

汚水處理 Process의 最適化

南宮 寔* · 李 成 熙* · 權 英 秀*

Optimization of Waste Water Treatment Process

*Shik. Namkoong · *Seong Hee Lee, · **Young Soo Kwon.

Dept. of Chem. Eng., College of Eng., Seoul National Univ.

The Korean Institute of Science and Technology

Abstract

Assuming the flow pattern of aeration tank to be a perfect mixing, the optimal conditions for the design of multistage aeration unit and final sedimentation vessel of the activated sludge process were investigated using a combined method of the discrete maximum principle and the Fibonacci search method. The objective function of the process was taken as the sum of the volumes of multistage aeration unit and final sedimentation vessel, and the control variables were the volumes of the vessels and the amounts of the return sludge to each stage.

The following results were obtained.

1. The sum of the volumes of the aeration unit and final sedimentation vessel could be reduced to 67.6% and 58.6% in the case of two-staged and three-staged aeration unit, respectively, compared to that of one-staged aeration unit of the process.
2. The return sludge was to be introduced only to the first stage of the multistage aeration unit according to the optimization calculation, which coincided with the practical operation in the current plants.
3. The volumes of the each stage of the aeration unit were to be almost equal.

The biological basic data used in this paper were taken from the original papers reported by T. Takamatsu and others³⁾.

1. 緒 論

Activated Sludge Process는 汚水 處理方法으로 가장 널리 사용되는 방법이나, 微生物 反應의 複雜性 때문에 이 工程의 設計는 거의 經驗에만 依存하여 왔다. 最近에 와서 公害問題가 深刻하여져서 이 工程의 利用度가 넓어짐에 따라 이 反應의 機構와 速度에 關한 研究와 이를 利用한 本 工程의 最適化 問題가 衛生工學者와 化學工學者들의 共同 關心事가 되어 적지 않은 論文이 發表되었다. 이들中 京都大學 衛生工學 研究室의 T. Takamatsu 등과 Kansas University의 L. T. Fan

등은 이 複雜한 微生物 反應을 substrate와 sludge 間의 簡單한 reaction model을 採擇하여 이것을 數學的으로 定式化 하였으며⁴⁾⁶⁾ 이 model을 利用하여 本 工程의 最適化에 對하여 研究하였다. T. Takamatsu, M. Naito 등은 piston flow model下에서 aeration tank의 出口 substrate濃度を 最小化하기 爲한 aeration tank에의 廢水 및 return sludge의 最適 分配注入法을 究하였고⁷⁾, M. Naito, T. Takamatsu, L. T. Fan은 aeration tank와 最終 沈澱池에 對해 容積或은 建設費의 和를 目的函數로 하여 aeration tank의 flow pattern을 piston flow 및 perfect mixing의 두가지 model에 對해 各各의 最適 return sludge量과 aeration tank 및 最終 沈澱池의 最適 容積을 pattern search method로써 求 했다⁸⁾⁹⁾.

* 서울工大 化學工學科

** 韓國科學技術研究所 工業化研究室

本論文에서는 實際 利用되고 있는 aeration unit의 多段化時에 aeration tank와 最終 沈澱池에 對한 最適 容積 및 aeration unit 各 段의 最適 return sludge 注入量을 求하고, 아울러 多段化가 目的函數 卽 이 두 process vessel 容積의 和에 미치는 影響을 考察하고자 한다. Discrete maximum principle을 利用하여 control variable인 return sludge量과 各 vessel의 容積을 求

이다.

最終 沈澱池에서는 aeration tank에서와 같은 反應이 一部 일어나나, 그것은 거의 無視할 程度이므로 浮遊 sludge의 沈澱만 일어난다고 假定하였으며 그 때의 沈澱速度式은 아래와 같다³⁾⁶⁾.

$$\frac{dC_{sf}}{dt} = -\frac{W}{h}(1-0.81e^{-1.20E})C_{sf} \quad (2)$$

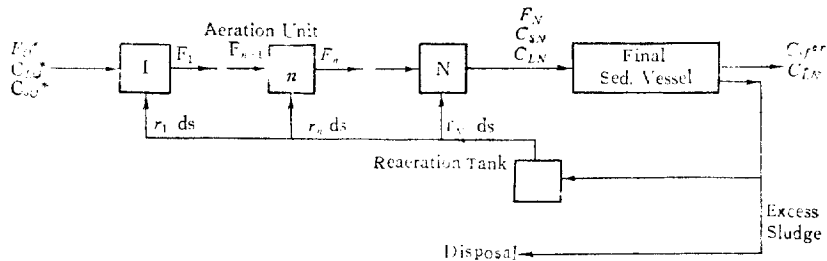


Fig. 1 Schematic Diagram of Aeration Unit and Final Sedimentation Vessel of Activated Sludge Process

積化할 것을 試圖했으나, 收斂 範圍가 좁고, control variable의 境界問題의 解決이 어려웠으므로 이는 次後 더 研究하기로 하고 最適 return sludge量은 Fibonacci search method로써 求하고, 各 vessel의 最適 容積만을 discrete maximum principle로 풀었다.

實際 計算에 使用한 生化學的 data는 T. Takamatsu 등의 論文에서³⁾ 引用했다.

2. 基礎式

Aeration unit가 N 段으로 多段化된 process의 aeration tank와 最終 沈澱池의 flow diagram은 Fig. 1과 같다.

Aeration process에서의 反應은 substrate의 sludge에의 吸着에 依한 反應과 sludge의 分解反應이 主이며, 또 sludge의 activity의 時間에 對한 變化를 考慮해야 하나 數式을 簡單히 하기 爲해 activity가 一定하다고 보면 反應式은 式(1)과 같이 나타낼 수 있다³⁾⁴⁾⁶⁾.

$$R(C_n) = \begin{pmatrix} \frac{dC_{Sn}}{dt} \\ \frac{dC_{Ln}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aC_{Sn}C_{Ln} - bC_{Sn} \\ -kC_{Sn}C_{Ln} + \beta bC_{Sn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

C_{Sn} , C_{Ln} 은 第 n 段의 aeration tank의 sludge와 substrate의 濃度 (SS_{ppm} , BOD_{ppm})이고, k 는 反應速度係數 ($1/(\text{hr} \cdot SS_{ppm})$)이고, b 는 sludge의 分解速度係數 ($1/\text{hr}$)이다. a 는 BOD_{ppm} 을 SS_{ppm} 으로 바꾸어 주는 轉換因數 (SS_{ppm}/BOD_{ppm})이며, β 는 SS_{ppm} 을 BOD_{ppm} 으로 바꾸어 주는 轉換因數 (BOD_{ppm}/SS_{ppm})

W 는 sludge의 平均 沈澱速度 [ft/hr]이고, h 는 沈澱池의 깊이 [ft]이고, E 는 水平分散係數 [cm^2/sec]이다. C_{sf} 는 最終 沈澱池에서 浮遊 sludge의 濃度 (SS_{ppm})이다. 入口 近傍의 급격한 sludge의 沈澱에 基因한 式(2)의 非充實性을 補正하기 爲한 假想的 入口 濃度 C_{sf}^0 를 導入하면

$$C_{sf}^0 = pC_{SN} \quad (3)$$

α , p 는 定數이고 C_{SN} 은 實際 入口에서의 sludge 濃度이다.

(3)式을 (2)式에 代入하여 積分하면 (4)式을 얻는다.

$$C_{sf}^{ex} = pC_{SN} \exp\left[-\frac{W}{h}(1-0.81e^{-1.20E})T_s\right] \quad (4)$$

여기서 T_s 는 最終 沈澱池의 滯留時間이다. C_{sf}^{ex} 는 最終 沈澱池 出口의 sludge의 濃度이다.

束縛條件으로서 最終 沈澱池에서 放流하는 水質의 BOD가 規制하는 基準 以下이어야 하나, 最適 process 設計 條件은 바로 그 基準 BOD일 때이므로 束縛條件은 式(5)로 表示된다.

$$C_{LN} + mC_{sf}^{ex} = C_{lim} \quad (5)$$

C_{lim} 은 放流水質의 規制 BOD이다.

같은 容積에 對한 aeration tank와 沈澱池 建設費가 큰 差가 없고, 또 容積에 建設費가 比例한다고 볼 수 있으므로 全 aeration tank와 最終 沈澱池의 容積의 和를 目的函數로 두었다.

$$PI = \sum_{i=1}^N V_i + V_s \quad (6)$$

V_i 는 第 i 段의 aeration tank 의 容積(mil. gal)이고, V_s 는 最終 沈澱池의 容積(mil. gal)이다.

式(5)를 式(4)에 代入하면 V_s 를 aeration tank 의 마지막 段의 狀態函數로 表示된다.

$$V_s = \frac{F_N}{\theta} \ln \frac{pC_{SN}^{\alpha} \cdot m}{C_{lim} - C_{LN}} \quad (7)$$

但 F_N 은 flow rate 이고

$$\theta = \frac{W}{h} (1 - 0.81e^{-1.20E}) \text{이다.}$$

故로 式(7)을 式(6)에 代入한 目的函數 PI에 對해 aeration process를 最適化하면 最終 沈澱池까지 包含된 process全體가 最適化된다.

PI를 aeration tank의 마지막 段의 狀態函數로 表示하기 爲해 새로운 狀態函數 Q_n 을 定義하여¹⁾

$$Q_n = Q_{n-1} + V_n \quad (8)$$

式(7), (8)을 式(6)에 代入한다.

$$PI = Q_N + \frac{F_N}{\theta} \ln \left[\frac{pC_{SN}^{\alpha} m}{C_{lim} - C_{LN}} \right] \quad (9)$$

Fig. 1에서 第 n 段에서의 物質收支式은 다음과 같다.

$$f_c = F_n C_n - F_{n-1} C_{n-1} - r_n d_n - V_n R_n (C_n) = 0 \quad (10)$$

$$f_F = F_n - F_{n-1} - r_n = 0 \quad (11)$$

$$f_Q = Q_n - Q_{n-1} - V_n = 0 \quad (12)$$

初期 條件으로서

$$\left. \begin{aligned} C_o &= \begin{bmatrix} C_{So}^* \\ C_{Lo}^* \end{bmatrix} \\ F_o &= F_o^* \\ Q_o &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

여기서 F_n 은 第 n 段의 aeration tank로부터 나오는 flow rate이며, d_n 은 return sludge의 組成으로서 實際上 process 運轉에 거의 無關히 一定하다고 假定한다.

Return sludge의 量 r_n 은 search method로써 求할 것이므로, V_n 만을 control variable로 取하고 式(9)의 PI를 目的函數로 본 discrete maximum principle을 아래에 展開한다.

式(10), (11), (12)를 變數 q_n (即 C_{n-1} , F_{n-1} , Q_{n-1} , V_n)에 對해 偏微分을 하여 matrix로 表示하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} F_n I - V_n R_n & C_n & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial C_n}{\partial q_n} \\ \frac{\partial F_n}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \theta}{\partial q_n} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial f_c}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_F}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_Q}{\partial q_n} \end{pmatrix} \quad (14)$$

여기서 I 는 identity matrix 이고 $R_n = \frac{\partial R_n}{\partial C_n}$ 이다.

(14)式을 q_n 이 C_{n-1} , F_{n-1} , Q_{n-1} , V_n 일 때에 對해 各 各 풀면 (15), (16), (17), (18)式을 얻는다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_n}{\partial C_{n-1}} &= 0, & \frac{\partial F_n}{\partial C_{n-1}} &= 0 \\ \frac{\partial C_n}{\partial C_{n-1}} &= F_{n-1} \{ F_n I - V_n R_n \}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_n}{\partial F_{n-1}} &= 0, & \frac{\partial F_n}{\partial F_{n-1}} &= 1 \\ \frac{\partial C_n}{\partial F_{n-1}} &= [F_n I - V_n R_n] [C_{n-1} - C_n] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_n}{\partial Q_{n-1}} &= 1, & \frac{\partial F_n}{\partial Q_{n-1}} &= 0 \\ \frac{\partial C_n}{\partial Q_{n-1}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} &= 1, & \frac{\partial F_n}{\partial V_n} &= 0 \\ \frac{\partial C_n}{\partial V_n} &= [F_n I - V_n R_n] R_n \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

C_n , F_n , Q_n 에 對應하는 adjoint variable을 各各 ω_n , ϕ_n , ψ_n 라 하면 adjoint system은 다음과 같이 表記된다³⁾⁴⁾⁵⁾.

$$\begin{pmatrix} \omega_{n-1} \\ \phi_{n-1} \\ \psi_{n-1} \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial [C_n, F_n, Q_n]}{\partial [C_{n-1}, F_{n-1}, Q_{n-1}]} \right)^T \begin{pmatrix} \omega_n \\ \phi_n \\ \psi_n \end{pmatrix} \quad (19)$$

式(19)의 final condition은 式(9)의 目的函數 PI를 對應하는 狀態變數로 偏微分하여 아래와 같이 定해진다¹⁾⁵⁾.

$$\omega_{SN} = \frac{\partial PI}{\partial C_{SN}} = \frac{F_N}{\theta} \frac{1}{C_{lim} - C_{LN}} \quad (20)$$

$$\omega_{LN} = \frac{\partial PI}{\partial C_{LN}} = \frac{F_N}{\theta} \frac{1}{C_{SN}} \quad (21)$$

$$\phi_N = \frac{\partial PI}{\partial F_N} = \frac{1}{\theta} \ln \frac{pC_{SN}^{\alpha} m}{C_{lim} - C_{LN}} \quad (22)$$

$$\psi_N = \frac{\partial PI}{\partial \theta} = 1 \quad (23)$$

式(15)~(17)을 式(19)에 代入하여 풀면

$$\omega_{n-1} = F_n I - V_n R_n)^T \omega_n \quad (24)$$

$$\phi_{n-1} = [C_{n-1} C_n]^T [F_n I - V_n R_n]^{-T} \omega_n + \phi_n \quad (25)$$

$$\phi_{n-1} = \phi_n \quad (26)$$

위 式이 求해진다. (24)式을 整理하면 式(27), (28)을 얻을 수 있다.

$$\omega_{Sn-1} = \frac{F_{n-1}}{D_n} \{ (F_n + A_{1n} V_n) \omega_{Sn} + A_{2n} V_n \omega_{Ln} \} \quad (27)$$

$$\omega_{Ln-1} = \frac{F_{n-1}}{D_n} \{ A_{3n} V_n \omega_{Sn} + (F_n + A_{4n} V_n) \omega_{Ln} \} \quad (28)$$

但) $A_{1n} = k C_{Sn}$

$$A_{2n} = -k C_{Ln} - \beta b$$

$$A_{3n} = a k C_{Sn}$$

$$A_{4n} = -a k C_{Ln} + b$$

$$D_n = (F_n + A_{1n} V_n) (F_n + A_{1n} V_n) - A_{2n} A_{3n} V_n^2$$

Hamiltonian Function의 定義로 부터¹⁾²⁾³⁾

$$H_n = \begin{pmatrix} C_n^T \\ F_n \\ Q_n \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \omega_n \\ \phi_n \\ \psi_n \end{pmatrix} \quad (29)$$

V_n 이 最適이기 위하여는 H_n 의 V_n 에 對한 偏微分이 零이어야 하므로 式(18)과 式(29)로부터 求한 아래 式을 滿足하여야 한다.

$$\frac{\partial H_n}{\partial V_n} = \begin{pmatrix} \frac{\partial C_n}{\partial V_n} \\ \frac{\partial F_n}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \omega_n \\ \phi_n \\ \psi_n \end{pmatrix} = R_n^T [F_n I - V_n R_n]^{-T} \omega_n + 1 = 0 \quad (30)$$

式(30)을 整理하면 最適 V_n 의 條件은 다음과 같

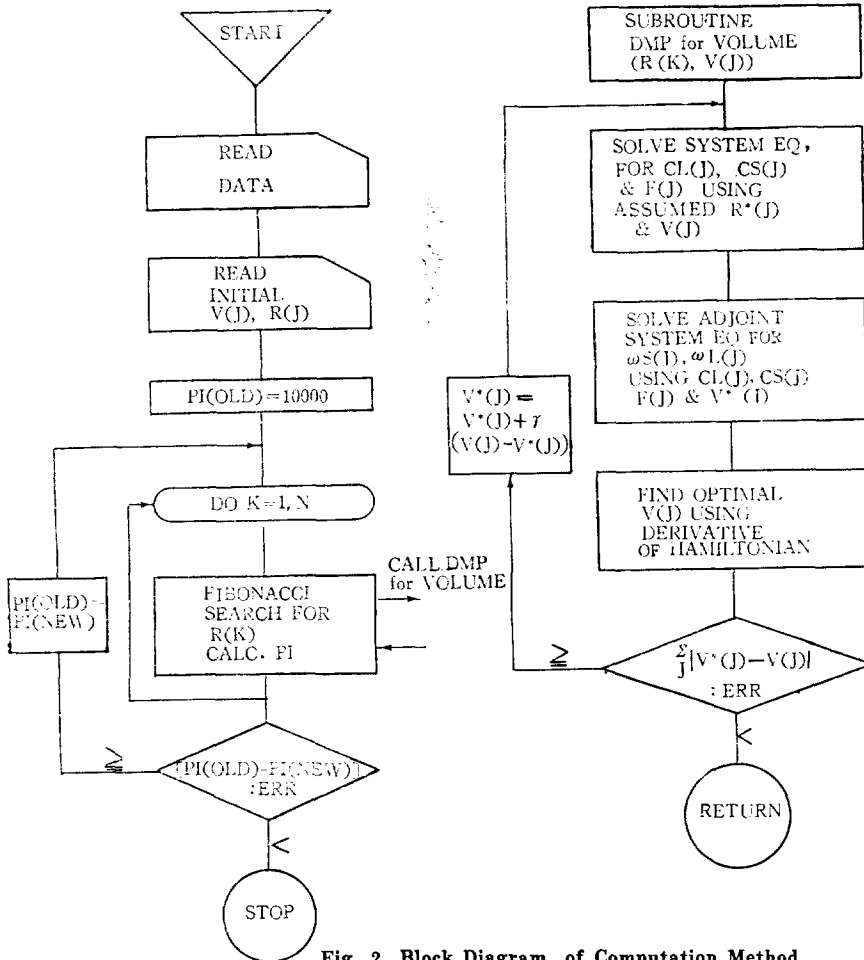


Fig. 2. Block Diagram of Computation Method

$$(A_{1n}A_{4n}-A_{2n}A_{3n})V_n^2+(A_{1n}+A_{4n})F_nV_n+F_n^2 \\ +[(A_{1n}\omega_{Sn}+A_{2n}\omega_{Ln})R_{Sn}+(A_{3n}\omega_{Sn}+A_{4n}\omega_{Ln})R_{Ln}] \\ V_n+(\omega_{Ln}R_{Ln}+\omega_{Sn}R_{Sn})F_n=0 \quad (31)$$

$$\text{但) } R_{Sn}=-C_{Sn}A_{4n} \\ R_{Ln}=C_{Sn}A_{2n}$$

한편 r_n 과 V_n 이 假定될 경우 C_{Sn} 과 C_{Ln} 은 아래와 같이 求할 수 있다. 우선 式(10)에서 C_{Ln} 을 消去하여 整理한 아래의 式(32)에서 C_{Sn} 을 求하면 C_{Ln} 은 式(33)에서 求할 수 있다.

$$D_{1n}C_{Sn}^2+D_{2n}C_{Sn}+D_{3n}=0 \quad (32)$$

$$C_{Ln}=\frac{1}{aF_n}\{D_{3n}-D_{4n}C_{Sn}\} \quad (33)$$

$$\text{但) } D_{4n}=F_n-bV_n(a\beta-1)$$

$$D_{3n}=F_{n-1}(C_{Sn-1}+aC_{Ln-1})+r_nd_i$$

$$D_{1n}=kV_nD_{in}$$

$$D_{2n}=F_n(F_n+bV_n)-kV_nD_{5n}$$

$$D_{3n}=-(F_{n-1}+r_nd_i)F_n$$

3. 計算方法 및 結果

return sludge의 最適量은 Fibonacci search method로써 찾고, 最適 容積은 discrete maximum principle을 使用하여 計算했다.

1. Return sludge 量이 假定되었을 때 最適 容積 計算法

- ① V_j^* ($j=1, N$)을 假定한다.
- ② 假定된 V_j^* 를 使用하여 system equation (11), (31), (32)에서 F_j , C_{Sj} , C_{Lj} ($j=1, N$)을 計算한다.
- ③ Adjoint variable의 B.C.인 式 (20), (21), (22), (23)에서 ω_{Sn} , ω_{Ln} , ϕ_N , ϕ_N 을 計算한다.
- ④ Adjoint sytem equation (24) (25) (26)에서 ω_{Sj} , ω_{Lj} , ϕ_j ($j=1, N-1$)을 計算한다.
- ⑤ Hamiltonian의 volume에 對한 偏微分式 (31)에서 V_j^* 를 計算한다.
- ⑥ 假定置과 計算置의 誤差의 合을 計算한다.

$$V_{err}=\sum_j |V_j^c-V_j^a|$$

⑦ V_{err} 이 許容된 誤差의 限界보다 크면 $V_j^a=V_j^c+\gamma(V_j^c-V_j^*)$ 의 再 假定置을 가지고 ②以下の 計算을 反復한다. γ 는 convergence control factor이다.

⑧ V_{err} 이 許容된 誤差의 限界보다 작으면 $V_j^a=V_j^c$ 가 最適 V_j 이다.

2. 最適 return sludge 量을 計算하는 法

① r_j ($j=2, N$)를 假定한다.

② r_1 을 Fibonacci search method로 變更시킬 경우 各名의 r_1 에 對해 위의 方法에 依해 最適 V_j ($j=1, N$)을 求해 目的函數 PI 를 計算한다. 求해진 r_1 값을 다음 計算의 r_1 의 假定置로 使用한다.

③ $r_2 \cdots r_N$ 에 對해서도 ②의 計算을 反復한다. PI_{min} 을 찾는다.

④ ②以下の 計算을 反復한다.

⑤ 앞에 計算된 PI_{min} 과 새로 計算된 PI_{min} 의 誤差가 許容量 以下이던 r_j 는 確定된 最適 return sludge 量이고, 그렇지 않을 경우 ④以下の 計算을 反復한다.

아래의 data로써 aeration unit가 1段, 2段, 3段인 各各의 경우에 最適 return sludge 量과 各段의 aeration tank 및 最終 沈澱池의 最適 容積을 위의 計算方法으로 CDC 3300 計算機를 使用하여 計算한 結果를 Table 1. Fig. 3에 表示하였다.

Phenomenological parameter

$$\begin{aligned} k &= 0.0005 \quad [1/(\text{hr} \cdot SS_{ppm})] \\ a &= 0.52 \quad [SS_{ppm}/BOD_{ppm}] \\ b &= 0.005 \quad [1/\text{hr}] \\ \beta &= 0.7 \quad [BOD_{ppm}/SS_{ppm}] \\ m &= 0.5 \quad [BOD_{ppm}/SS_{ppm}] \\ E &= 1.0 \quad [\text{cm}^2/\text{sec}] \\ W &= 9.0 \quad [\text{ft}/\text{hr}] \\ p &= 2.0 \\ \alpha &= 0.5 \end{aligned}$$

操作條件

$$\begin{aligned} F_o^* &= 250,000 \quad [\text{gal}/\text{hr}] \\ C_{Lo}^* &= 300 \quad [BOD_{ppm}] \\ C_{so}^* &= 0 \quad [SS_{ppm}] \\ d_s &= 10,000 \quad [SS_{ppm}] \\ d_L &= 0 \quad [BOD_{ppm}] \\ C_{lim} &= 30 \quad [BOD_{ppm}] \\ h &= 10 \quad [\text{ft}] \end{aligned}$$

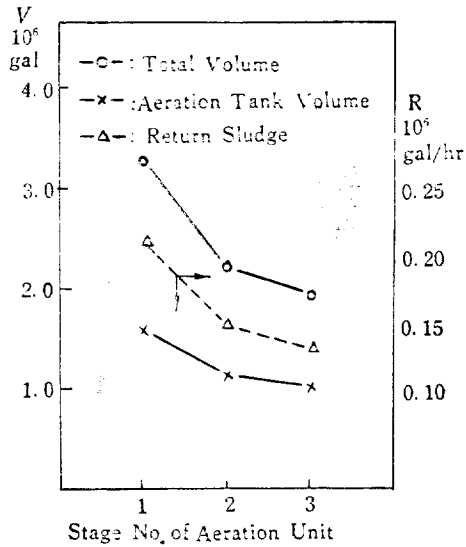


Fig. 3 Optimal Volume and Amount of Return Sludge

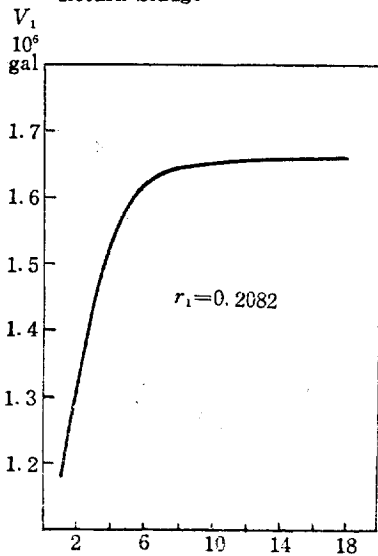


Fig. 4 The Convergence of Optimal Volume V_1 with Iteration

Fig. 4은 $N=1$ 인 경우 위의 discrete maximum principle 방법으로 最適容積을 찾을 때의 收斂性을 表示한 것이며, Fig. 5는 $N=1$, Fig. 6, 7은 $N=2$, Fig. 8, 9, 10은 $N=3$ 인 각각의 경우에 對한 Fibonacci search method로써 最適 return sludge 量을 決定하는 過程을 plot 한 것이다.

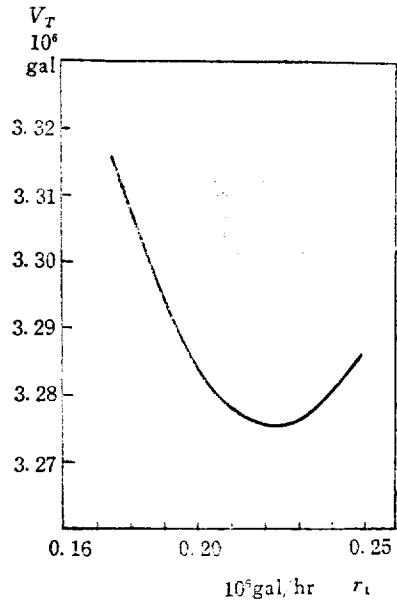


Fig. 5 Total Volume vs. the Amount of Return Sludge r_1 for $N=1$

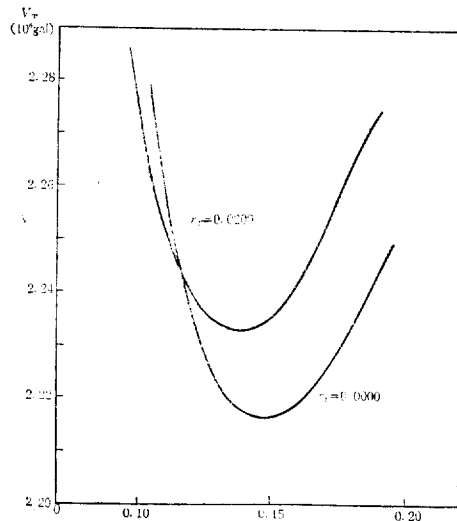


Fig. 6 Total Volume vs. the Amount of Return Sludge r_1 for $N=2$

4. 結果의 檢討 및 結論

Activated sludge process에서 aeration unit를 多段化 했을 때의 最適條件에 對해 Table 1. 과 Fig. 3에서 보는 바와 같이 다음과 같은 結論을 얻을 수 있다.

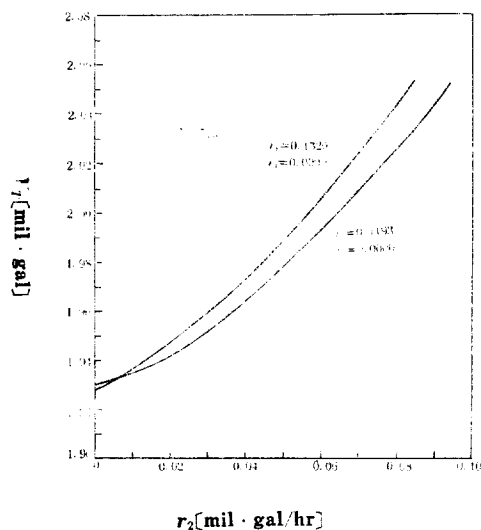


Fig. 7 Total Volume vs. the Amount of Return Sludge r_2 for $N=2$

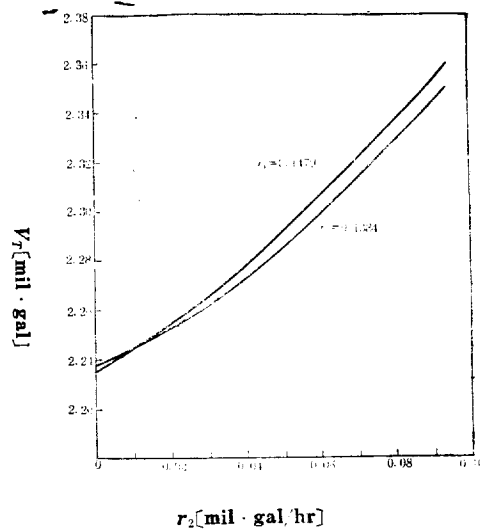


Fig. 9 Total Volume vs. the Amount of Return Sludge r_2 for $N=3$

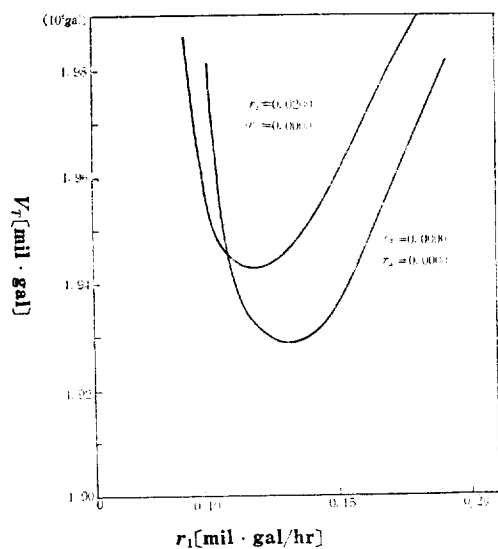


Fig. 8. Total Volume vs. the Amount of Return Sludge r_1 for $N=3$

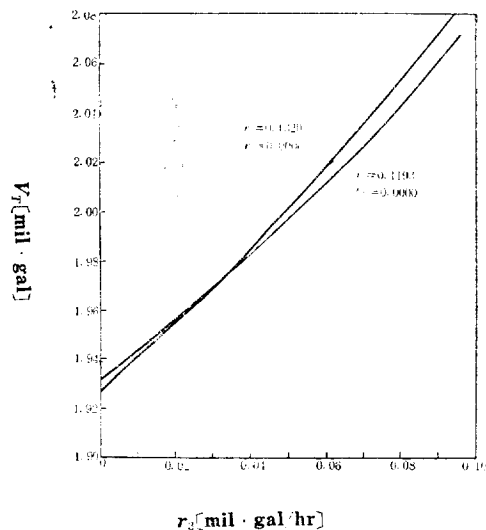


Fig. 10 Total Volume vs. the Amount of Return Sludge r_3 for $N=3$

Table 1. The Results of Computation

N		C_{Si} [SS _{ppm}]	C_{Li} [BOD _{ppm}]	r_i [10 ⁶ gal/hr]	V_i [10 ⁶ gal]	V_s [10 ⁶ gal]	V_T [10 ⁶ gal]	Comput. hour [sec]
1	1	4767.0	23.62	0.2261	1.6095	1.6662	3.2757	34.76
2	1	3772.0	55.88	0.1481	0.5722	1.0723	2.2165	53.00
	2	3773.7	20.17	0.0000	0.5720			
3	1	3505.3	81.26	0.1320	0.3377	0.9173	1.9280	119.35
	2	3519.3	36.12	0.0000	0.3364			
	3	3519.0	18.42	0.0000	0.3365			

1. 一般 反應 process 처럼 aeration unit 가 多段化되던 全體 容積을 減少시킬 수 있다. 1 段인 경우에 비해 2 段인 경우는 67.6%, 3 段인 경우는 58.6%의 全體 容積단이 必要하다.

2. Return sludge는 aeration tank 의 첫 段에 넣는 것이 最適하고, 그 量도 1 段인 경우에 비해 2 段, 3 段일 때는 65.5%, 58.4%만 要求된다.

3. 各 段의 aeration tank 의 最適 容積은 거의 같다.

4. 最終 沈澱池로 들어가는 廢水의 substrate 및 sludge 의 濃度는 多段化함에 따라 減少한다.

5. 最適條件에서 aeration tank 容積의 總和는 最終 沈澱池의 容積과 거의 같다.

Aeration tank 가 1 段인 경우는 T. Takamatsu 등이 問題¹⁾와 完全히 同一한 問題인데 그 結果가 아래와 같이 서로 相衡한다. 그들의 結果는 $V_A=1.45$ (mil. gal) $r_1=0.1575$ (mil. gal/hr)이고 V_T 는 約 5.2(mil. gal)인데 反해 本 研究의 結果는 $V_A=1.61$ (mil. gal) $r_1=0.226$ (mil. gal/hr) $V_T=3.28$ (mil. gal)로서 目的函數인 全體 容積 V_T 는 本 研究의 結果가 T. Takamatsu 등의 結果의 63%에 해당하는 적은 값이므로 最適條件은 單 하나밖에 없음으로 T. Takamatsu 의 것은 最適條件이 아닌 것으로 思慮되나 發表된 係數가 計算에 使用된 係數와 다르게 誤報된 結果일 수도 있으므로 그들과 問議하여 이 問題를 解決할 것이며, 앞으로 多段化된 aeration tank 에 廢水도 分配하여 넣어 줄 경우의 最適 問題와 그 外 Zimmerman process 와 activated sludge process 를 連結한 process 에 對해서도 最適 問題를 研究할 豫定이다.

이 研究를 위해 資料를 보내주시고 여러가지로 協助해주신 日本 京都大學의 T. Takamatsu 教授에게 感謝를 드립니다.

使用 記號

SS_{ppm} ; Suspended Solid ppm

BOD_{ppm} ; Biological Oxygen Demand ppm

a ; Conversion ratio of substrate into sludge
[SS_{ppm}/BOD_{ppm}]

b ; Death rate of sludge [1/hr]

k ; Rate coefficient [1/(hr. SS_{ppm})]

β ; Conversion ratio of sludge into substrate
[BOD_{ppm}/SS_{ppm}]

ρ, α ; Constant in eq. (3)

E ; Constant, longitudinal dispersion coefficient

[cm^2/sec]

W ; Constant, mean settling velocity of the sludge [ft/hr]

m ; The conversion coeff. of SS_{ppm} of sludge to BOD_{ppm} in eq. (5) [BOD_{ppm}/SS_{ppm}]

h ; The height of final sedimentation vessel [ft]

F ; The flow rate [million gal/hr]

Q ; newly defined state variable

V ; Volume of aeration tank [mil. gal]

V_S ; Volume of final sedimentation vessel [mil. gal]

V_T ; The sum of the volumes of the aeration unit and final sedimentation vessel [mil. gal]

r ; Amount of return sludge [mil. gal/hr]

d ; Concentration vector of return sludge

d_L ; Concentration of substrate of return sludge
[BOD_{ppm}]

d_S ; Concentration of sludge of return sludge
[SS_{ppm}]

C ; Concentration vector

C_L ; Concentration of substrate [BOD_{ppm}]

C_{Sf} ; Concentration of sludge [SS_{ppm}]

C_S ; Concentration of suspended matter in final sedimentation vessel [BOD_{ppm}]

C_{lim} ; Discharge criterion [BOD_{ppm}]

T ; Holding time of final sedimentation vessel [hr]

PI ; Objective function

f_c ; Material balance equation for C

f_F ; Material balance equation for F

f_Q ; Material balance equation for Q

H ; Hamiltonian

ω ; Adjoint variable correspond to C

ϕ ; Adjoint variable correspond to F

ψ ; Adjoint variable correspond to Q

R ; Reaction vector

\mathcal{R} ; $\partial R / \partial C$

I ; Identity matrix

q ; Control variable

γ ; Convergence control factor

N ; Total stage number of aeration unit

Subscript

n ;Properties of nth stage

Superscript

* ;Feed condition

ex ;Exit properties of final sedimentation vessel

o ;Assumed inlet properties of final sedimentation vessel

a ;Assumed optimal volume of aeration tank

c ;Calculated optimal volume of aeration tank

参 考 文 献

- (1) Denn, M.M., Aris, Rutherford, *Ind. Eng. Chem. Fundamentals* **4**, 7, 213, 248 (1965).
- (2) Katz, S., *Ind. Eng. Chem. Fundamentals*. **1**,

226 (1962).

- (3) Naito, M., Takamatsu, T., Fan, L.T., *Water Research* **3**, 433 (1969).
- (4) Naito, M., Takamatsu, T., Fan, L.T., Lee, E.S., *Biotechnology and Bioengineering* **11**, 731 (1969).
- (5) Namkoong, S., Kwon, Y.S., *Preprints of papers for IFAC Kyoto Symposium* 395 (1970).
- (6) Takamatsu, T., et al, 下水道協會誌(日本) Vol. 4, No. 43 (1967).
- (7) Takamatsu, T., et al, 下水道協會誌(日本) Vol. 5, No. 46 (1968).
- (8) Takamatsu, T., et al, 下水道協會誌(日本) Vol. 5, No. 48 (1968).