde{i}_{ss}$	: Dimensionless current density of steady-state
$L$	: y-directional length of numerical domain [m]
$\tilde{N}$	: Dimensionless Donnan concentration
$\tilde{p}$	: Dimensionless pressure
$R$	: Gas constant [J/mol/K]
$T$	: Temperature [K]
$Sc$	: Schmidt number
$\tilde{t}$	: Dimensionless time
$\tilde{t}_{EC}$	: Dimensionless onset time of electroconvective instability
$U_0$	: Characteristic velocity scale
$\tilde{U}_{RMS}$	: Dimensionless root-mean-square velocity
$\tilde{\mathbf{u}}$	: Dimensionless flow field
$\tilde{V}$	: Dimensionless applied voltage of potentiostatic mode
$V_T$	: Thermal voltage scale [V]
$x, y$	: Positions in the Cartesian coordinate system [m]
$\tilde{x}, \tilde{y}$	: Dimensionless positions in the Cartesian coordinate systems
$\varepsilon$	: Electrical permittivity [F/m]
$\tilde{\phi}$	: Dimensionless electrical potential
$\kappa$	: Electrohydrodynamic coupling constant
$\tilde{\lambda}_D$	: Dimensionless Debye length
$\mu$	: Viscosity [Pa·s]
$\rho$	: Density [kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau_D$	: Diffusion time scale
$\tilde{\tau}_{relax}$	: Relaxation time

## References

- Rubinstein, I. and Zaltzman, B., "Electro-Osmotically Induced Convection at a Permselective Membrane," *Phys. Rev. E*, **62**(2), 2238-2251(2000).
- Rubinstein, I. and Zaltzman, B., "Electro-osmotic Slip of The Second Kind and Instability in Concentration Polarization at Electrodialysis Membranes," *Math. Models Methods Appl. Sci.*, **11**(02), 263-300(2001).
- Kim, S. J., Wang, Y.-C., Lee, J. H., Jang, H. and Han, J., "Concentration Polarization and Nonlinear Electrokinetic Flow near a Nanofluidic Channel," *Phys. Rev. Lett.*, **99**(4), 044501(2007).
- Rubinstein, S. M., Manukyan, G., Staicu, A., Rubinstein, I., Zaltzman, B., Lammertink, R. G. H., Mugele, F. and Wessling, M., "Direct Observation of a Nonequilibrium Electro-Osmotic Instability," *Phys. Rev. Lett.*, **101**(23), 236101(2008).
- Yossifon, G. and Chang, H.-C., "Selection of Nonequilibrium Overlimiting Currents: Universal Depletion Layer Formation Dynamics and Vortex Instability," *Phys. Rev. Lett.*, **101**(25), 254501(2008).
- Kim, S. J., Ko, S. H., Kwak, R., Posner, J. D., Kang, K. H. and Han, J., "Multi-vortical Flow Inducing Electrokinetic Instability in ion Concentration Polarization Layer," *Nanoscale*, **4**(23), 7406-7410(2012).
- Kwak, R., Pham, V. S., Lim, K. M. and Han, J., "Shear Flow of an Electrically Charged Fluid by Ion Concentration Polarization: Scaling Laws for Electroconvective Vortices," *Phys. Rev. Lett.*, **110**(11), 114501(2013).
- Green, Y. and Yossifon, G., "Dynamical Trapping of Colloids at the Stagnation Points of Electro-osmotic Vortices of the Second Kind," *Phys. Rev. E*, **87**(3), 033005(2013).
- Kim, S. J., Li, L. D. and Han, J., "Amplified Electrokinetic Response by Concentration Polarization near Nanofluidic Channel," *Langmuir*, **25**(13), 7759-7765(2009).
- Druzgalski, C. L., Andersen, M. B. and Mani, A., "Direct Numerical Simulation of Electroconvective Instability and Hydrodynamic Chaos Near an Ion-selective Surface," *Phys. Fluids*, **25**(11), 110804(2013).
- Demekhin, E. A., Nikitin, N. V. and Shelistov, V. S., "Direct Numerical Simulation of Electrokinetic Instability and Transition to Chaotic Motion," *Phys. Fluids*, **25**(12), 122001(2013).
- Lee, H., "Electroconvective Instability on Undulated Ion-selective Surface," *Korean Chem. Eng. Res.*, **57**(5), 735-742(2019).
- Karatay, E., Druzgalski, C. L. and Mani, A., "Simulation of Chaotic Electrokinetic Transport: Performance of Commercial Software Versus Custom-built Direct Numerical Simulation Codes," *J. Colloid Interface Sci.*, **446**, 67-76(2015).
- Pham, V. S., Li, Z., Lim, K. M., White, J. K. and Han, J., "Direct Numerical Simulation of Electroconvective Instability and Hysteretic Current-voltage Response of a Permselective Membrane," *Phys. Rev. E*, **86**(4), 046310(2012).