

단일 계단 응답에 근거한 Wiener형 비선형 공정의 간편한 모델 확인 방법

임상훈* · 허재필* · 성수환*[†] · 이지태* · 이용제**

*경북대학교 화학공학과

41566 대구광역시 대학로 80

**Technical Engineer, LX Hausys America

30339 900 Circle 75 Parkway Suite 1500 US GA Atlanta

(2022년 8월 6일 접수, 2022년 9월 23일 수정본 접수, 2022년 9월 30일 채택)

Single Step Response Based Method for the Simple Identification of Wiener-type Nonlinear Process

Sanghun Lim*, Jea Pil Heo*, Su Whan Sung*[†], Jietae Lee* and Friedrich Y. Lee**

**Department of Chemical Engineering, Kyungpook National University, Daegu, 41566, Korea*

***Technical Engineer, LX Hausys America, GA, USA*

(Received 6 August 2022; Received in revised from 23 September 2022; Accepted 30 September 2022)

요 약

동적 선형 블록과 정적 비선형 블록이 직렬로 연결되어 있는 Wiener형 비선형 모델은 여러 화학 공정의 동특성을 묘사하는데 널리 사용되는데, Wiener형 비선형 공정의 모델 확인은 다소 긴 공정 활성화 데이터가 필요하다. 본 연구는 이러한 단점을 보완하기 위하여 단일 계단 응답으로부터 Wiener형 비선형 공정 모델을 찾아낼 수 있는 새로운 모델 확인 방법을 제안한다. 제안된 방법은 계단 응답의 초기 응답으로부터 선형 동적 블록의 예측 응답을 얻어 선형 동적 블록의 모델을 확인하고, 이어서 비선형 정적 블록의 모델을 확인한다. 본 방법은 단일 계단 응답만을 사용하여 공정 모델 확인을 위해 필요한 공정 응답을 얻는 과정에서 시간과 비용적으로 큰 이득을 얻을 수 있다. 제안된 공정 확인 방법의 성능은 대표적인 Wiener형 비선형 공정인 pH 적정 공정과 액위 공정을 대상으로 검증되었다.

Abstract – The Wiener-type nonlinear model where a static nonlinear block follows a dynamic linear block is widely used to describe the dynamics of chemical processes. A long process excitation step is typically needed to identify this Wiener-type nonlinear model with two blocks. In order to cope with this disadvantage, an identification method for the Wiener-type nonlinear model that uses only a single-step response is proposed here. The proposed method estimates the response of the dynamic linear sub-block from the initial part of the step response, and then the static nonlinear sub-block is identified. Because the only single-step response is used to identify the Wiener-type nonlinear model, there is great benefit in time and cost for obtaining process response. The performance of the proposed identification method with the single-step response is verified through a representative Wiener-type nonlinear process, a pH titration process, and a liquid level system.

Key words: Wiener-type nonlinear process, process identification, single pulse response, pH process

1. 서 론

동적 선형(dynamic linear) 블록과 정적 비선형(static nonlinear) 블록이 직렬로 연결된 공정을 Wiener형 비선형 공정이라 한다[1]. 많은 화학공정이 Wiener형 비선형 모델을 통해 표현될 수 있는데, 대표적인 예시로, pH 적정 공정[2-4], 선택적 산화 반응 공정[5], 연

료전지 공정[6,7], 고순도 증류탑 공정[8] 등을 여러 문헌에서 확인할 수 있다. 대표적인 Wiener형 비선형 공정인 pH 적정 공정을 예로 들면, 각 성분의 물질 수지는 동적 선형 블록에 해당하고, 빠른 평형 반응으로 인한 수소 이온 농도의 변화는 정적 비선형 블록에 해당한다. 비슷하게 연료전지의 경우 공급되는 수소를 메탄올 개질 반응기로부터 얻는 경우, 연료전지의 전극에 해가 되는 일산화탄소의 농도를 낮추는 선택적 산화 반응 공정이 Wiener형 비선형 공정인데, 이 경우 에너지 수지에 의한 반응기 온도 변화가 동적 선형 블록에 해당하고, 일산화탄소가 산화되는 반응이 정적 비선형 블록에 해당한다. 산화 반응은 발열 반응으로 반응기 에너지 수지에 영향을 주지만 해당 공정의 경우 낮은 농도의 일산화탄소가 산화하기 때문에

[†] To whom correspondence should be addressed.

E-mail: suwhansung@knu.ac.kr

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

이를 무시할 수 있어 Wiener형 비선형 공정으로 표현할 수 있다[5].

일반적인 선형 공정의 모델 확인 방법들이 Wiener형 비선형 공정의 모델 확인에도 사용될 수 있으나[9], 모델 변수에 대하여 비선형이기 때문에 반복 계산이 요구된다. 더불어 동적 선형 블록과 정적 비선형 블록이 다수의 매개 변수를 가질 수 있고, 해당 변수들이 서로 간섭할 수 있기 때문에, 정밀한 모델 확인을 위해서 공정 응답을 얻기 위한 공정 활성화 과정이 다소 길어져야 하고, 매개변수 선정 및 추정에 주의를 기울여야 한다. 이를 개선하기 위하여 모델 확인을 위한 공정 입력을 설계하여 Wiener형 비선형 공정의 두 블록을 독립적으로 확인할 수 있는 모델 확인 방법들이 제안되었다. 가장 대표적인 두가지 방법은 크기가 다른 두 계단 응답을 이용하는 방법[10]과 정현파와 응답(sinusoidal response)을 이용하는 방법[11]이 있다. 이들은 기존 방법과 비교하여 공정 응답을 얻기 위한 실험 시간도 적고, 두 블록을 독립적으로 따로 모델 확인을 하기 때문에 계산량도 적다.

본 연구는 기존의 방법을 획기적으로 개선하여 단일 계단 응답으로부터 Wiener형 비선형 공정의 두 블록을 독립적으로 확인할 수 있는 방법을 제안하였다. 공정을 최단 시간에 새로운 정상상태에 도달하게 하는 시간최적제어(time-optimal control) 방법[12]은 오랜 기간 연구된 최적 제어 방법인데 최근 이를 이용하여 선형 공정의 모델 확인을 위한 실험 시간을 크게 줄일 수 있는 방법[13,14]이 제안되었다. 본 연구는 해당 방법을 Wiener형 비선형 공정의 모델 확인에 이용하였다. 제안된 방법은 계단 응답의 초기 응답이 선형 영역에 있다는 가정 아래 동적 선형 블록의 계단 응답을 예측한다. 이어 이 동적 선형 블록의 예측된 계단 응답과 공정 출력의 계단 응답으로부터 정적 비선형 블록의 관계식을 찾는다. 동적 선형 블록을 확인하는 방법은 앞서 제시된 선형 공정의 모델 확인 방법을 활용하고, 이를 통해 추정된 동적 선형 블록의 계단 응답과 공정 출력의 계단 응답의 차이로부터 Wiener형 비선형 모델의 필요 유무를 판단할 수 있다. 제안된 방법은 계단 응답의 초기 응답이 선형이어야 한다는 가정을 기반으로 하는 근사적인 방법이므로 해당 가정의 한계를 완화할 수 있는 방법을 추가적으로 제시하였다. 제안된 방법은 근사적 방법이지만 Wiener형 비선형 공정의 제어기 자동 튜닝 등에 응용하는데 어려움이 없고, 공정 모델 확인을 위한 공정 실험 시간과 비용을 획기적으로 줄일 수 있다.

2. Wiener형 비선형 공정의 자동 튜닝 모델 확인

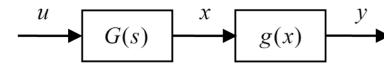
본 연구는 다음의 Wiener형 비선형 공정을 고려하였다.

$$\frac{dz(t)}{dt} = Az(t) + bu(t) \quad (1)$$

$$x(t) = cz(t) \quad (2)$$

$$y(t) = g(x(t)) \quad (3)$$

여기서 $u(t)$ 와 $y(t)$ 는 각각 스칼라 입력 및 출력 변수이고, $z(t)$ 는 n 벡터인 선형 동적 블록의 상태 변수이고, $x(t)$ 는 동적 선형 블록의 출력인 스칼라 변수이다. 상수 A , b , c 는 동적 선형 블록을 결정하는 행렬이고, $g(x(t))$ 는 비선형 블록을 나타내는 비선형 함수이다. Laplace 변환을 선형 동적 블록에 적용하면 Fig. 1(a)처럼 나타낼 수 있다.



(a) Wiener-type nonlinear process

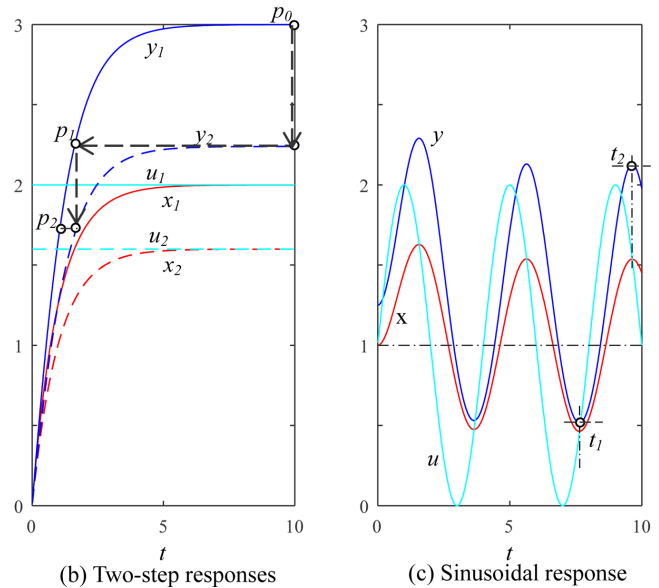


Fig. 1. Two typical responses for simple identification of a Wiener-type nonlinear process (responses in (b) and (c) are those for $G(s)=1/(s+1)$, $g(x)=x+0.25x^2$).

$$X(s) = c(sI - A)^{-1} bU(s) = G(s)U(s) \quad (4)$$

여기서 내부 변수 x 는 밖으로 나타나는 것이 아니므로 그 크기를 조정할 수 있으므로 선형 동적 블록의 정상상태 이득은 조정이 가능하다. 즉 선형 블록을 $kG(s)$ 로 비선형 블록을 $g(x/k)$ 로 하는 것이 가능하다. 여기서는 이 Wiener형 비선형 공정의 선형 동적 블록의 전달함수 $G(s)$ 와 비선형 정적 함수 $g(x)$ 를 실험적으로 찾는 간단한 모델 확인 방법을 제안하고자 한다. 먼저 본 방법과 비교될 수 있는 기존 방법[10,11]들을 살펴본다.

2-1. TSR (Two step response) method

해당 방법은 Wiener형 비선형 공정의 모델 확인을 위한 한 방법으로 같은 초기 상태에서 시작하는 크기가 다른 두 계단 응답으로부터 $G(s)$ 와 $g(x)$ 를 찾는 방법[10]이다. Fig. 1(b)는 TSR 방법을 보여주고 있다. 해당 그림은 $G(s)=1/(s+1)$ 이고 $g(x)=x^2+x$ 인 공정에 적용한 경우인데, x_1 과 y_1 은 입력을 0에서 1로 바꾸는 계단 변화에 대한 응답이고, x_2 와 y_2 는 입력을 0에서 0.8로 바꾸는 계단 변화에 대한 응답이다. $G(0)=1$ 로 정하면, x_1 의 최종값은 1이 되고, 따라서 $p_0=g(1)$ 이 된다. 여기에 $x_2=0.8x_1$ 의 관계가 성립하므로, x_2 의 최종값은 0.8이 되고 $p_1=g(0.8)$ 이 얻어진다. 시간 t_1 에서 $x_1=0.8$ 이고, 따라서 x_2 는 0.8^2 이 되고 $p_2=g(0.8^2)$ 을 얻을 수 있다. 이런 방식으로 순차적으로 $g(x)$ 의 각 지점의 값들을 얻을 수 있다. 이때의 시간 t_1 및 t_2 는 x_1 이 각각 0.8 및 0.8^2 이 되는 지점으로 이런 관계를 순차적으로 적용하여 그래프로 그리면 선형 동적 블록의 전달함수 ($G(s)$)를 추정할 수 있는 그림을 얻을 수 있다. 즉, $G(s)$ 와 $g(x)$ 각각을 서로 간섭 없이 얻을 수 있다.

2-2. SR (sinusoidal response) method

SR 방법은 정현과응답(sinusoidal response)으로부터 $G(s)$ 와 $g(x)$ 를 찾는 방법[11]으로 아래와 같은 정현과 입력을 고려한다.

$$u(t) = M \sin(2\pi t / p) \quad (5)$$

여기서 M 는 정현과 입력의 진폭이고 p 는 주기이다. 이 입력에 상응하는 응답이 Fig. 1(c)에 나타나 있다. 이 입력에 대하여 시간이 충분히 지났을 때의 선형 동적 블록의 출력은 아래와 같다.

$$x(t) = M |G(j\omega)| \sin(\omega t + \angle G(j\omega)), \quad \omega = 2\pi / p \quad (6)$$

이때의 $x(t)$ 의 크기는 조절 가능하므로 이를 적용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$y(t) = g(x(t)), \quad x(t) = \sin(\omega(t-t_1) - \pi/2), \quad t \in [t_1, t_2] \quad (7)$$

$y(t)$ 는 공정 출력으로 측정 가능한 값이고, $x(t)$ 는 Eq. (7)의 식으로 주어지기 때문에 선형 동적 블록의 전달 함수 $G(s)$ 와 상관없이 관계식 $g(x)$ 를 얻을 수 있다. 이 공정 실험으로 동적 선형 블록의 주파수 응답($G(j\omega)$)는 측정값 t_1 혹은 t_2 로부터 바로 얻어진다. $G(s)$ 의 다른 더 많은 정보는 정현과 응답의 시작 초기의 과도 응답을 사용하거나 다른 공정 실험이 필요하다. 이 방법을 자동 튜닝에 널리 사용되는 되먹임 자동 제어(relay feedback autotuning)에 응용할 수 있다[11].

3. 단일 계단 응답에 근거한 빠른 방법 제안

본 연구는 공정 실험 시간을 획기적으로 줄일 수 있는 단일 계단 응답만을 활용하는 Wiener형 비선형 공정의 모델 확인 방법을 제안한다. 제안된 방법은 선형 동적 공정의 빠른 모델 확인을 위한 시간 최적 제어법[12]을 기반으로 한다. 다음 일차 시간지연 공정을 살펴보자.

$$G(s) = \frac{\exp(-\theta s)}{\tau s + 1} \quad (8)$$

Fig. 2와 같이 하나의 계단 응답 $y(t)$ 로부터 Wiener형 비선형 공정 모델 확인을 한다. 먼저 초기 계단 응답이 초기 정상상태에서 많이 벗어나지 않아 선형 응답과 같다고 가정한다.

$$x(t) = y(t), \quad 0 \leq t \leq \xi_2 \quad (9)$$

시간 $t = \xi_2$ 이후의 동적 선형 블록의 출력 $x(t)$ 를 만들어 내기 위해 시간 최적 제어법[13,14]을 이용한다. 이를 간단히 설명하면, Fig. 2와 같이 입력 $u(t)$ 를 $t = \xi_0$ 에서 α 크기만큼 떨어뜨리는 가상의 입력을 가정한다. 그러면 시간지연 θ 만큼 지난 $t = \xi_1$ 이후부터는 출력이 일정한 값이 될 수 있다. 이 α 의 값은 공정 시간상수 τ 와 switching 시간 ξ_0 에 좌우된다. 이 문제를 시간 최적 제어라 한다. 한번의 switching을 갖는 가상의 입력 $u_{TO}(t)$ 는 아래와 같다.

$$u_{TO}(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < \xi_0 \\ 1 - \alpha, & \xi_0 \leq t \end{cases} \quad (10)$$

여기서 입력 값의 크기를 1로 가정하였지만 크기는 $g(x)$ 에 흡수될

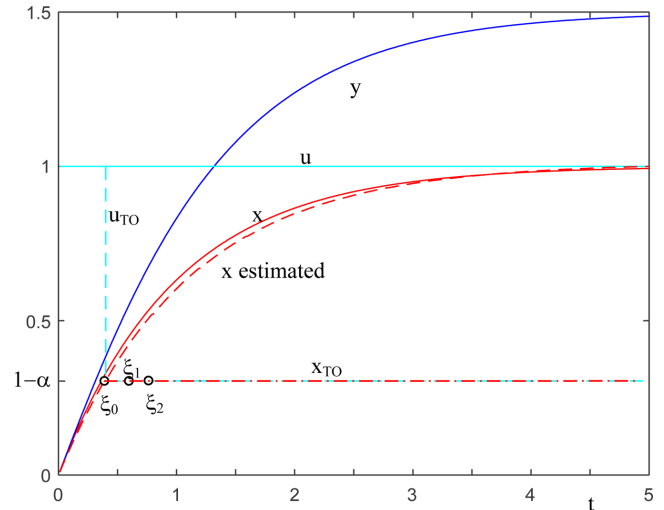


Fig. 2. Typical responses for the proposed identification method (responses for $G(s)=1/(s+1)$ and $g(x)=x+0.5x^2$).

수 있기 때문에 일반적인 값이더라도 문제가 없다. 이 입력에 해당하는 동적 선형 블록의 출력 $x_{TO}(t)$ 는 다음과 같다.

$$x_{TO}(t) = \begin{cases} x(t), & 0 \leq t < \xi_0 \\ x(t) - \alpha x(t - \xi_0), & \xi_0 \leq t \end{cases} \quad (11)$$

해당 값이 $t = \xi_1$ 이후에 일정한 값이 되는 α 의 값과 이 일정한 최종 출력 값을 최소자승법으로 찾는다.

$$x_{TO}(t) = x(t) - \alpha x(t - \xi_0) = \beta, \quad \xi_1 \leq t \quad (12)$$

Eq. (12)를 만족하는 α 와 β 를 최소자승법으로 찾는다. 여기서 α 는 입력 u 의 switching 크기이고, β 는 최종 출력 값이다. 다음의 식(Eq. (13))을 최소자승의 관점에서 만족하도록 하는 α 와 β 를 찾는 계산식은 Eq. (14)와 같다.

$$x(t_k) = \alpha x(t_k - \xi_0) + \beta = [x(t_k - \xi_0) \quad 1] \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}, \quad t_k = \xi_1 + k\Delta t \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \begin{bmatrix} x(t_1) \\ x(t_2) \\ \vdots \\ x(t_m) \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} x(t_1 - \xi_0) & 1 \\ x(t_2 - \xi_0) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x(t_m - \xi_0) & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 Δt 는 샘플링 시간이고, m 은 최소자승에 사용되는 데이터의 갯수로 $\xi_1 + m\Delta t$ 가 ξ_2 를 넘지 않도록 한다. 공정이 선형으로, Eq. 의 일차시간지연 전달 함수로 잘 표현되면, 시간 ξ_1 이후에는 일정한 출력 β 로 유지된다.

$$x_{TO}(t) = \beta, \quad \xi_1 \leq t \quad (15)$$

따라서

$$x(t) = x_{TO}(t) + \alpha x(t - \xi_0) = \beta + \alpha x(t - \xi_0), \quad \xi_1 \leq t \quad (16)$$

Eq. (16)로 전 구간의 $x(t)$ 를 계산할 수 있다. 이 내부 $x(t)$ 의 예측 값이 얻어지면 $G(s)$ 와 $g(x)$ 를 독립적으로 구할 수 있다.

Eq. (11)의 관계식은 선형 시스템의 중첩원리(superposition rule)로부터 쉽게 얻을 수 있다[15,16]. $t = \xi_1$ 이후로 $x_{TO}(t)$ 가 일정한 값이 되는 최단시간 ξ_1 을 찾는 문제와 이것이 일차 공정의 경우 한번의 입력 switching으로 된다는 것은 시간최적제어 문제[12]로 공정 모델이 있으면 이들의 최적값을 계산할 수 있다. 제안된 방법은 이 시간최적제어 방법을 실험적으로 응용한 것으로 보면 된다[13,14].

이 방법에는 세 선택 변수 ξ_0, ξ_1, ξ_2 (혹은 m)가 있다. ξ_0 는 계산에 공정 실험 자료를 얼마나 많이 사용할 것인가를 결정하는 변수이다. 따라서 선택 가정이 의미가 있는 한 값이 클수록 좋을 것이다. ξ_1 은 $\xi_1 - \xi_0$ 가 공정의 시간지연보다 크게 되도록 설정하면 된다. m 은 최소자승 계산에 사용되는 자료의 개수로 공정 자료에 포함되어 있는 공정 잡음을 고려하여 정하면 된다.

앞의 예는 동적 선형 블록이 일차시간지연 모델로 잘 근사되는 경우의 예시이다. 이 모델이 미흡하여 이차시간지연 모델을 사용하여야 하는 경우는 앞의 가상의 최적제어 입력 $u_{TO}(t)$ 가 두 번의 switching을 가지도록 하여야 한다[12]. 해당 내용은 기존의 연구에 자세히 설명되어 있다[13,14].

3-1. Refinement

공정의 비선형성이 매우 심하면 앞의 $x(t)$ 계산에 큰 오차를 줄 수 있다. 다시 말하면 Eq. (9)의 선형 가정이 유효한 시간 ξ_2 를 찾기가 어려울 수 있다. 이를 반복 계산으로 보완하는 방법은 아래와 같다. Eq. (9)의 $x(t) = y(t)$ 대신 비선형성을 고려하는 아래의 식을 사용한다.

$$y(t) = x(t) + \delta x^2(t), \quad 0 \leq t \leq \xi_2 \quad (17)$$

Eq. (17)을 풀어 $x(t) = 2y(t) / (1 + \sqrt{1 + 4\delta y(t)})$ $x(t)$ 를 구하고, 앞의 방법을 동일하게 적용한다. 여기서 변수 δ 는 $\beta = x(\xi_2)$ 가 만족되도록 반복 계산을 통해 결정한다. 출력에 잡음이 섞여 있는 공정 응답의

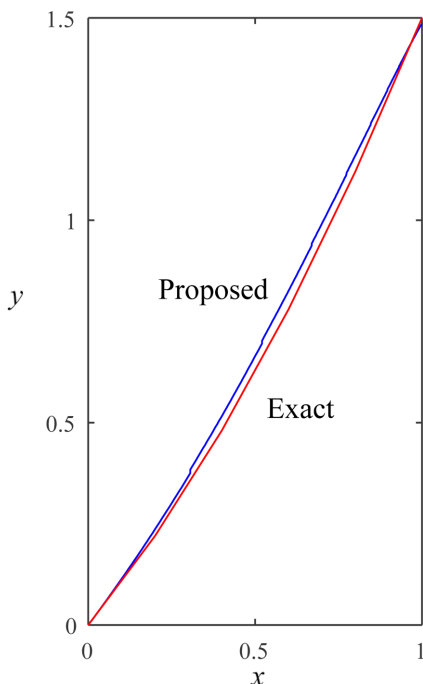


Fig. 3. Identification result for $g(x) = 0.5x^2 + x$.

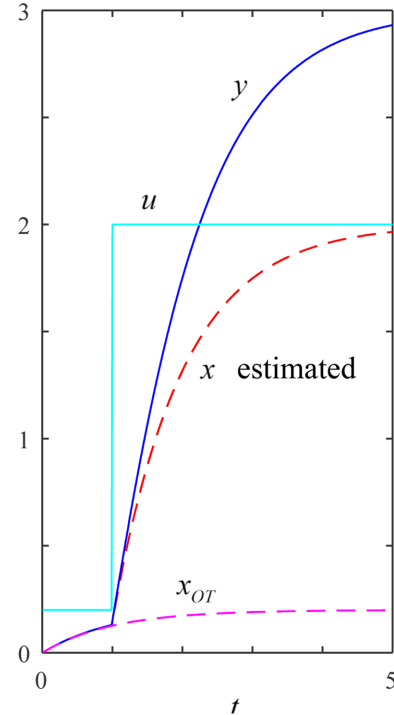


Fig. 4. Two-step step response for the reliable estimation of dynamical linear block output.

경우 $t = \xi_2$ 근처 x 의 평균값으로 하면 된다.

Fig. 2의 응답들은 $G(s) = 1/(s+1)$ 그리고 $g(x) = 0.5x^2 + x$ 인 Wiener형 비선형 공정에 본 방법을 적용하여 얻은 응답이고, Fig. 3은 $g(x)$ 를 찾는 결과이다. 모사를 위한 샘플링 시간은 $\Delta t = 0.01$ 로 하였다. 여기서 $\xi_0 = 0.4, \xi_1 = 0.5, \xi_2 = 0.7$ 그리고 $m = 10$ 을 사용하였다. 비선형성 상수 δ 의 값은 0.365로 얻어졌는데, 샘플링 시간을 줄여 수 치적 오차를 줄이면 참값인 $\delta = 0.5$ 에 가깝게 예측되나, 앞서 얻어진 비선형 상수 $\delta = 0.365$ 를 사용하여 얻어진 모델 확인 결과도 제어기 튜닝 등의 용도로 활용되기에는 충분한 것으로 판단된다.

Fig. 4에서 확인할 수 있듯이, 제안된 방법을 연속된 두 단계로 하는 계단 응답 실험에 적용하는 경우 동적 선형 블록의 출력 $x(t)$ 를 얻는 과정에서 이 초기 응답이 빠르게 선형 영역에서 벗어나는 것을 방지하여 더 안정적으로 본 방법의 과정을 적용할 수 있다. 이처럼 제안된 방법에 연속된 두 단계 계단 응답을 이용할 경우 첫 단계의 계단 응답 실험은 실험 시간이 새로운 정상상태에 도달할 때까지 할 필요는 없다.

4. 모사 및 실험 결과

4-1. pH 공정

산알칼리 중화공정은 널리 알려진 대표적인 Wiener형 비선형 공정이다[2-4]. pH 공정은 적정 곡선으로 알려진 매우 심한 비선형성 때문에 선형 제어시스템으로는 제어에 어려움이 따른다. Gain Scheduling과 같은 비선형성을 완화하는 기능이 pH 공정의 제어에는 필수적이다[17,18]. 이를 위해서는 적정 곡선을 알아낼 필요가 있다. 해당 예시에서는 pH 공정의 시뮬레이션 기반 연구 통해 제시된 방법의 성능을 확인하였다.

고려된 pH 공정은 연속 교반 탱크 반응기에서 초산(CH_3COOH)

용액이 들어오는 흐름을 가성소다(NaOH)로 중화하는 공정이다. 물질수지와 관련된 식은 아래와 같다[3].

$$V\dot{z}_1(t) = -(F + v(t))z_1(t) + c_1v(t) \quad (18)$$

$$V\dot{z}_2(t) = -(F + v(t))z_2(t) + c_2F \quad (19)$$

$$z_1(t) - \frac{1}{1 + z/K_a}z_2(t) + z - \frac{K_w}{z} = 0 \quad (20)$$

$$pH = -\log_{10} z \quad (21)$$

여기서 V 는 반응기 부피 (5000 mL), F 는 초산 용액 유량(5 mL/s), v 는 제어 변수로 적정 흐름의 유량($v(t) = 0.04 + u(t)$, $u(t): 0 \sim 0.3 \text{ mL/s}$)이고, c_1 은 적정 흐름의 Na^+ 농도 (0.1 mol/L), x_1 은 반응기의 Na^+ 농도, c_2 는 초산 용액 흐름의 CH_3COOH 와 CH_3COO^- 를 합한 농도 (0.02 mol/L), K_a 는 초산의 해리 상수(1.8×10^{-5}), 그리고 K_w 는 물의 이온곱(10^{-14})이다.

Eqs. (18)-(21)에서 동특성을 나타내는 물질수지 식들은 각각이 매우 닮았는데, 다음과 같은 변수 변환을 하면 Eq. (18)와 Eq. (19)는 같게 되고 하나로 근사하여 다음과 같은 Wiener형의 비선형 공정 이 얻어진다.

$$x = \frac{z_1}{c_1} = \frac{c_2 - z_2}{c_2} \quad (22)$$

$$V \frac{dx(t)}{dt} = -(F + v(t))x(t) + v(t) \approx -Fx(t) + v(t) \quad (23)$$

$$x(t) = \phi(pH) = \frac{c_1 - \frac{c_2}{1 + 10^{-pH}/K_a} + 10^{-pH} - \frac{K_w}{10^{-pH}}}{c_1 - \frac{c_2}{1 + 10^{-pH}/K_a}} \quad (24)$$

이 pH 공정의 제어에 있어 어려움은 적정 곡선으로 알려진 Eq. 의 강한 비선형성 때문이다.

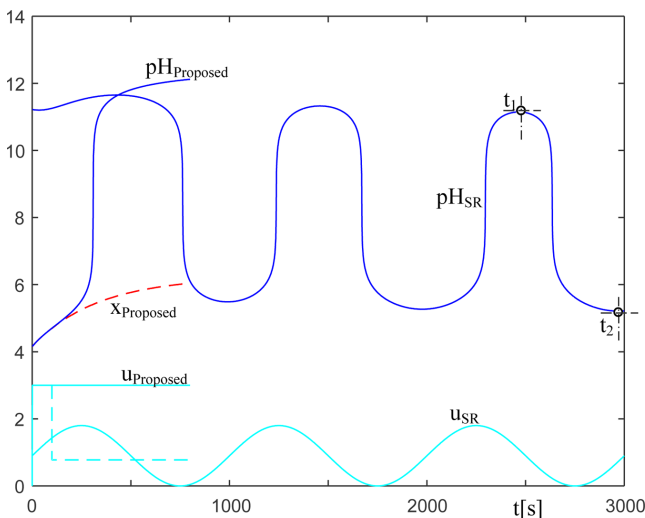


Fig. 5. Responses for the identification of pH process dynamics. (Subscript “Proposed”: responses for the proposed method, Subscript “SR”: responses for the SR method).

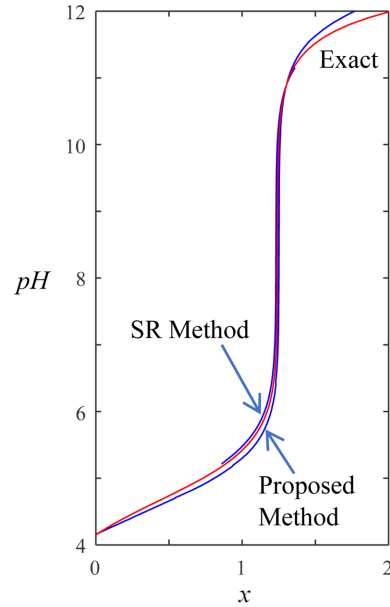


Fig. 6. Identification results of the titration curve for the example pH process.

Fig. 5는 해당 pH 공정의 Wiener형 비선형 모델을 찾는 SR방법과 제안한 방법을 위한 공정 응답을 보여주고 있다. Fig. 6은 찾아진 적정 곡선 결과를 보여주고 있다. 제안된 방법을 위해 사용된 변수는 $\xi_0 = 100s$, $\xi_1 = 110s$, $\xi_2 = 120s$ 그리고 $m = 20$ 으로 선택하였다. 샘플링 시간은 $\Delta t_1 = 1s$ 로 하였다. 본 예시에서는 δ 는 0으로 동적 선형 블록의 출력을 얻는데 비선형성은 고려하지 않았다. Eq. 의 Wiener형 비선형으로의 근사에서 약간의 오차가 있을 수 있지만, 그 효과는 크지 않아 비교한 두 방법에서 매우 우수한 적정 곡선 모사 결과를 확인할 수 있다. 반면, Fig. 5에서 볼 수 있듯이 실험 시간에서는 차이가 큰데, 제시된 방법이 하나의 계단 응답만을 사용하기 때문에 필요로 하는 실험 시간이 가장 짧다. SR 방법에서 정현파 주기를 줄여 실험 시간을 줄일 수 있으나 이 경우 공정 출력의 변화량이 적어 넓은 범위의 정적 비선형 블록의 비선형 함수를 얻을 수 없게 된다.

4-2. 액위 공정

제안된 Wiener형 비선형 공정의 모델 확인 방법의 실제 공정의 적용 가능성을 확인하기 위하여 Fig. 7에 나타난 간편한 액위 공정을 대상으로 제안된 방법을 검증하였다. 고려된 액위 공정은 두 물탱크로 구성되어 있는데, 위의 탱크(T_1)는 내경 50mm 아래 탱크(T_2)는 내경 20mm의 아크릴수지 실린더이다. T_1 와 T_2 사이에는 내경 4mm인 125cm의 폴리우레탄수지 튜브로 연결되어 있다. T_2 의 출구는 내경 2mm의 매우 짧은 폴리우레탄 수지 튜브로 되어있다. 위의 탱크 T_1 으로 흘러 들어가는 흐름은 솔레노이드 밸브를 PWM 방식으로 열고 닫아 조절된다. 이 제어 입력은 선형성이 보장된다. 공정의 출력 값은 T_2 의 액위를 압력 센서로 측정하였다.

이 액위 공정의 동특성을 나타내는 식은 아래와 같다.

$$A_1\dot{h}_1(t) = -k_{L1}h_1(t) + b_L(u(t) + u_0) \quad (25)$$

$$A_2\dot{h}_2(t) = -k_{L2}\sqrt{h_2(k)} + k_{L1}h_1(t) \quad (26)$$

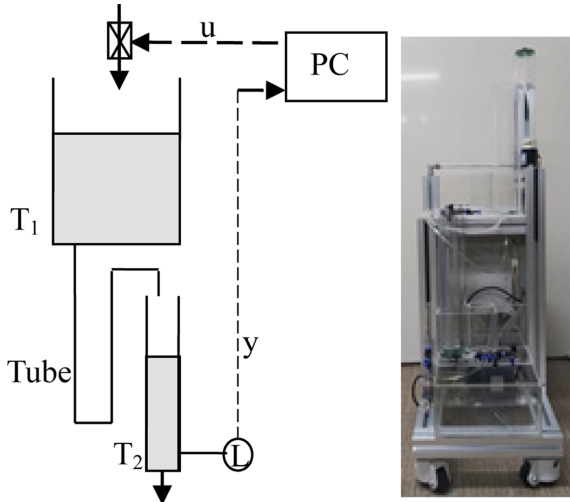


Fig. 7. Liquid level system to mimic a Wiener-type nonlinear process (T_1 (ID:50mm ϕ , Height:300mm), T_2 (ID:20mm ϕ , Height:300mm), Tube(ID:4mm ϕ , Length:1250mm)).

여기서 $A_1 (=19.63\text{cm}^2)$ 은 탱크 T_1 의 단면적, $A_2 (=3.14\text{cm}^2)$ 은 탱크 T_2 의 단면적, k_{L1} 은 T_1 과 T_2 사이의 긴 튜브로 선형의 흐름이 될 것으로 가정하여 선형 관계의 비례상수이고[19], k_{L2} 는 T_2 로부터 유출되는 흐름에 관한 상수이고, b_L 은 T_1 으로 흘러 들어가는 제어 흐름의 비례 상수이다. 각각의 상수들은 실험을 통하여 결정할 수 있다. A_1 이 A_2 보다 6.25배 크기 때문에 h_2 에 관한 동특성을 상대적으로 무시할 수 있다. 이를 고려하면 Eqs. (25)-(26)을 아래와 같이 Wiener형 비선형 공정으로 근사할 수 있다.

$$A_1 \dot{h}_1(t) = -k_{L1} h_1(t) + b_L(u(t) + u_0) \quad (27)$$

$$0 = -k_{L2} \sqrt{h_2(t)} + k_{L1} h_1(t) \quad (28)$$

고려하는 공정이 실제로 Wiener형 비선형 공정인가를 확인하기 위하여 여러 단계의 계단 응답을 얻는 실험을 수행하였다. 공정 출

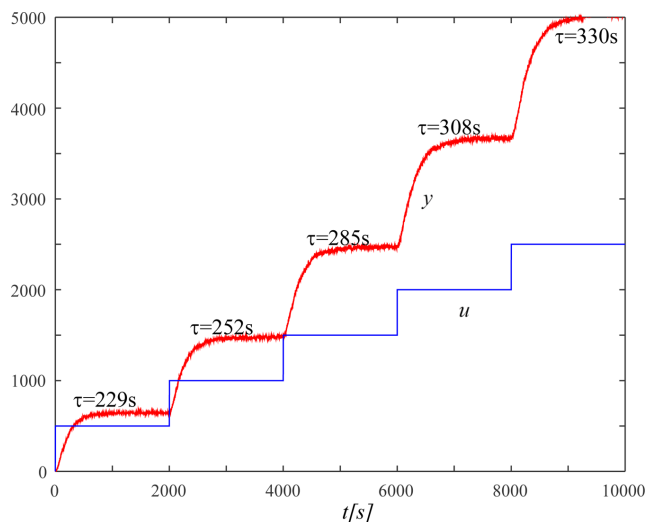


Fig. 8. Series of step responses for the liquid level system (experimental results).

Table 1. Identification results for the liquid level system (experimental results)

	$g(x)$	Gain variation ratio [‡]
Steady state ($g_{ss}(x)$)	$3.537 \times 10^{-4}x^2 + 1.124x$	2.6
Sinusoidal response	$2.101 \times 10^{-4}x^2 + 1.433x$	1.5 (compensated) [‡]
Step experiment	$2.880 \times 10^{-4}x^2 + 1.274x$	1.2 (compensated) [‡]

[‡]Ratio between the maximum and minimum gains

[‡]Gain variations for $g^{-1}(g_{ss}(x))$

력 값은 센서의 16-bit 디지털 값을 실제 액위로 변환하지 않고 바로 사용하였다. 공정 입력 값은 12-bit의 PWM duty값으로 하였다. PWM의 주기는 2s로 샘플링 주기와 같다. Fig. 8의 실험 결과를 통해 입력(u)과 출력(y) 사이의 관계식을 구해보면 Table 1에 나타나 있는 것처럼 2차식으로 잘 표현되는 것을 볼 수 있다. Fig. 8의 각 계단 응답은 일차공정으로 잘 표현되는 것을 볼 수 있어 Eqs. -를 얻기 위해 사용된 가정(T_2 의 동적 거동 무시)에 큰 문제가 없는 것을 확인할 수 있다. 반면, Fig. 8의 각 계단 응답의 시간상수는 193s와 277s 사이로 다소 큰 차이를 보였다. 시간상수는 간단하게 입력의 계단 변화에 대하여 출력이 최종 변화 값의 63.2%에 도달하는 시간으로 추정하였다[15]. 시간상수의 차이는 T_1 과 T_2 사이의 긴 튜브의 흐름이 선형이라는 가정으로 인하여 발생한 것으로 보인다.

Fig. 9에는 고려한 액위 공정의 Wiener형 비선형 모델을 찾는 SR법과 제안된 방법을 위한 공정 응답을 보여주고 있다. Fig. 10은 찾아진 비선형 블록($g(x)$)의 결과를 보여주고 있다. 액위 공정에 제안된 방법을 적용하기 위해 사용된 변수들은 $\xi_0 = 200s$, $\xi_1 = 240s$, $\xi_2 = 280s$ 그리고 $m = 20$ 으로 선택하였다. 샘플링 시간은 $\Delta t = 2s$ 로 하였고, 8는 반복 계산을 통해 얻어진 0.000201를 사용하였다. Fig. 10에서 확인할 수 있듯이, 기존의 SR방법과 제안된 공정 확인 방법으로 얻은 $g(x)$ 들도 참값에 매우 가까운 결과를 보여준다. 공정 실험 시간을 보면 제안된 방법은 비교적 짧은 시간이 요구된다는 것을 알 수 있다. 또한 SR방법은 공정 입력의 음수값이 허용되지 않기 때문에 입력 크기에 한계가 있고, 이는 $y = g(x)$ 의 x 와 y 범위의 한계로 나타난다.

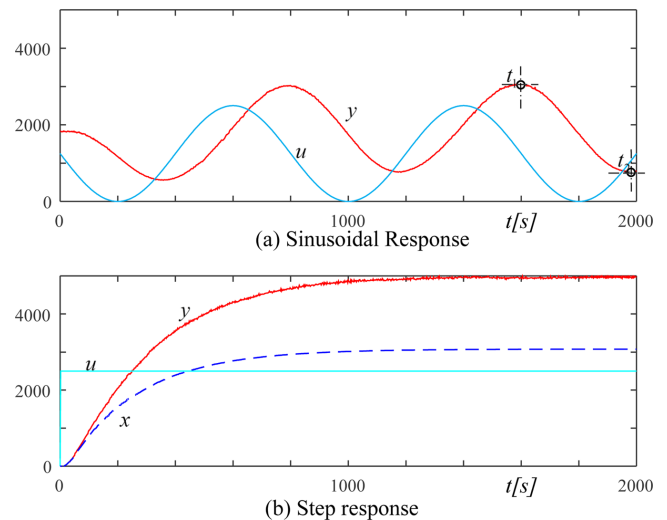


Fig. 9. Responses for the identification of liquid level system dynamics (experimental results).

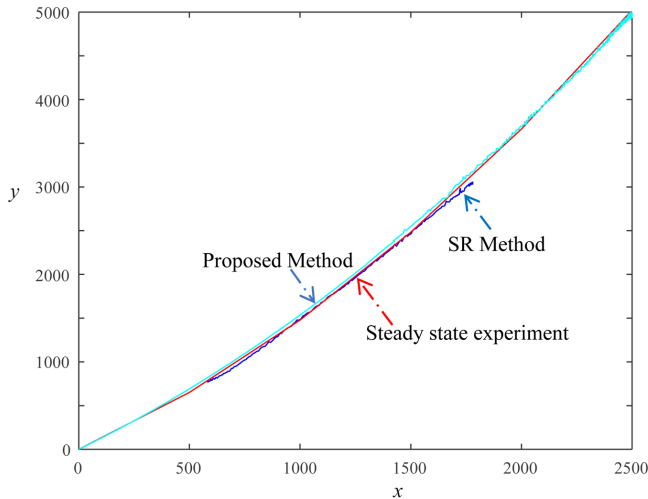


Fig. 10. Identification results of $g(x)$ for the liquid level system (experimental results).

Table 1에서 확인할 수 있듯이, Fig. 8의 실험으로 얻어진 입력(u)과 출력(y) 사이의 정상상태 관계식을 $g_{ss}(x)$ 로 두고 이를 실제의 $g(x)$ 라 볼 때, 공정 이득의 최소값과 최대값 사이의 비가 2.6으로 나타나는데, 본 모델 확인으로부터 얻어진 $g(x)$ 로 공정 출력을 보정하였을 때 이 비가 상당히 개선되는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 11은 액위 공정의 페루프 응답을 보여주고 있다. 여기서 사용된 비례-적분(PI; proportional-integral) 제어기의 이득은 2, 적분 시간은 300s로 결정하였다. 이는 근사적으로 페루프 시간상수를 공정 시간상수의 반으로 하는 제어기 값이다. 두개의 다른 설정치에서 시작하여 설정치 값을 6000에서 8000사이에서 500만큼 계단 변화시켰을 때 몇몇 페루프 응답을 얻기 위한 실험을 수행하였다. 앞에서

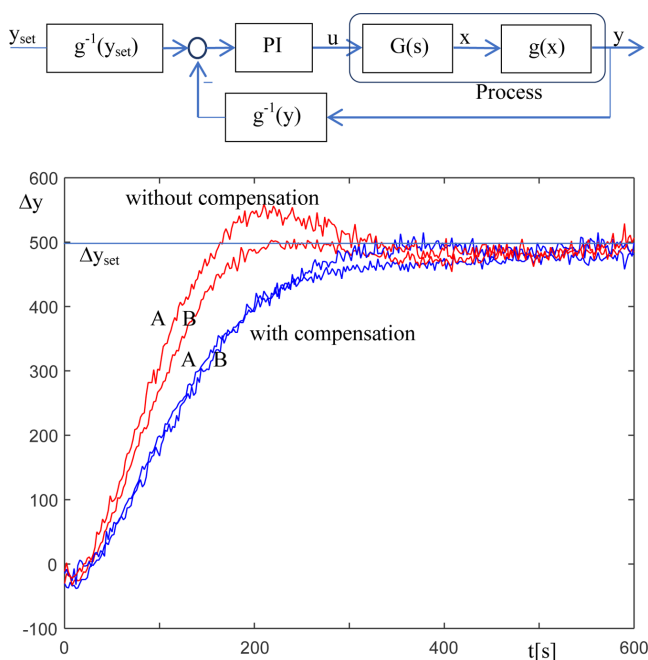


Fig. 11. Closed-loop responses for the step set point changes from two different initial set points (A: $y_{set}=0$, B: $y_{set}=1500$) with and without the output compensations for the liquid level system (experimental results).

제안된 방법을 통해 구해진 $g(x)$ 의 역함수로 공정 출력을 보정한 페루프 응답은 설정치 값에 무관하게 일정한 페루프 응답을 주는 것을 확인할 수 있다. 반면 공정 출력을 보정하지 않은 페루프 응답은 설정치 값에 따라 다소 차이가 나는 페루프 응답을 보여주고 있다. 공정 출력을 보정하지 않은 경우 페루프 응답에서 오버슈트가 0% (Fig. 11에서 B 응답)와 9.5% (Fig. 11에서 A 응답)로 상당한 차이를 보이는 것을 볼 수 있다.

5. 결 론

Wiener형 비선형 모델은 동적 선형 블록과 정적 비선형 블록이 직렬로 연결되어 구성된다. 이 공정의 모델 확인에 있어 각 블록은 서로 간섭할 가능성이 있기 때문에, 잘 설계된 공정 실험과 정교한 계산이 요구된다. 그렇지 않을 경우, 각 블록의 매개 변수가 얽혀 좋은 값이 얻어지지 않을 수 있다. 본 연구에서는 간단한 Wiener형 비선형 공정의 모델 확인을 위한 두 블록의 변수를 독립적으로 찾을 수 있는 기존의 공정 실험 계획 방법을 개선하여 가장 간단한 모델 확인을 위한 실험 중 하나인 단일 계단 응답에 근거한 방법을 제안한다. 제안된 방법은 단일 계단 응답으로부터 두 블록의 변수들을 독립적으로 찾는 방법을 제시하였고, 제시된 방법을 pH 공정 및 액위 공정의 공정 모델 확인 문제에 적용하여 성능을 검증하였다. 제안된 방법은 공정 확인에 필요한 실험 시간을 대폭 줄이면서 기존의 방법과 유사한 혹은 더 나은 공정 확인 성능을 보장한다.

Reference

- Pajunen, G., "Adaptive Control of Wiener Type Nonlinear Systems," *Automatica.*, **28**, 781-785(1992).
- Sung, S. W. and Lee, J., "Modeling and Control of Wiener-type Processes," *Chem. Eng. Sci.*, **59**, 1515-1521(2004).
- Lee, J. and Choi, J. Y., "In-line Mixer for Feedforward Control and Adaptive Feedback Control of pH Processes," *Chem. Eng. Sci.*, **55**, 1337-1345(2000).
- Srihawan, T., Panjapornpon, C. and Tawai, A., "Optimization-based Input/output Linearizing Control Strategy for a pH Process with Multiple Titrant Streams," *Ind. Eng. Chem. Res.*, **57**, 13793-13801(2018).
- Heo, J. P., Sung, S. W., and Lee, J., "Real-Time Optimization of a CO Preferential Oxidation Reactor Temperature with Extremum Seeking Control Techniques," *ACS Omega.*, **5**, 13822-13828(2020).
- Xia, Y., Zou, J., Yan, W. and Li, H., "Adaptive Tracking Constrained Controller Design for Solid Oxide Fuel Cells Based on a Wiener-type Neural Network," *Appl. Sci.*, **8**, 1758(2018).
- Bedi, P. S., Methekar, R. N., Patwardhan, S. C., Prasad, V. and Gudi, R. D., "Nonlinear Internal Model Control of Pem Fuel Cell," *IFAC Proc.*, **40**, 101-106(2007).
- Bloemen, H. H. J., Chou, C. T., Van den Boom, T. J. J., Verdult, V., Verhaegen, M. and Backx, T. C., "Wiener Model Identification and Predictive Control for Dual Composition Control of a Distillation Column," *J. Process Control.*, **11**, 601-620(2001).
- Hagenblad, A., Aspects of the identification of Wiener models, (1999).
- Park, H. C. and Lee, J., "Step and Pulse Response Methods for Identification of Wiener Processes," *AIChE J.*, **52**, 668-677(2006).

11. Sung, S. W., Je, C. H., Lee, J. and Lee, D. H., "Improved System Identification Method for Hammerstein-Wiener Processes," *Korean J. Chem. Eng.*, **25**, 631-636(2008).
12. Edgar, T. F. and Lapidus, L., "The Computation of Optimal Singular Bang-bang Control II. Nonlinear Systems," *AIChE J.*, **18**, 780-785(1972).
13. Lee, F. Y., Edgar, T. F., Baldea, M. and Lee, J., "Minimized Test Times for Step and Pulse Responses of Slow Linear Processes," *Ind. Eng. Chem. Res.*, **58**, 12116-12123(2019).
14. Lee, J., "Experimental Test Time Reduction Method for Step Responses Using the Time-Optimal Control Technique," *Korean Chem. Eng. Res.*, **58**, 190-196(2020).
15. Seborg, D. E., Edgar, T. F., Mellichamp, D. A. and Doyle III, F. J., *Process dynamics and control*, John Wiley & Sons, 2016.
16. Sung, S. W., Lee, J. and Lee, I.-B., *Process identification and PID control*, John Wiley & Sons, 2009.
17. Norquay, S. J., Palazoglu, A. and Romagnoli, J. A., "Application of Wiener Model Predictive Control (WMPC) to a pH Neutralization Experiment," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, **7**, 437-445(1999).
18. Obut, S. and Özgen, C., "Online Identification and Control of pH in a Neutralization System," *Ind. Eng. Chem. Res.*, **47**, 4394-4404(2008).
19. Lee, J., Kyoung, I., Heo, J. P., Park, Y., Lim, Y., Kim, D. H., Lee, Y. and Yang, D. R., "A Simple Method to Make the Quadruple Tank System Near Linear," *Korean Chem. Eng. Res.*, **55**, 767-770(2017).

Authors

Sanghun Lim: Ph. D candidate, Department of Chemical Engineering, Kyungpook National University, Daegu, 41566, Korea; lsh060@knu.ac.kr

Jea Pil Heo: PostDoc, Department of Chemical Engineering, Kyungpook National University, Daegu, 41566, Korea; rheod@knu.ac.kr

Su Whan Sung: Professor, Department of Chemical Engineering, Kyungpook National University, Daegu, 41566, Korea; suwhansung@knu.ac.kr

Jietae Lee: Emeritus Professor, Department of Chemical Engineering, Kyungpook National University, Daegu, 41566, Korea; jtlee@knu.ac.kr

Friedrich Y. Lee: Technical Engineer, LXHausys America 900 Circle 75 Parkway Suite 1500 US GA Atlanta 30339, fyl219@lehigh.edu