

공기부양반응기 내에서의 액체순환속도를 위한 모델

최근호[†]

한밭대학교 화학생명공학과
34158 대전광역시 유성구 동서대로 125
(2023년 3월 30일 접수, 2023년 7월 5일 수정본 접수, 2023년 7월 6일 채택)

A Model for Liquid Circulation Velocity in Airlift Reactors

Keun Ho Choi[†]

Department of Chemical and Biological Engineering, Hanbat National University, 125, Dongseodaero, Yuseong-gu, Daejeon, 34158, Korea
(Received 30 March 2023; Received in revised from 5 July 2023; Accepted 6 July 2023)

요 약

공기부양반응기(airlift reactor) 내의 액체순환속도(liquid circulation velocity)를 예측하기 위한 수학적 모델이 유체순환고리(fluid circulation loop)에 대한 기계적 에너지 수지를 기초로 개발되었다. 그 모델은 90° 방향전환으로 인한 에너지 손실과 반응기의 각 부위에서의 마찰로 인한 에너지 손실 그리고 단면적의 변화로 인한 에너지 손실을 모두 고려하였다. 마찰과 방향전환 그리고 단면적 변화에 의한 손실계수를 각각 고려한 모델이 집중매개변수(lumped parameter)를 사용한 기존의 모델보다 액체순환속도를 더 잘 예측할 수 있었다. 순환액체속도는 추적자펄스방법(tracer pulse method)으로 측정하였다. 개발된 모델은 상하부에 연결관(connecting pipe)을 갖는 외부순환 공기부양반응기에서 얻은 본 연구의 실험 결과의 대부분은 물론이고 다양한 형태의 공기부양반응기에서 얻어진 다른 연구자들의 결과도 ±20%이내의 오차로 잘 예측할 수 있었다. 외부 및 내부순환 공기부양반응기에서 순환유체의 90° 방향전환과 관련된 손실계수에 대한 유용한 실험식을 구하여 액체순환속도를 예측하는 데 사용하였다.

Abstract – A mathematical model for predicting the liquid circulation velocity in an airlift reactor was developed based on the mechanical energy balance of the fluid circulation loop. The model considered the energy loss due to a 90° turn, the energy loss due to friction, and the energy loss due to the change in cross-sectional area at each part of the reactor. The model that separately considered the loss coefficients related to friction, direction change, and cross-sectional area change was able to predict the liquid circulation velocity better than the previous model using lumped parameters. The liquid circulation velocity was measured by the tracer pulse method. Most of our experimental results obtained in external-loop airlift reactors, which had the top and bottom connecting pipes, as well as other investigators' results obtained in various types of airlift reactors, were well predicted by the developed model with an error within 20%. Useful empirical equations for the loss coefficient related to the 90° turn of the circulating fluid were obtained in external and internal-loop airlift reactors and used to predict the liquid circulation velocity.

Key words: Airlift reactor, Liquid circulation velocity, Energy balance, Hydrodynamics, Loss coefficients

1. 서 론

공기부양반응기의 내부는 바닥에 있는 기체분산기(gas sparger)를 통해 공기가 직접 분산되는 공간과 그렇지 않은 공간으로 나눌 수 있다. 반응기 내로 공기가 분산되면 그 두 공간의 연결로 형성되는 고리(loop)를 순환하는 액체의 흐름이 발생한다. 이러한 액체순환

(liquid circulation)의 존재가 공기부양반응기를 다른 형태의 반응기와 구별하게 하는 특징이다. 액체순환속도는 공기부양반응기의 성능을 좌우하는 중요한 수력학적 특성 값으로 설계에 있어서 반드시 고려해야 하는 중요한 변수이다.

지금까지 공기부양반응기 내의 액체 흐름을 나타내기 위한 몇 개의 모델이 제안되었다. 대부분의 모델은 기체의 등온팽창으로 공급된 에너지를 반응기 각 부위에서 기포와 액체 흐름으로 인한 에너지의 손실과 수지를 세우는 것을 기본으로 한다. Jones[1]는 공기부양 펌프 이론(airlift pump theory)을 기초로 하강관(downcomer) 내에서의 유체순환속도와 상승관(riser) 내의 압력 구배와의 관계식을 얻었으며, 실험식으로 계산한 기포상승속도가 들어 있는 액체순환속도의 모델을

[†]To whom correspondence should be addressed.

E-mail: khchoi@hanbat.ac.kr

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

제안했다. 그들의 모형은 흡출관(draft-tube)의 직경이 121 mm 이하로 작고 기체유량이 400 mL/s 이하일 때만 실험값에 대략적으로 부합했다.

Verlaan 등[2]은 2상 흐름에 대한 drift flux model을 기초로 촉방향의 압력과 반경방향으로의 흐름 분포의 불균일함을 고려하여 액체순환속도와 상승관과 하강관에서의 기체체류량을 예측할 수 있는 모형을 제안했다. 그들은 상부가 공기에 개방된 외부순환 공기부양반응기를 사용했음에도 불구하고, 반응기에서의 압력강하는 4개의 90° 연결부와 두 번의 단면적 변화에 의한 손실과 상승관과 하강관에서의 마찰손실의 합과 같다는 모형을 유도했다. 그리고 그들은 유도한 모형을 사용하여 자신들의 자료만을 예측하는 데 머물렀다.

Chisti 등[3]은 기체의 등온팽창으로 공급된 에너지와 관련된 수지를 세웠으나 이론식의 단순함을 위해 마찰과 단면적 변화로 인한 에너지의 손실은 무시할 수 있다고 가정하였다. 그런 가정 하에서 그들은 마찰과 단면적 변화로 인한 에너지의 손실 그리고 방향전환으로 인한 에너지의 손실을 각각 구분하여 고려하지 않고, 상부와 하부의 마찰계수라는 집중매개변수를 사용하여 단순한 형태의 모형을 제시하였다.

Chisti와 Moo-Young[4]은 멱수법칙 유체(power-law fluid)인 경우엔 마찰손실을 무시할 수 없기에 Chisti 등[3]이 제시한 단순한 식으로는 액체순환속도를 잘 예측할 수 없다고 주장했다. 이러한 문제점을 해결하고 액체순환속도를 계산하려면 층류이나 난류이냐에 따라 전단응력에 대한 실험식을 사용하여 마찰손실을 고려해야 한다고 보고했다.

García-Calvo[5]는 상승관에서의 기체의 팽창으로 전달된 에너지를 미끄럼속도(slip velocity)의 함수로 보고 에너지 수지를 세웠다. 그들은 액체순환속도를 예측하기 위해 0.25 m/s라는 임의의 미끄럼속도를 사용하였다. 그러면서 액체순환속도의 제곱을 기체체류량에 대해 도식하여 얻은 추세선의 기울기로부터 구한 전체 마찰인자(friction factor)를 액체순환속도의 예측에 사용하기도 했다.

Kemblowski 등[6]은 외부순환 공기부양반응기 내의 액체순환속도를 예측하기 위해 Chisti 등[3]의 모형에 마찰손실 항을 추가한 이론식을 유도하고, Fanning 마찰인자를 계산하는 데 Metzner와 Reed[7]가 제안한 일반화된 Reynold 수를 사용하였다. 그렇게 마찰손실 항을 추가한다 하여도 상부와 하부 마찰계수는 단면적의 변화로 인한 손실 등을 포함하므로 여전히 집중매개변수의 역할을 할 것이다.

García-Calvo와 Letón[8]은 García-Calvo[5]의 모형에 액체의 운동에 기인하는 에너지 손실을 추가하는 방법으로 모형을 변형했다. 그들은 미끄럼속도를 0.24에서 0.35 m/s까지 변화시키면, 변형된 모형으로 점도가 높은 용액에서 측정된 다른 연구자의 실험 결과를 잘 예측할 수 있다고 보고했다.

앞서 살펴본 것들이 액체순환속도를 예측하기 위해 지금까지 제시된 모형들은 손실계수 이외에 추가적인 변수인 미끄럼속도를 임의의 값으로 사용하거나, 특정한 치수와 형태의 공기부양반응기에나 맞는 상부와 하부의 마찰계수라는 집중매개변수를 사용하거나, 문헌에서 보통 정확한 값이 제시되고 있지 않는 분산액체높이를 사용했기 때문에 다른 치수와 형태를 갖는 반응기에는 잘 맞지 않는 문제점을 갖는다. 따라서 본 연구에서는 벽에 의한 마찰손실은 물론 단면적 변화와 90° 방향전환과 관련된 손실을 각각 반영한 에너지 수지를 세워 여러 형태의 공기부양반응기 내에서의 액체순환속도를 보다 정밀하게 예측하려는 시도를 수행하였다. 또한 90° 방향전환과 관련

된 손실계수(loss coefficient)를 구할 수 있는 유용한 실험식을 제시하고 액체순환속도의 예측에 사용하였다.

2. 이 론

Fig. 1은 단면적이 일정한 외부순환 공기부양반응기 내에 있는 액체순환고리를 나타낸다. 점 1은 상승관 입구의 중심을 나타내며, 점 2는 상부 연결관 입구의 바닥을 나타낸다. 또한 점 3은 하강관 입구의 중심을 나타내며 점 4는 하부 연결관 입구의 천장을 의미한다. 반응기의 각 연결부위에 의한 에너지 손실은 단면적 변화로 인한 손실과 90° 방향전환으로 인한 손실로 구성되며, 90° 방향전환으로 인한 에너지 손실은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_{ii} = \frac{1}{2} K_{ii} V_{Li}^2 \quad (1)$$

등온이며 정상 상태이므로 점 1과 점 2 사이의 에너지 수지를 세우면

$$\frac{P_1}{\rho_L} + \frac{1}{2} V_{Lr}^2 - \frac{1}{2} (K_{fr} + K_{tr}) V_{Lr}^2 - gL_d(1 - \epsilon_r) = \frac{P_2}{\rho_L} + gL_d + \frac{1}{2} V_{Ll}^2 \quad (2)$$

점 2와 점 3의 위치에너지 차이는 무시할 수 있으므로 점 2와 점 3사이의 에너지 수지를 세우면

$$\frac{P_2}{\rho_L} + \frac{1}{2} V_{Ll}^2 - \frac{1}{2} (K_{ft} + K_{tt}) V_{Ll}^2 = \frac{P_3}{\rho_L} + \frac{1}{2} V_{Ld}^2 \quad (3)$$

점 3과 점 4사이의 에너지 수지를 세우면

$$\frac{P_3}{\rho_L} + gL_d + \frac{1}{2} V_{Ld}^2 - \frac{1}{2} (K_{fd} + K_{td}) V_{Ld}^2 + gL_d(1 - \epsilon_d) = \frac{P_4}{\rho_L} + \frac{1}{2} V_{Lb}^2 \quad (4)$$

점 4와 점 1의 위치에너지 차이는 무시할 수 있으므로 점 4와 점 1사이의 에너지 수지를 세우면

$$\frac{P_4}{\rho_L} + \frac{1}{2} V_{Lb}^2 - \frac{1}{2} (K_{fb} + K_{tb}) V_{Lb}^2 = \frac{P_1}{\rho_L} + \frac{1}{2} V_{Lr}^2 \quad (5)$$

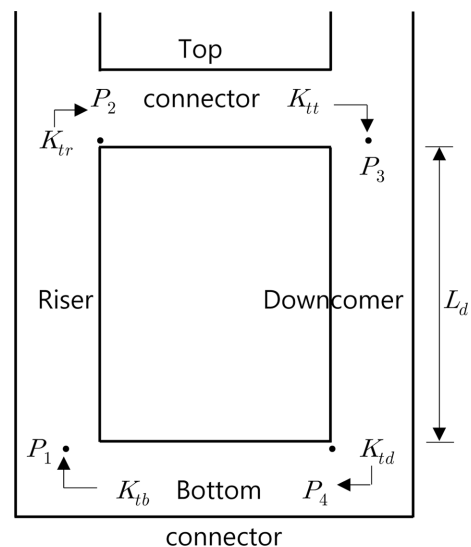


Fig. 1. Closed liquid circulation loop with a constant cross-sectional area.

식 (2)~(5)를 모두 더하면

$$2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d) = (K_{fr} + K_{tr}) V_{Lr}^2 + (K_{ft} + K_{tt}) V_{Lt}^2 + (K_{fd} + K_{td}) V_{Ld}^2 + (K_{fb} + K_{tb}) V_{Lb}^2 \quad (6)$$

액체 선속도(linear liquid velocity)는 해당하는 액체 공탐속도(superficial liquid velocity)와 다음과 같이 연관된다.

$$U_{Li} = V_{Li} (1 - \varepsilon_i) \quad (7)$$

액체흐름에 대한 연속방정식(continuity equation)에 의해

$$U_{Lr} A_r = U_{Lt} A_t = U_{Ld} A_d = U_{Lb} A_b \quad (8)$$

따라서 식 (6)에 식 (7)~(8)을 대입하고 정리하면

$$U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{\frac{K_{fr} + K_{tr}}{(1 - \varepsilon_r)^2} + \frac{K_{ft} + K_{tt}}{(1 - \varepsilon_t)^2} \left(\frac{A_r}{A_t}\right)^2 + \frac{K_{fd} + K_{td}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2 + \frac{K_{fb} + K_{tb}}{(1 - \varepsilon_b)^2} \left(\frac{A_r}{A_b}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (9)$$

상부와 하부 연결부의 기체체류량과 하강관의 기체체류량이 같고 ($\varepsilon_t = \varepsilon_d = \varepsilon_b$) 각 부위에서의 90° 방향전환에 의한 손실계수가 모두 같다고 ($K_{tr} = K_{tt} = K_{td} = K_{tb} = K_t$) 가정하면 식 (9)로부터

$$U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{\frac{K_{fr} + K_t}{(1 - \varepsilon_r)^2} + \frac{K_{ft} + K_t}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2 + \frac{K_{fb} + K_t}{(1 - \varepsilon_b)^2} \left(\frac{A_r}{A_b}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (10)$$

마찰손실계수는 다음 식과 같이 계산할 수 있다.

$$K_{fi} = 4f \frac{L_i}{D_i} \quad (11)$$

Wallis[9]는 난류인 경우 모든 조건에 대해 다음과 같은 일정한 마찰계수의 사용을 제안했다.

$$f \approx 0.005 \quad (12)$$

급격한 단면적의 변화에 의한 에너지의 손실은 좁은 관에서의 유속의 함수이며, 급격한 단면적의 확대와 축소에 대한 손실계수는 각각 다음 식들을 이용하여 구할 수 있다[2,10].

$$\text{확대인 경우}(A_1 < A_2): K_{ci} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad (13)$$

$$\text{축소인 경우}(A_1 > A_2): K_{ci} = 0.45 \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right) \quad (14)$$

만약 방향전환 시에 단면적이 변화하거나 어떤 부위를 통과하는 동안에 단면적이 변화한다면 식 (10)에 그런 단면적의 변화로 인한 손실계수(K_{ci})를 삽입하면 된다. 보통의 닫힌 외부순환 공기부양반응기의 경우는 $A_r > A_t = A_b = A_d$ 이므로 식 (10)으로부터

$$U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{\frac{K_t + K_{fr}}{(1 - \varepsilon_r)^2} + \frac{3K_t + K_{ft} + K_{ct} + K_{fd} + K_{fb} + K_{cb}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (15)$$

본 연구에서 사용한 반응기의 경우는 $A_r > A_t = A_b > A_d$ 이므로 단면적의 변화와 관련된 마찰 계수를 식 (10)에 추가하면

$$U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{\frac{K_t + K_{fr}}{(1 - \varepsilon_r)^2} + \frac{K_t + K_{fd} + K_{ct}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2 + \frac{2K_t + K_{ft} + K_{ct} + K_{fb} + K_{cb}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_b}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (16)$$

Chisti 등[3]에 따르면 상부 연결부(connector)로 기액분리기(gas-liquid separator)가 있어서 상부가 공기에 개방된 공기부양반응기의 경우엔 상부에서의 일어나는 두 번의 90° 방향전환에 의한 에너지 손실과 상부 연결부에서의 마찰손실 그리고 상승관에서 상부 연결부로 들어갈 때의 단면적의 변화에 의한 에너지 손실은 무시할 수 있다. 즉, $K_{tt} = K_{td} = K_{ft} = K_{ct} = 0$ 이다. 따라서 $A_r > A_d = A_b$ 이면서 상부가 공기에 개방된 외부순환 공기부양반응기의 경우라면 식 (15)로부터

$$U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{\frac{K_t + K_{fr}}{(1 - \varepsilon_r)^2} + \frac{K_t + K_{fd} + K_{fb} + K_{cb}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (17)$$

최[11]가 사용한 $A_r > A_t = A_b > A_d$ 인 상부가 공기에 개방된 외부순환 공기부양반응기인 경우 상부에서의 에너지 손실은 무시할 수 있으므로, 식 (16)에서 관련된 항을 제거하면

$$U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{\frac{K_t + K_{fr}}{(1 - \varepsilon_r)^2} + \frac{K_{fd} + K_{cb}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2 + \frac{K_t + K_{fb} + K_{cb}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_b}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (18)$$

내부순환(internal-loop) 공기부양반응기의 경우엔 상부가 공기에 개방되어 있으므로 상부에서의 손실을 모두 무시할 수 있다. 이 경우 하부 연결부의 길이 또한 작으므로 하부 간격이 극히 작지만 않다면 하부 연결부에서의 마찰과 단면적 변화에 대한 손실 또한 무시(즉, $K_{fb} = K_{cb} = 0$)할 수 있다. 이를 고려하면 식 (10)의 우변에 있는 근호 속의 분모에 있는 2번째와 4번째 항은 삭제할 수 있다. 그리고 하강관과 상승관 사이의 단면적 변화에 따른 손실계수(K_{cd} 또는 K_{cr})을 고려하면 다음 식이 얻어진다.

$$A_r > A_d \text{ 인 경우: } U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{\frac{K_t + K_{fr}}{(1 - \varepsilon_r)^2} + \frac{K_t + K_{fd} + K_{cd}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (19a)$$

또는

$$A_r < A_d \text{ 인 경우: } U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g L_d (\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{\frac{K_t + K_{fr} + K_{cr}}{(1 - \varepsilon_r)^2} + \frac{K_t + K_{fd}}{(1 - \varepsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (19b)$$

Chisti 등[3]은 마찰과 단면적 변화로 인한 에너지 손실은 무시할 수 있다고 가정하고, 상부와 하부의 마찰계수라는 집중매개변수를 사용하여 다음과 같이 단순한 식을 제시하였다.

$$U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g H_d (\epsilon_r - \epsilon_d)}{\frac{K_T}{(1-\epsilon_r)^2} + \frac{K_B}{(1-\epsilon_d)^2} \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (20)$$

Kemblowski 등[6]은 식 (20)에 상승관과 하강관에 해당하는 마찰 손실 항을 추가한 아래와 같은 이론식을 제안했다. 그렇게 마찰손실 항을 추가한다 하더라도 상부와 하부 마찰계수는 방향전환뿐만 아니라 단면적의 변화로 인한 손실 등을 포함하므로 여전히 집중매개 변수의 역할을 한다.

$$U_{Lr} = \left[\frac{2\rho_L g H_d (\epsilon_r - \epsilon_d)}{\frac{K_T}{(1-\epsilon_r)^2} + (K_B + K_{fd}) \left(\frac{A_r}{A_d}\right)^2 + K_{fr}} \right]^{1/2} \quad (21)$$

본 연구에서 제안한 식 (15)~(19)를 식 (20)이나 식 (21)과 비교하면 차이점을 분명하게 알 수 있다. 본 연구에서 제시한 이론식은 문헌에서 보통 정확한 값을 알 수 없는 분산액체높이(H_d) 대신에 정확한 값을 알 수 있는 하강관의 높이 또는 수직방해판(vertical baffle)이나 흡출관의 높이(L_d)를 사용하여 액체순환속도를 나타내고 있으며, 집중매개변수(K_T 나 K_B)를 사용하지 않고 벽과의 마찰계수와 단면적의 변화로 인한 손실계수 그리고 90° 방향전환으로 인한 손실계수로 분리하여 반영하였다는 점에서 기존의 이론식과 분명히 다르다.

3. 실험

실험에 사용된 외부순환 공기부양반응기는 상승관과 하강관의 상부와 하부를 2개의 연결관으로 각각 연결한 형태로 실험 장치의 개략도는 Fig. 2와 같다. 내경이 0.149 m인 상승관을 사용하였다. 전체 길이가 0.992 m인 하강관의 일부(0.892 m)는 내경을 0.049, 0.078, 0.108 m로 변화시켰다. 그이외의 하강관의 다른 부분과 연결관의 내경은 모두 0.108 m였다. 하부 연결관은 반응기의 바닥으로부터 10 m 높이에 설치되었으며, 연결관의 길이는 0.2~0.4 m로 변화시켰다. 상승관의 꼭대기엔 물 넘침 상자(weir box)를 설치하여 분산액체높이를 1.77 m로 유지하였다. 기체로는 공기를 사용하였으며 액체로는 수돗물을 사용했다. 기체속도는 0.02~0.18 m/s로 변화시켰다.

실험을 위해 먼저 반응기의 내부를 수돗물로 채운 후에 공기를 반응기 바닥에 설치된 기체분산기를 통해 일정 속도로 분산시킨다. 그런 다음에 상승관과 하강관에 각각 2개씩 설치된 압력 탭(pressure tap)에 연결된 U자 마노미터(manometer)를 이용하여 압력 차를 측정하고, 그 압력 차를 두 압력 탭이 떨어진 거리로 나누어 그 부분에서의 기체체류량(gas holdup)의 값을 구하였다. 액체순환속도는 추적자펄스방법으로 측정하였다. 하강관의 상부에 소량의 KCl 포화용액을 주입한 후에 하강관의 하부에 설치된 탐침을 이용하여 반응기 내의 용액의 전도도 변화를 측정하였다. 전도도 변화의 첫 번째 꼭대기에서 다음 꼭대기까지의 걸린 시간으로 순환시간(circulation time)을 결정하였다. 상부 연결관의 천장보다 낮은 부분에 있는 용액만이 효율적으로 순환한다고 가정하고 그 액체의 부피를 순환시간으로 나누면 순환액체의 부피유속(volumetric velocity)을 얻을 수 있다. 그리고 순환액체의 부피유속을 상승관의 단면적으로 나누면 상승관의 액체 공타속도(riser superficial liquid velocity)가 계산된다. 모든 실험은 상온과 대기압에서 실행하였다.

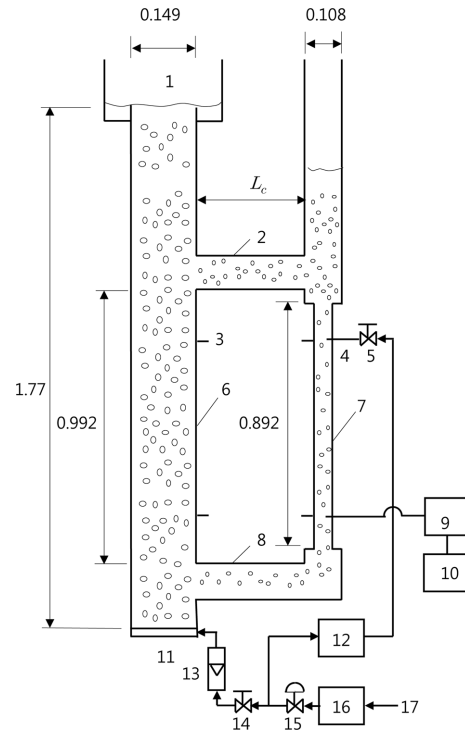


Fig. 2. Schematic diagram of the experimental apparatus.

- | | |
|---------------------------|------------------------|
| 1. Weir box | 10. Personal computer |
| 2. Top connecting pipe | 11. Gas sparger |
| 3. Pressure tap | 12. Salt solution tank |
| 4. Injection tube | 13. Rotameter |
| 5. Solenoid valve | 14. Valve |
| 6. Riser | 15. Pressure regulator |
| 7. Downcomer | 16. Air filter |
| 8. Bottom connecting pipe | 17. Air line |
| 9. Conductivity meter | |

4. 결과 및 토론

90° 방향전환에 의한 에너지 손실을 나타내기 위한 손실계수(K_f)는 주로 반응기 치수의 함수이지만, 이에 대한 유용한 문헌자료는 없기에 관련된 에너지 손실을 이론식에 반영하려면 실험으로부터 구할 수밖에 없다. 실험으로 K_f 를 구하기 위해, 먼저 본 연구의 실험 자료와 문헌 자료를 Table 1에 나타낸 것처럼 세분화하였다. 이렇게 세분한 자료 별로 상승관과 하강관의 기체체류량과 다른 손실계수들을 이론식인 식 (15)~(19)에 대입한 뒤에 K_f 를 변화시키면서 액체순환속도를 계산하였다. 이렇게 계산한 액체순환속도와 측정값 사이에 가장 작은 오차의 합을 보이는 K_f 의 값을 K_f 의 실험값으로 정하였다.

Table 1에 각 반응기의 주요 치수와 K_f 의 실험값을 나타냈다. Table 1에 나타낸 직경은 단면이 직사각형이거나 환형인 관이거나 바닥의 경우엔 상당 직경을 의미한다. 본 연구에서 사용한 외부순환 공기부양반응기의 경우에 K_f 의 실험값은 0.58~4.25로 변화했다. 이러한 결과는 원통형의 상부 연결관을 가진 외부순환 공기부양반응기라면 다른 치수들이 다르더라도 K_T 와 K_B 는 모두 대략 5.5였다는 Chisti 등[3]의 보고와는 큰 차이가 있다. 본 연구에서 사용된 K_f 는 90° 방향전환과 관련된 손실계수이고, 그들이 사용한 K_B 는 두 개의 90° 방향전환으로 인한 손실계수뿐만 아니라 마찰과 단면적의 변화에 대한 손실계수 등을 포함하는 집중매개변수이다. 그런 이유로 $2K_f < K_B$ 일 것이기에 본 연구에서 얻은 K_f 의 값이 K_T 보다 작은 것은

Table 1. Geometric details and loss coefficients of airlift reactors

No.	Description	D_r (m)	D_d (m)	D_b (m)	L_d (m)	L_c (m)	h_2 (m)	K_f (mea.)	K_f (cal.)	Reference
1a	ELET	0.149	0.049~0.108	0.108	0.992	0.20	0.199~0.483	0.79	1.00	This work
1b	ELET	0.149	0.049~0.108	0.108	0.992	0.30	0.193~0.485	0.71	0.77	This work
1c	ELET	0.149	0.049~0.108	0.108	0.992	0.40	0.174~0.483	0.71	0.65	This work
2	ELET	0.104	0.054	0.054	1.242	0.2	0.084	0.58	1.04	[12]
3	ELET	0.225	0.225	0.225	7.5	1.2	0.082	1.45	1.78	[13]
4	ELET	0.194	0.092	0.092	0.908	0.356	0*	1.46	1.23	[14]
5a	ELGS	0.149	0.049~0.108	0.108	1.578	0.30	0.04	2.97	2.40	[11]
5b	ELGS	0.149	0.049~0.108	0.108	1.578	0.30	0.08	2.31	1.89	[11]
5c	ELGS	0.149	0.049~0.108	0.108	1.578	0.30	0.12	2.09	1.54	[11]
5d	ELGS	0.149	0.049~0.108	0.108	1.578	0.30	0.16	1.52	1.30	[11]
5e	ELGS	0.149	0.049~0.108	0.108	1.578	0.30	0.20	1.14	1.12	[11]
6	ELGS	0.194	0.093	0.093	1.6	0.356	0*	2.41	2.03	[15]
7	ELGS	0.100	0.100	0.100	1.80	0.40*	0.155*	1.19	0.98	[6]
8	ELGS	0.2	0.1	0.1	3.23	0.3	0.13	0.65	1.30	[2]
9	ELGS	0.14	0.14	0.14	4.05	0.35	0*	4.25	4.25	[16]
10	DTIL	0.074	0.018	0.1	2.07	-	0*	4.04	3.70	[17]
11	SRIL	0.333	0.333	0.075	2.35	-	0.1	4.77	4.30	[18]
12	DTIL	0.12	0.05	0.2	1.1	-	0.2	2.01	2.57	[19]
13a	DTIL	0.15	0.038	0.08	2	-	0*	4.19	4.77	[20]
13b	DTIL	0.1	0.088	0.08	2	-	0*	1.73	2.20	[20]
13c	DTIL	0.08	0.108	0.08	2	-	0*	1.28	1.44	[20]
14	SRIL	0.132	0.109	0.162	4.25	-	0.15	3.82	3.65	[21]
15	DTIL	0.12	0.09	0.1	1.95	-	0*	3.20	2.46	[22]
16a	DTIL	0.121	0.123	0.2	1.22	-	0.01	2.29	1.64	[1]
16b	DTIL	0.096	0.148	0.2	1.22	-	0.01	0.84	1.06	[1]
16c	DTIL	0.07	0.174	0.2	1.22	-	0.01	0.07	0.59	[1]
17	DTIL	0.206	0.094	0.066	2.6	-	0.167	4.22	4.39	[23]

*Assumed. ELET: external-loop with an extension tube; ELGS: external-loop with a gas-liquid separator; DTIL: draft-tube internal-loop; SRIL: split-channel rectangular internal-loop.

너무나 당연한 결과이다. 최[11]의 일부 실험($h_2 = 0.04\sim 0.08$ m)만이 $K_f = 2.31\sim 2.97$ 로 이를 두 배하면 그들의 주장한 5.5와 유사한 값이 된다. 그이외의 대부분의 결과들은 5.5보다는 훨씬 작은 값을 보여 주었다. Merchuk과 Stein[16]의 경우 가장 큰 4.25를 보여주는 것은 상승관의 상부 끝이 기액분리기의 바닥보다 높게 설치되어 있을 뿐만 아니라 하강관의 상부엔 교정날개(straightening vanes)가 설치되어 있는 구조적인 특징 때문이라 생각된다. Al-Masry와 Dukkan[13]의 경우는 가장 긴 하강관의 길이($L_d = 7.5$ m)에도 불구하고 상대적으로 작은 1.45를 보여주는데, 그것은 연결관의 길이(L_c)가 1.2 m로 가장 길기도 하지만 상승관과 하강관의 하부가 부드럽게 꺾인 관으로 연결되었기 때문이다. Verlaan 등[2]의 경우도 하강관의 길이가 긴데도($L_d = 3.23$ m) 불구하고 본 연구의 결과와 비슷한 K_f 실험값을 보여준다. 그런 이유는 그들의 반응기가 상대적으로 큰 직경의 상승관과 깔때기 모양(funnel shaped)의 하강관 입구 그리고 부드럽게 꺾인 90° 엘보(elbow)를 갖기 때문이다.

본 연구에서 고려한 내부순환 공기부양반응기의 자료의 경우 K_f 실험값은 0.07~4.77로 변화했다. Krichnavaruk와 Pavasant[17]과 Couvert 등[18] 그리고 Hatch[23]의 반응기가 4이상의 큰 K_f 를 보여주는 것은 모두 흡출관 또는 수직방해판이 설치된 높이가 매우 낮아서 유체가 자유롭게 흐를 수 있는 하부 단면적(A_b)이 작기 때문이다. 이러한 경향은 하부 단면적에 대한 하강관 단면적의 비(A_d/A_b)가 증가할수록 하부의 마찰계수(K_B)는 증가한다는 Chisti 등[3]의 보고

와 일치한다. Chisti 등[3]은 하부의 마찰계수는 다음식과 같이 나타낼 수 있다고 보고한 바가 있다.

$$K_B = 11.402 \left(\frac{A_d}{A_b} \right)^{0.789} \quad (22)$$

최[11]의 일부 실험($h_2 = 0.20$ m)이 보여주는 1.14와 Kemblowski 등[6]의 1.19는 Table 2에 나타난 T-모양의 표준 파이프 연결에 대한 손실계수인 1.0과 매우 유사한 값을 보여준다. 또한 Al-Masry와 Dukkan[13]의 1.45와 Bentifraouine 등[14]의 1.46은 급격하게 꺾인 90° 관에 대한 손실계수인 1.3과 유사하다. 그러나 그 밖의 실험 자료는 이와는 상당히 다른 결과를 보여준다. 해당하는 외부순환 공기부양반응기의 연결 부위의 모양은 T-모양의 연결과 급격하게 꺾인 90° 관과 유사하지만, 연결된 관의 단면적이 서로 다르고 관의 길이 또한 충분히 길지 않으므로 Table 2에 있는 손실계수와는 다른 값을 보이는 것으로 생각된다. 흡출관을 갖는 내부순환형 공기부양반응기를 사용한 Petrović 등[20]의 실험(Table 1의 13b와 13c)은 $D_r \approx D_d \approx D_b$ 일 때 1.28~1.73의 K_f 값을 보여준다. 그러한 K_f 의 값은 Table 2

Table 2. Loss coefficients for pipe fittings

Fitting	K_f	Reference
90° rectangular	1.3	[2]
Tee used as elbow	1.0	[24]
Return bend, 180°	1.5	[24]

에 있는 180° 연결관의 손실계수 1.5와 매우 유사하다. 이러한 결과를 종합할 때 단순히 관의 연결된 모양만을 보고 Table 2에 있는 표준관의 연결에 대한 손실계수를 본 연구에서 제시한 모형에 사용할 경우엔 상당한 오차가 발생할 것임을 의미한다.

K_t 의 실험값을 반응기의 주요한 치수와 상부간격(top clearance)으로 나타낸 상관관계식은 다음과 같다.

외부순환 공기부양반응기인 경우:

$$K_t = 8.887 \left(\frac{A_b}{D_r L_c} \right)^{0.637} \left(\frac{D_r}{D_r + h_2} \right)^{1.250} \quad (23)$$

내부순환 공기부양반응기인 경우:

$$K_t = 6.461 \left(\frac{D_r D_c}{A_b} \right)^{0.286} \left(\frac{A_r}{A_r + A_d} \right)^{0.917} \quad (24)$$

식 (23)과 식 (24)으로 계산한 K_t 의 값 또한 Table 1에 나타냈다. 액체순환속도를 예측할 때에 이 값을 사용하였다. Rujiruttanakul과 Pavasant[12]의 자료와 Jones[1]의 일부 자료($D_r = 0.07$ m) 그리고 Verlaan 등[2]의 자료의 경우에 K_t 의 실험값과 계산값은 매우 큰 차이를 보여준다. Rujiruttanakul과 Pavasant[12]는 상대적으로 작은 바닥간격(bottom clearance)을 사용하였고, Jones[1]의 일부 자료는 상대적으로 작은 직경의 상승관일 때 얻어졌으며, Verlaan 등[2]의 경우엔 큰 직경의 상승관과 깔때기 모양의 하강관 입구를 사용했기에 그런 결과가 각각 얻어진 것으로 여겨진다. 특별히 큰 차이를 보이는 이 세 경우를 제외한 나머지 연구 결과들은 K_t 의 실험값과 계산값은 대략 25% 미만의 차이를 보여준다. Fig. 3과 4는 각각 식 (23)과 식 (24)로 계산한 K_t 의 값이 실험값과 어느 정도 상관관계가 있는지를 보여준다. 액체순환속도를 측정하는 데 발생하는 오차와 식 (23)과 식 (24)를 유도할 때에 고려하지 못한 변수들이 이 그림들에서 계산값과 실험값 사이의 불일치의 원인이 될 수 있다.

본 연구의 실험으로 얻은 액체순환속도의 자료와 외부순환 공기부양반응기에서 얻은 다른 문헌 자료를 식 (15)~(18)로 계산한 값과 비교하면 Fig. 5와 같으며, 내부순환 공기부양반응기에 얻은 액체순환속도의 문헌 자료를 (19)식으로 계산한 값에 대해 그림을 그리면 Fig. 6과 같다. Fig. 5~6을 살펴보면 본 연구에서 제안한 식 (15)~

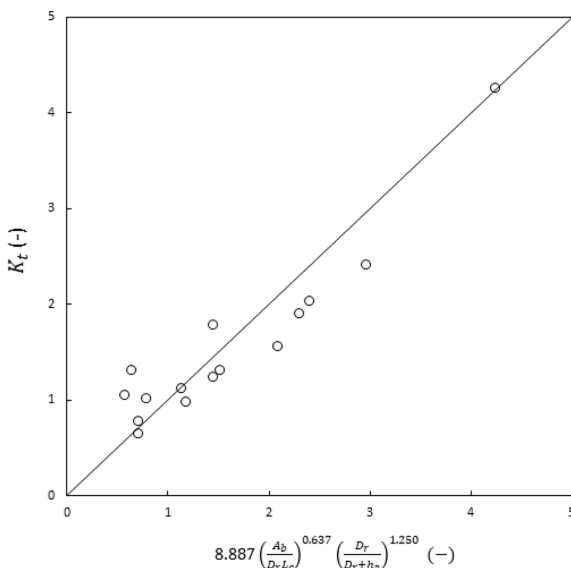


Fig. 3. Correlation of K_t for external-loop airlift reactors.

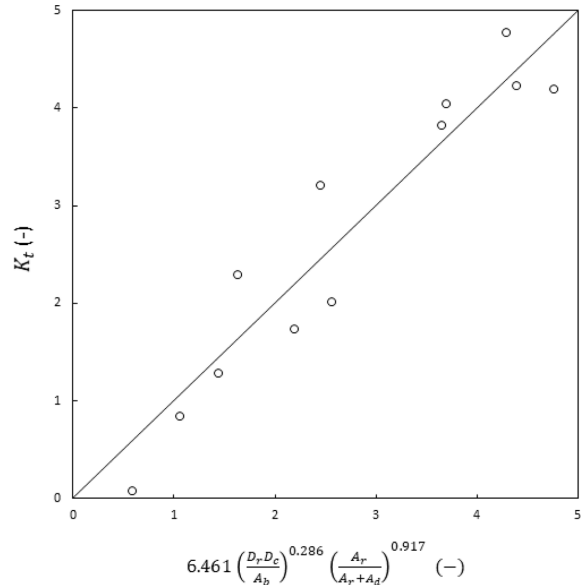


Fig. 4. Correlation of K_t for internal-loop airlift reactors.

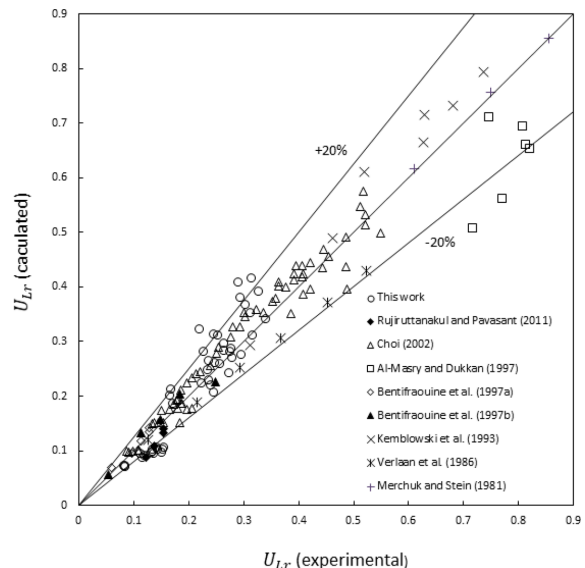


Fig. 5. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for external-loop airlift reactors.

(19)로 매우 다양한 형태와 치수를 갖는 공기부양반응기에서 얻은 많은 실험 자료들을 $\pm 20\%$ 로 잘 예측할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 이론식들과 본 연구에서 얻은 액체순환속도의 실험값과의 관계를 보여준다. Fig. 8~12에 문헌 자료에 있는 외부순환 공기부양반응기에서 얻은 액체순환속도의 실험값과 이론식들로 계산한 값의 관계를 보여준다. 이러한 그림들은 모두 본 연구에서 제안한 식이 Chisti 등[3]이 제안한 식보다 액체순환속도의 실험값을 더 잘 나타내고 있음을 보여준다. 이는 Chisti 등[3]은 이론식의 유도과정에서 마찰과 단면적의 변화로 인한 에너지 손실을 무시하였고, 외부순환 공기부양반응기의 경우 특정한 반응기에만 맞는 $K_T \approx K_B \approx 5.5$ 를 사용했으며, 액체순환속도를 분산액체높이의 함수로 나타냈기 때문이다. 본 연구에서 유도된 이론식은 마찰손실과 단면적의 변화에 대한 손실을 모두 고려하였고 액체순환속도를 분산액체높이가 아닌 하강

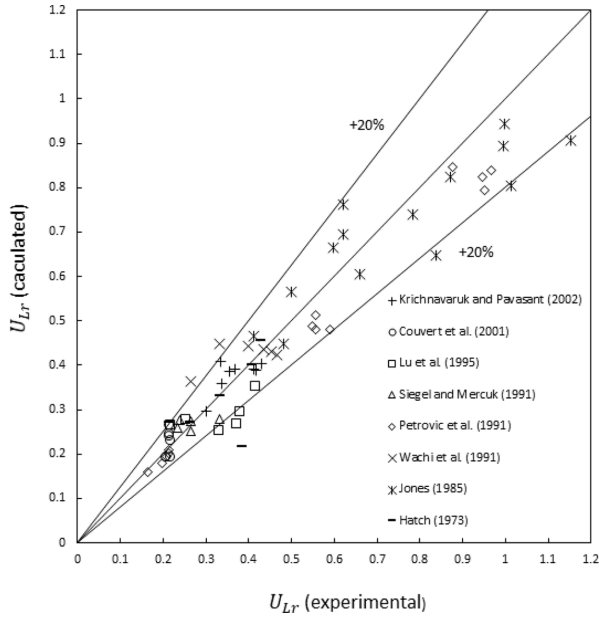


Fig. 6. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for internal-loop airlift reactors.

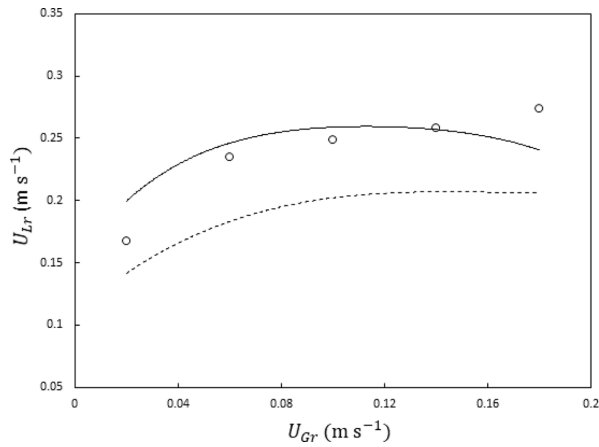


Fig. 7. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of this work for $A_d/A_r=0.281$ and $L_c=0.3$ m: — Eq. (16); --- Eq. (20).

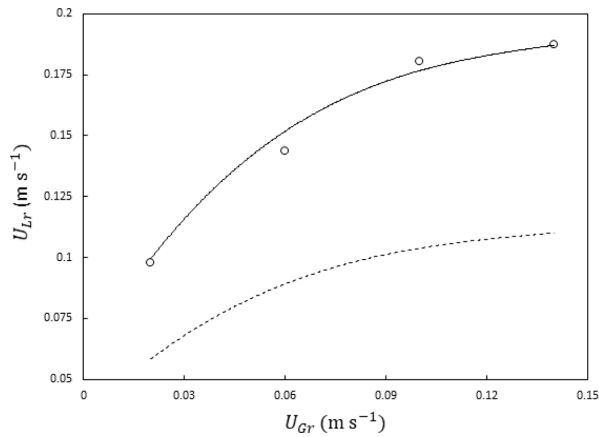


Fig. 8. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Choi [11] for $A_d/A_r=0.108$ and $h_2=0.16$ m: — Eq. (18); --- Eq. (20).

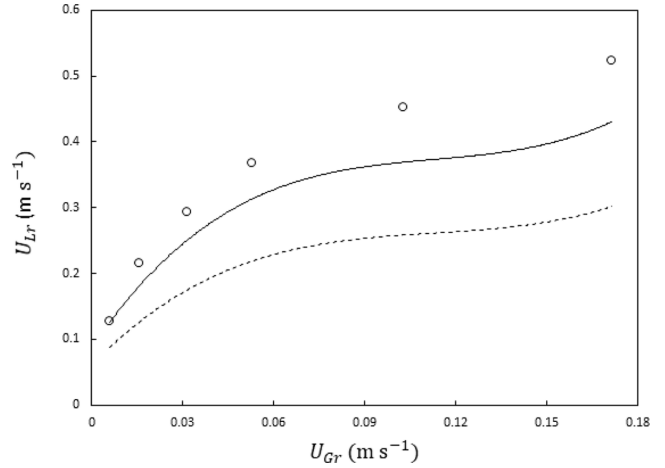


Fig. 9. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Verlaan et al. [2]: — Eq. (17); --- Eq. (20).

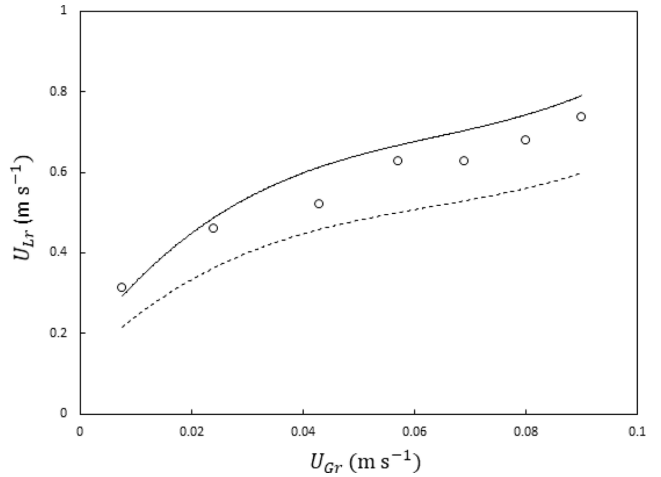


Fig. 10. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Kembrowski et al. [6]: — Eq. (17); --- Eq. (20).

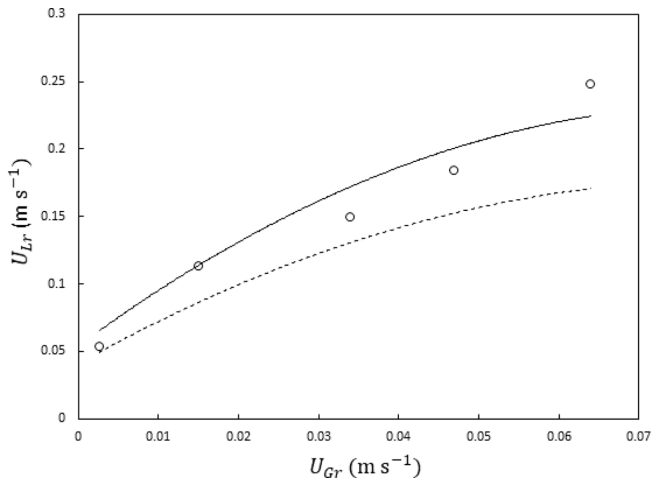


Fig. 11. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Bentifraouine et al. [15]: — Eq. (17); --- Eq. (20).

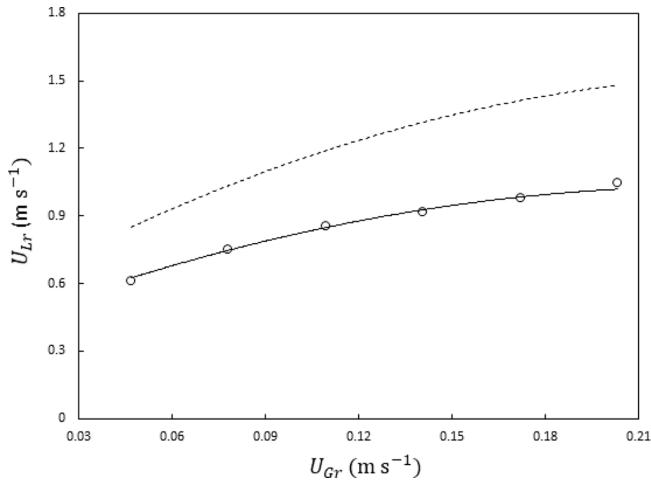


Fig. 12. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Merchuk and Stein [16]: — Eq. (17); --- Eq. (20).

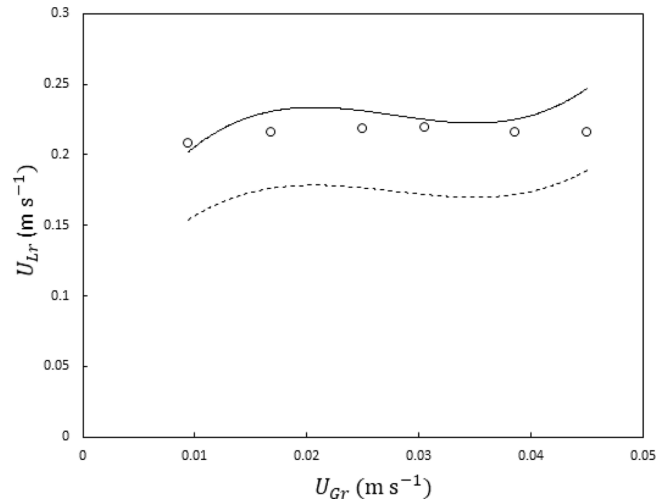


Fig. 15. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Couvert et al. [18]: — Eq. (19); --- Eq. (20).

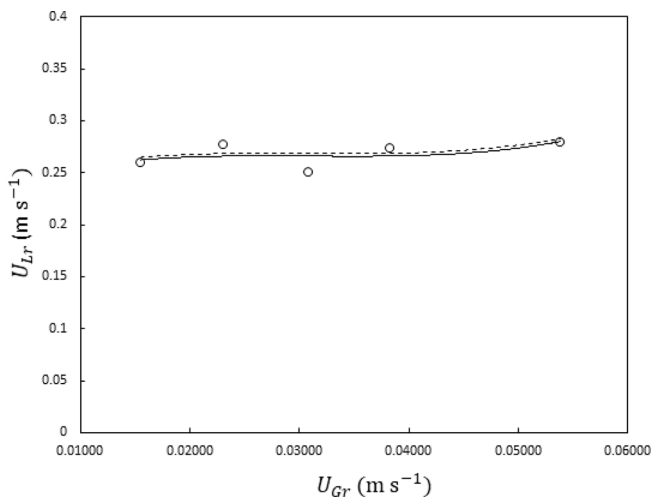


Fig. 13. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Siegel and Mercuk [21]: — Eq. (19); --- Eq. (20).

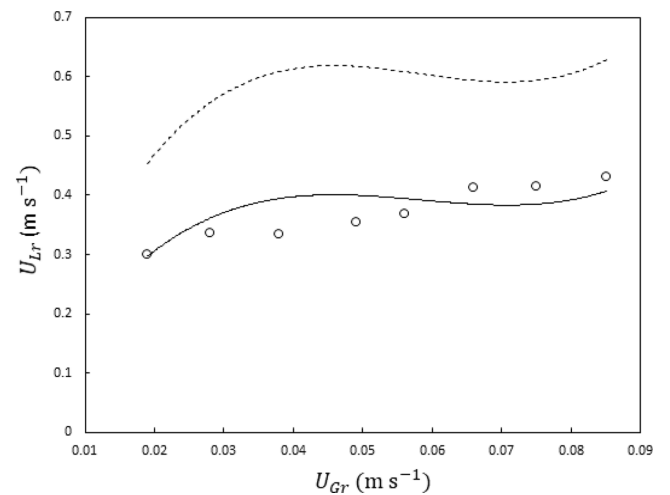


Fig. 16. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Krichnaruk and Pavasant [17]: — Eq. (19); --- Eq. (20).

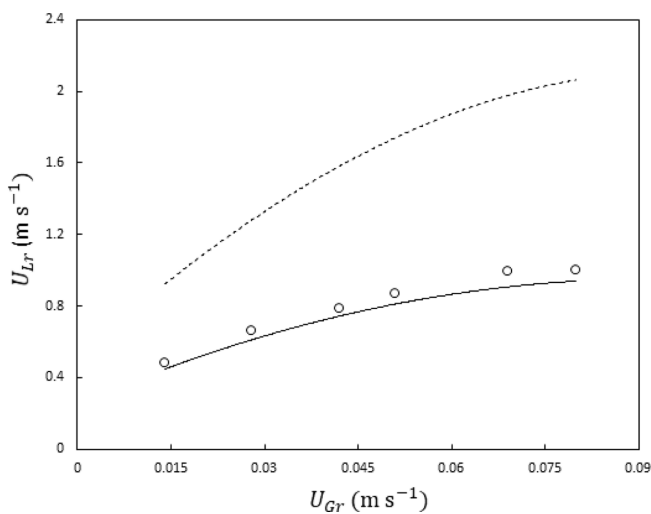


Fig. 14. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Jones[1] for $D_r = 0.096$ m: — Eq. (19); --- Eq. (20).

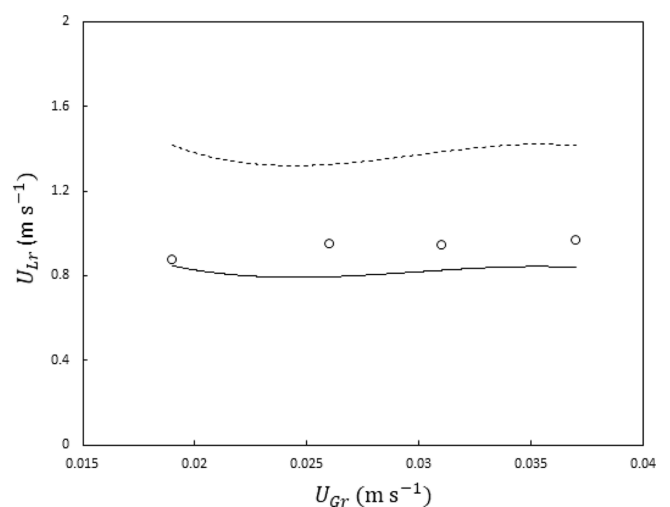


Fig. 17. Comparison between experimental and calculated values of riser superficial liquid velocity for the data of Petrović et al. [20] for $D_r = 0.08$ m: — Eq. (19); --- Eq. (20).

관의 길이의 함수로 나타냈다. 또한 외부순환 공기부양반응기인 경우에는 방향전환의 손실계수 K 를 일정한 값이 아닌 $A_b/(D,L_c)$ 와 $D/(D_r+h_2)$ 의 함수로 나타낸 실험식을 사용하였기에, 본 연구에서 유도된 이론식이 여러 자료들을 보다 잘 예측하는 결과를 보여주었다. 이런 사실은 본 연구의 결과로 얻어진 식 (23)이 외부순환 공기부양 반응기의 액체순환속도를 예측하는데 유용하게 사용할 수 있는 K 에 대한 관계식임을 의미한다.

내부순환 공기부양반응기에서 얻은 액체순환속도에 대한 문헌 자료를 이론식들과 비교한 것을 Fig. 10~12에 나타냈다. Chisti 등[3]은 일부 실험 결과를 기초로 하부의 마찰계수를 하부의 단면적에 대한 하강관의 단면적의 비(A_d/A_b)만의 함수로 나타낸 비교적 단순한 실험식을 사용했다. 이러한 단순성이 앞서 언급한 모형의 미흡함에 더해져서 그들의 이론식은 상당히 큰 오차를 보여준다. 반면에 본 연구에서 유도한 이론식은 그러한 미흡함을 보완하고 있기에 내부순환 공기부양반응기인 경우에도 실험값을 보다 잘 나타내주었다. 이러한 결과는 내부순환 공기부양반응기인 경우에 방향전환의 손실계수(K)를 단순히 A_d/A_b 만의 함수로 보는 것보다는 $D_r L_d/A_b$ 와 $A_r/(A_r+A_d)$ 의 함수로 보는 것이 보다 타당함을 의미한다. 아울러 본 연구에서 제시한 식 (24)는 내부순환 공기부양반응기의 액체순환속도를 예측하는 데 유용하게 사용할 수 있는 K 에 대한 관계식임을 알 수 있게 한다.

최근 최[25]는 공기-물 계에서 기체속도와 기하학적 매개변수만을 사용하여 다양한 형태의 공기부양반응기 내에서의 상승관 기체체류량과 하강관 기체체류량을 예측할 수 있는 식을 제안했다. 그가 제안한 식으로 계산한 기체체류량을 본 연구에서 제안한 이론식에 넣었을 때에도 액체순환속도를 잘 예측할 수 있다면, 그 방법은 매우 효율적인 공기부양반응기의 설계 방법이 될 것이다. 이러한 가능성에 대해 향후 검증해볼 필요가 있다.

5. 결 론

본 연구에서 액체순환고리에 대한 에너지수지를 기초로 제안한 이론식은 여러 형태와 치수를 갖는 공기부양반응기의 액체순환속도를 만족스럽게 예측할 수 있다는 것을 보여주었다. 수돗물과 같은 낮은 점도를 갖는 뉴턴 유체(Newtonian fluid)인 경우라 하더라도 벽과의 마찰에 의한 손실과 단면적의 변화로 인한 손실 그리고 방향전환으로 인한 손실을 모두 고려하지 않는다면 심각한 오차를 발생시키므로 액체순환속도를 잘 예측하려면 이들을 모두 고려해야 한다. 또한 분산액체높이보다는 하강관의 길이를 이론식에 반영해야 더 좋은 예측 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다. 액체순환속도를 보다 정밀하게 예측하는데 사용할 수 있는 방향전환에 대한 손실계수에 대한 유용한 관계식을 내부순환 공기부양반응기뿐만 아니라 외부순환 공기부양반응기에 대해서도 반응기의 치수들(상승관의 직경과 단면적, 하강관의 단면적, 하부의 단면적, 외부 관의 직경 그리고 연결관의 길이)과 상부간격의 함수로 제시하였다.

사용기호

A	: cross-sectional area [m^2]
A_1	: cross-sectional area of inlet [m^2]
A_2	: cross-sectional area of outlet [m^2]

A_b	: free area for liquid flow between riser and downcomer [m^2]
D	: diameter or equivalent diameter [m]
f	: Fanning friction factor [-]
g	: gravitational acceleration [ms^{-2}]
h_2	: top clearance [m]
H_d	: dispersed liquid height [m]
h_t	: frictional loss for 90° turn [Jkg^{-1}]
K_B	: frictional loss coefficient for bottom [-]
K_c	: loss coefficient for sudden change of cross-sectional area [-]
K_f	: loss coefficient for friction [-]
K_T	: frictional loss coefficient for top [-]
K_t	: loss coefficient for 90° turn [-]
L	: pipe length [m]
L_c	: length of connector [m]
L_d	: length of downcomer [m]
P	: pressure [Nm^{-2}]
U_G	: superficial gas velocity [ms^{-1}]
U_L	: superficial liquid velocity [ms^{-1}]
U_{Lr}	: riser superficial liquid velocity [ms^{-1}]
V_L	: linear liquid velocity [ms^{-1}]

Greek letters

ε	: gas holdup [-]
ρ_L	: liquid density [kgm^{-3}]

Subscript letters

b	: bottom connector
c	: column
d	: downcomer
i	: individual section
r	: riser
t	: top connector

References

1. Jones, A. G., "Liquid Circulation in a Draft-Tube Bubble Column," *Chem. Eng. Sci.*, **40**, 449-462(1985).
2. Verlaan, P., Tramper, J. and Riet, K. V., "A Hydrodynamic Model for an Airlift-Loop Bioreactor with External Loop," *Chem. Eng. J.*, **33**, B43-B53(1986).
3. Chisti, M. Y., Halard, B. and Moo-Young, M., "Liquid Circulation in Airlift Reactors," *Chem. Eng. Sci.*, **43**, 451-457(1988).
4. Chisti, M. Y. and Moo-Young, M., "Prediction of Liquid Circulation Velocity in Airlift Reactors with Biological Media," *J. Chem. Tech. Biotechnol.*, **42**, 211-219(1988).
5. García-Calvo, E., "A Fluid Dynamic Model for Airlift Loop Reactors," *Chem. Eng. Sci.*, **44**(2), 321-323(1989).
6. Kemblowski, Z., Przywarski, J. and Diab, A., "An Average Gas Holdup and Liquid Circulation in Airlift Reactors with External Loop," *Chem. Eng. Sci.*, **48**(23), 4023-4035(1993).
7. Metzner, A. B. and Reed, J. C., "Flow of Non-Newtonian Fluids-Correlation of the Laminar, Transition and Turbulent-Flow Regions," *AIChE J.*, **1**(4), 434-440(1955).

8. García-Calvo, E. and Letón, P., "Prediction of Gas Hold-Up and Liquid Velocity in Airlift Reactors Using Two-Phase Flow Friction Coefficients," *J. Chem. Tech. Biotechnol.*, **67**, 388-396(1996).
9. Wallis, G. B., *One Dimensional Two Phase Flow*, McGraw-Hill, New York(1969).
10. McCabe, W. L, Smith, J. C. and Harriott, P., *Unit Operations of Chemical Engineering*, 6th ed., McGraw-Hill, New York(2001).
11. Choi K. H., "Effect of Unaerated Liquid Height on Hydrodynamic Characteristics of an External-Loop Airlift Reactor," *Chem. Eng. Comm.*, **189**, 25-42(2002).
12. Rujiruttanakul, Y. and Pavasant, P., "Influence of Configuration on the Performance of External Loop Airlift Contactors," *Chem. Eng. Res. Des.*, **89**, 2254-2261(2011).
13. Al-Masry, W. A. and Dukkan, A. R., "The Role of Gas Disengagement and Surface Active Agents on Hydrodynamic and Mass Transfer Characteristics of Airlift Reactors," *Chem. Eng. J.*, **65**, 263-271(1997).
14. Bentifraouine, C., Xuereb, C. and Riba, J. P., "An Experimental Study of the Hydrodynamic Characteristics of External Loop Airlift Contactors," *J. Chem. Tech. Biotechnol.*, **69**, 345-349(1997a).
15. Bentifraouine, C., Xuereb, C. and Riba, J. P., "Effect of Gas Liquid Separator and Liquid Height on the Global Hydrodynamic Parameters of an External Loop Airlift Contactor," *Chem. Eng. J.*, **66**, 91-95(1997b).
16. Merchuk, J. C. and Stein, Y., "Local Hold-Up and Liquid Velocity in Air-Lift Reactors," *AIChE J.*, **27**, 377-388(1981).
17. Krichnavaruk, S. and Pavasant, P., "Analysis of Gas-Liquid Mass Transfer in an Airlift Contactor with Perforated Plates," *Chem. Eng. J.*, **89**(1-3), 203-211(2002).
18. Couvert, A., Bastoul, D., Roustan, M., Line, A. and Chatellier, P., "Prediction of Liquid Velocity and Gas Hold-Up in Rectangular Air-Lift Reactors of Different Scales," *Chem. Eng. Prec.*, **40**, 113-119(2001).
19. Lu, W. J. and Hwang, S. J., "Liquid Velocity and Gas Holdup in Internal Loop Airlift Reactors with Low-Density Particles," *Chem. Eng. Sci.*, **50**, 1301-1310(1995).
20. Petrović, D. Lj., Pošarac, D., Duduković, A. and Skala, D., "Hydrodynamics and Mass Transfer in a Draft Tube Bubble Column," *J. Serb. Chem. Soc.*, **56**, 227-240(1991).
21. Siegel, M. and Merchuk, J. C., "Hydrodynamics in Rectangular Air-Lift Reactors: Scale-Up and Influence of Gas-Liquid Separator Design," *Can. J. Chem. Eng.*, **69**(2), 465-473(1991).
22. Wachi, S., Jones, A. G. and Elson, T. P., "Flow Dynamics in a Draft-Tube Bubble Column Using Various Liquids," *Chem. Eng. Sci.*, **46**(2), 657-663(1991).
23. Hatch, R. T., "Experimental and Theoretical Studies of Oxygen Transfer in the Airlift Fermenter," Ph.D. Thesis, MIT(1973).
24. Perry, R. H. and Green, D. W., (Ed.) *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7th ed., McGraw-Hill, New York(1997).
25. Choi K. H., "Prediction of Gas Holdup in Various Types of Airlift Reactors," *Korean J. Chem. Eng.*, **38**(9), 1781-1790(2021).

Authors

Keun Ho Choi: Professor, Department of Chemical and Biological Engineering, Hanbat National University, Daejeon 34158, Korea; khchoi@hanbat.ac.kr